

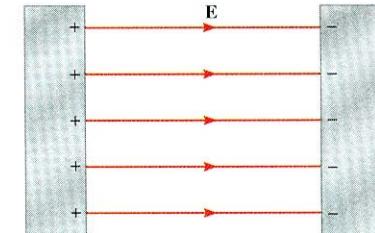
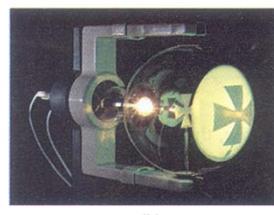
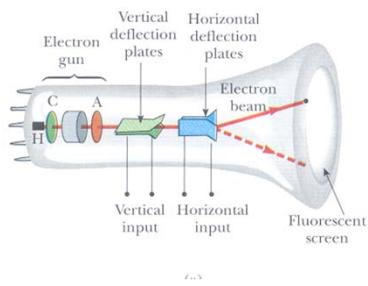


Eletromagnetismo

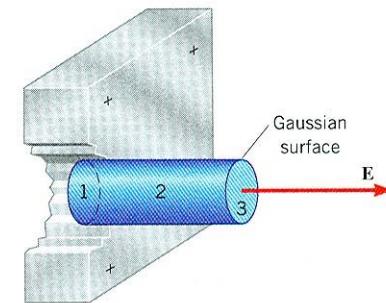


Universidade do Minho

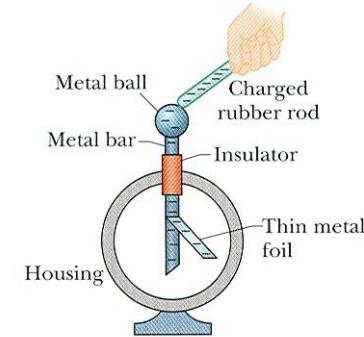
1. Campos Elétricos
2. A lei de Gauss
3. Potencial Elétrico
4. Capacidade e Dielétricos
5. Correntes e Resistência
6. Circuitos de Corrente Contínua
7. Circuitos de Corrente Alternada
8. Campos Magnéticos
9. Fontes do Campo Magnético
10. A lei de Faraday / Indutância



(a)

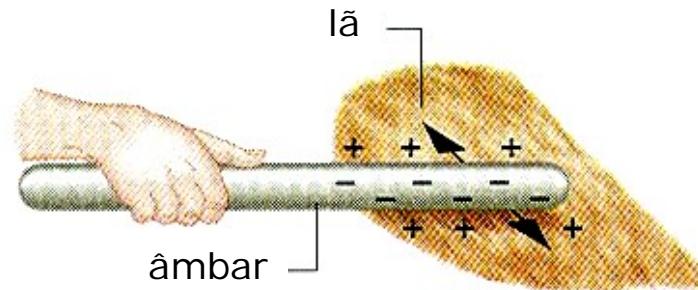


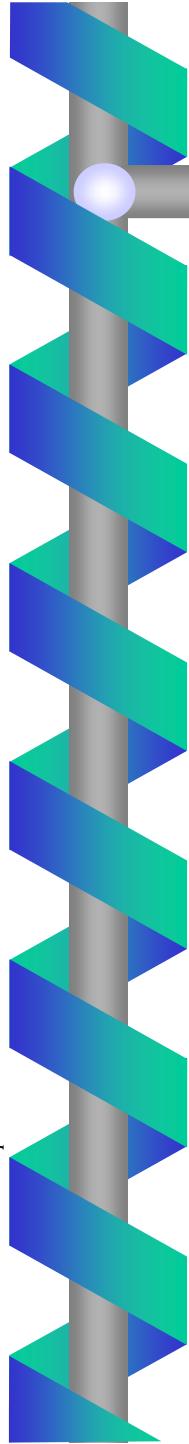
(b)



Historial

- Magnetismo: chineses 2,000 A.C.
- Eletricidade e Magnetismo: gregos 700 A.C.
 - Âmbar (material fóssil) friccionado com lã atrai palha e penas.
 - Magnetite (Fe_3O_4) atrai o ferro elétrico \Rightarrow elektron (âmbar)
magnético \Rightarrow magnesia (distrito a Norte da Grécia)
- 1600 William Gilbert \Rightarrow eletrificação é um fenômeno geral





- 1785 Charles Coulomb $\Rightarrow F_e \sim 1/r^2$
- 1^a Metade do Século XIX \Rightarrow Eletricidade e Magnetismo fenómenos correlacionados
- 1820 Hans Oersted \Rightarrow agulha magnética desviava-se na vizinhança de um circuito elétrico.
- 1831 Michael Faraday / Joseph Henry \Rightarrow fio condutor deslocava-se nas vizinhanças de um íman \Rightarrow corrente elétrica induzida no condutor vizinho.
- 1873 James Clerk Maxwell \Rightarrow leis do eletromagnetismo.
- 1888 Heinrich Hertz \Rightarrow verificou as previsões de Maxwell, gerando ondas eletromagnéticas no laboratório.

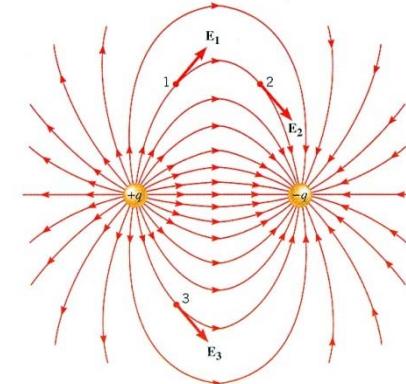
Desenvolvimentos práticos como a rádio e a televisão.



1. Campos Elétricos



- 1.1. Carga elétrica como propriedade da matéria
- 1.2. Condutores e isoladores
- 1.3. A Lei de Coulomb
- 1.4. Campo Elétrico
- 1.5. Campo Elétrico de uma Distribuição contínua de cargas
- 1.6. Linhas do Campo Elétrico
- 1.7. Movimento de Partículas Carregadas num Campo Elétrico Uniforme





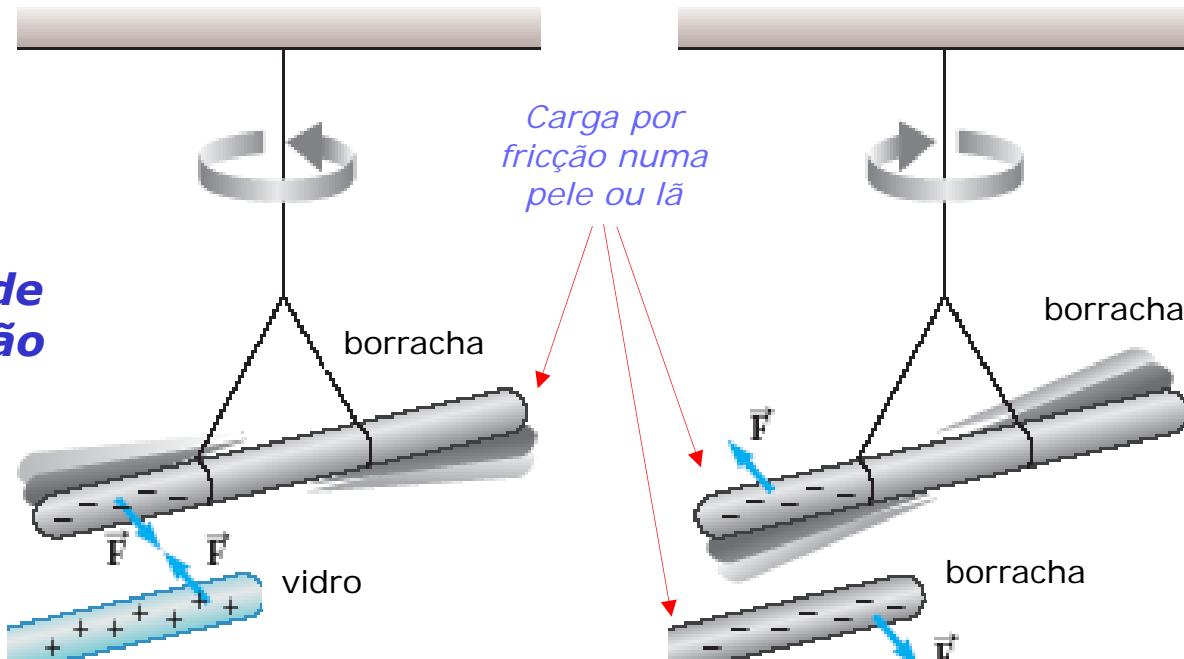
1.1. Carga Elétrica como propriedade da matéria



1. Há duas espécies de cargas elétricas na natureza: positivas e negativas, com a propriedade: *as cargas de espécies diferentes atraem-se e as da mesma espécie repelem-se.* (**Franklin, 1706-1790**)

Estados diferentes de electrificação

Carga por fricção em seda



2. A força entre as cargas varia com o inverso do quadrado de separação entre elas:

$$F_e \propto 1/r^2 \quad (\text{Coulomb, 1736-1806})$$

3. A carga conserva-se: quando dois objetos estão inicialmente sem carga (neutros) e são posteriormente friccionados um no outro, a carga não é criada neste processo. Os corpos ficam carregados porque a carga negativa (eletrões) é transferida de um material para o outro. Um adquire uma quantidade de carga negativa enquanto o outro perde essa mesma quantidade de carga negativa, daí ficar carregado positivamente. (**Franklin**)

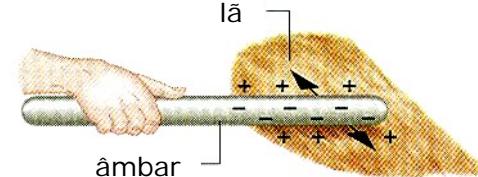
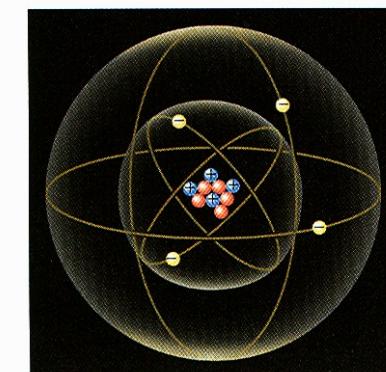
4. A carga é quantificada:

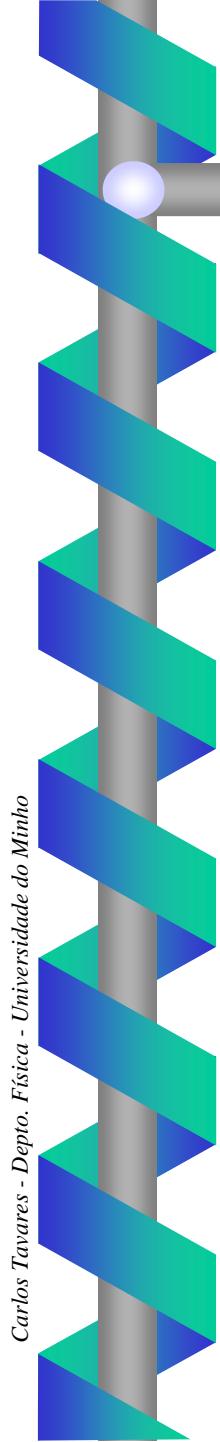
eletrão: $-e$

protão : $+e$

$$q = N \cdot e \quad (\text{Millikan, 1909})$$

- electron
- proton
- neutron





1.2. Condutores e Isoladores

1. Os **condutores** são materiais nos quais as cargas elétricas se podem movimentar livremente \Rightarrow cobre, alumínio, prata...
2. Os **isoladores** são materiais que não permitem facilmente o transporte de cargas elétricas \Rightarrow vidro, cerâmico, borracha, madeira...
3. Nos **Semicondutores** a facilidade de transporte de carga é intermédia \Rightarrow silício, germânio, arseneto de gálio.
 - Quando um condutor está ligado à terra por um fio metálico diz-se que o condutor está **a um potencial eléctrico nulo**.



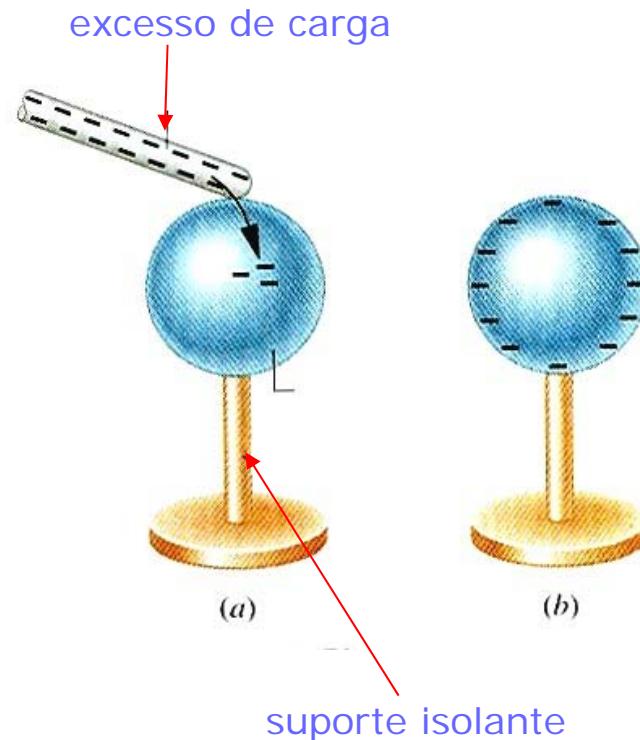
Carga por Contacto em Condutores (condução)



Quando friccionamos uma barra de borracha (ou âmbar) numa pele, a barra fica eletrificada negativamente. Se fizermos **contacto** dessa barra com uma esfera metálica isolada da terra, um excesso de eletrões da barra migra para a esfera.

Depois de afastarmos a barra de borracha, os eletrões movem-se livremente na esfera, repelindo-se uns aos outros e **redistribuindo-se na superfície da esfera**.

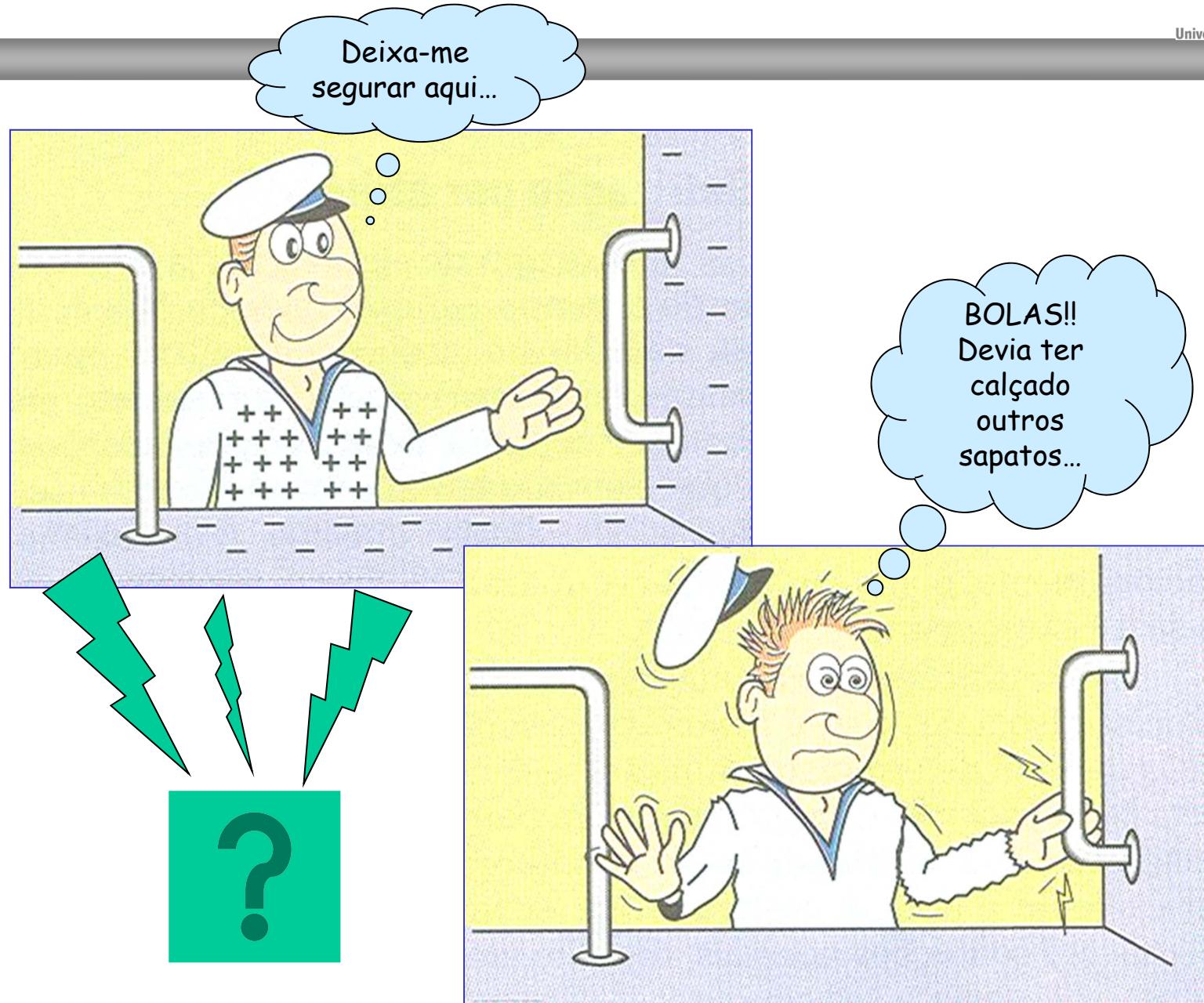
O suporte isolante da esfera impede a passagem de eletrões para a terra.

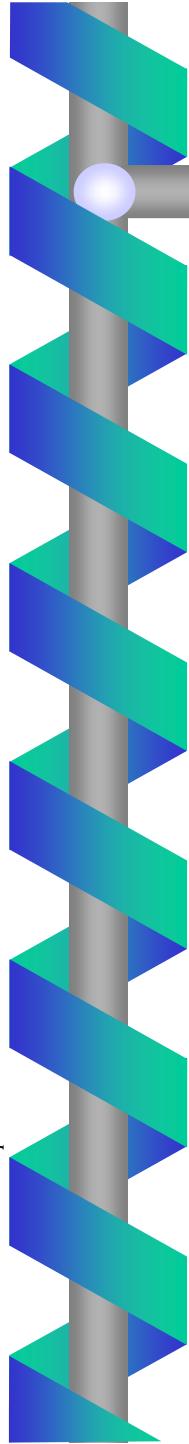


Consegue explicar o que acontece ao marinheiro?



Universidade do Minho



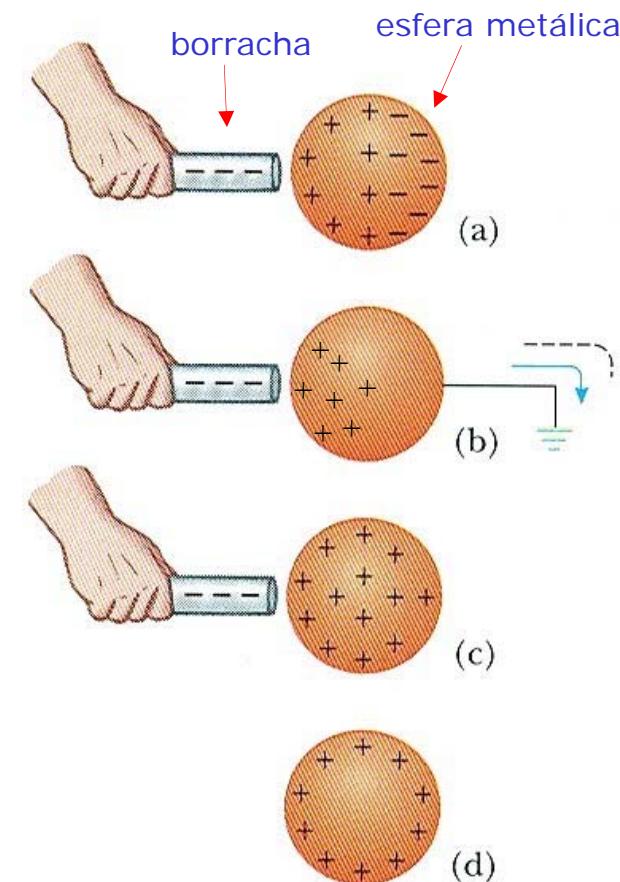


Carga por Indução em Condutores



Eletrificação de um *condutor* por *indução*

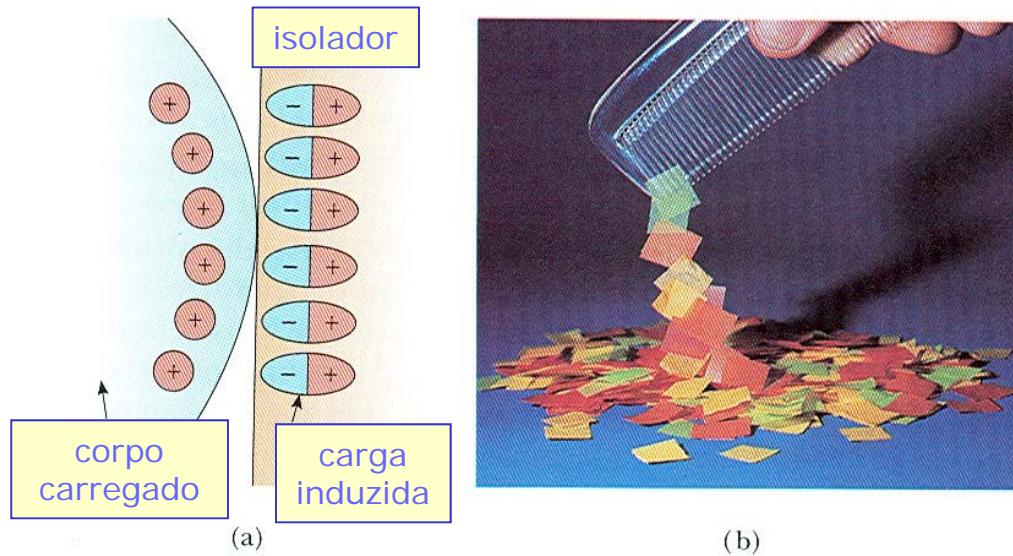
- a) Uma barra de borracha (ou âmbar) carregada negativamente por fricção é aproximada de uma esfera condutora neutra que se encontra isolada da terra. As forças repulsivas entre os eletrões da barra e da esfera levam a um redistribuição das cargas na esfera.
- b) Se a esfera for ligada à terra por um fio condutor, os eletrões deixam a esfera ao migrarem para a terra.
- c) Se retirarmos o fio condutor, a esfera fica com um excesso de *carga induzida* positiva.
- d) Ao afastar-se a barra de borracha, esse excesso de carga positiva distribui-se livremente e uniformemente à superfície da esfera.





Carga por Polarização em Isolantes

Processo semelhante ao do carregamento por indução ocorre nos **isolantes**. Nos isoladores, os centros de carga positiva e negativa coincidem devido à ausência da sua mobilidade, porém na presença de um objeto carregado (pente) os **centros de carga desviam-se ligeiramente**, resultando numa distribuição mais positiva num lado e outra mais negativa no outro. Este efeito é designado por **Polarização**. Num isolador as cargas não se movem livremente!



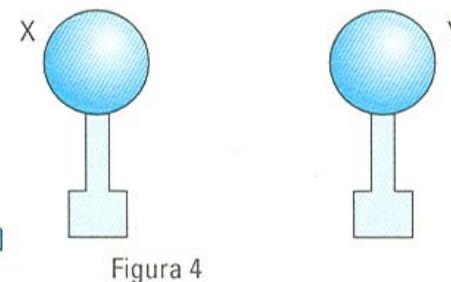
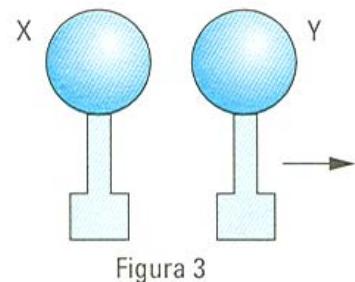
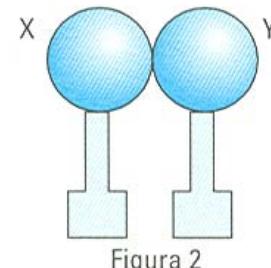
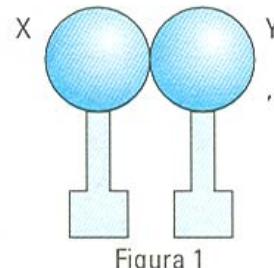
Exemplo de um pente friccionado que atrai pedaços de papel:

Num isolador, somente a área friccionada fica carregada, não havendo tendência para essa carga migrar para outras zonas do mesmo corpo. Nos metais (condutores), a carga distribui-se uniformemente à superfície.



Exercício 1

A figura 1 representa duas esferas metálicas descarregadas, X e Y, apoiadas em suportes isolantes. Na figura 2, um bastão carregado negativamente é aproximado à direita das esferas, que continuam em contacto. Na figura 3, o bastão é mantido no mesmo lugar e as esferas são afastadas uma da outra. Na figura 4, o bastão é afastado e as esferas permanecem separadas. Qual o tipo de carga elétrica de cada esfera durante o processo?





Exercício 1: solução

Figura 2 ⇒

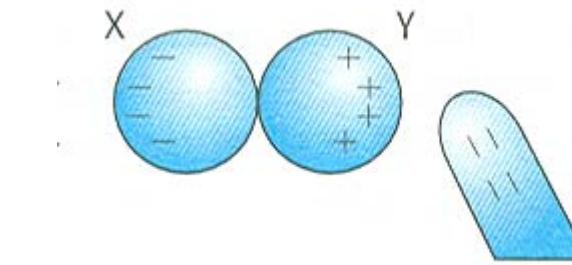


Figura 3 ⇒

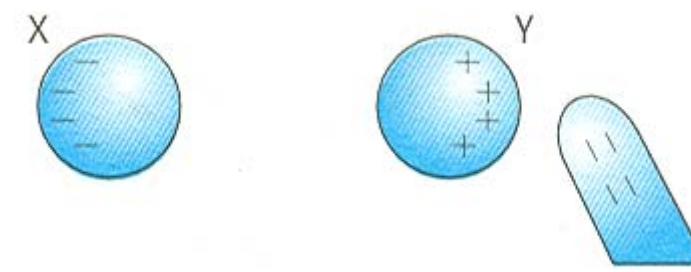
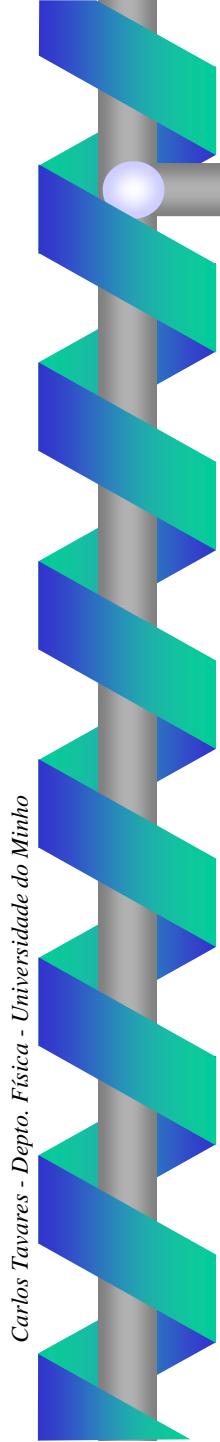


Figura 4 ⇒



Distribuição uniforme das cargas





1.3. Lei de Coulomb (1785)

Módulo de força elétrica entre duas cargas:

$$F = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

Constante de Coulomb

$$k(\text{SI}) = 8,9875 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$$

$$\approx 9,0 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2 \text{ (nossos cálculos)}$$

- A unidade SI de carga elétrica é o Coulomb (C).
- Def.: Quando a corrente (taxa de fluxo de carga) num fio condutor for 1A (ampere, unidade de corrente) a quantidade de carga que passa numa determinada secção do fio, em 1 s, é 1 C.



$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$$

Permitividade elétrica do vazio:

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N}\cdot\text{m}^2$$

- Carga de um eletrão ou de um protão: $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 - 1 C de carga negativa = $6,25 \times 10^{18}$ eletrões ($1/e$ eletrões)
 - 1 C de carga positiva = $6,25 \times 10^{18}$ protões ($1/e$ protões)
 - 1 cm³ de cobre (Cu) $\Rightarrow \approx 10^{23}$ eletrões livres
- Experiências eletrostáticas típicas (fricção de vidro ou borracha) $\Rightarrow 10^{-6} \text{ C}$ ($1\mu\text{C}$) \Rightarrow só uma pequena fração da carga disponível é que é transferida entre a barra e o material de fricção.
 - $m_e = 9,10 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
 - $m_p \approx m_n = 1,67 \times 10^{-27} \text{ kg}$



Força Elétrica entre dois corpos



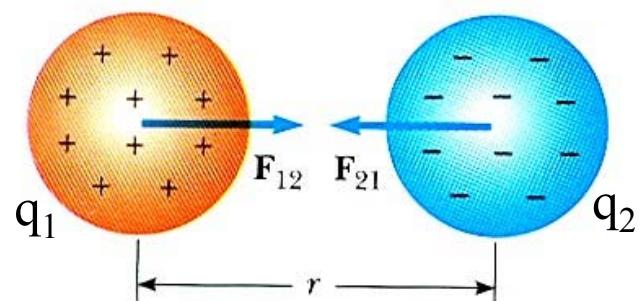
- A força elétrica é uma grandeza vetorial.
- A lei de Coulomb só se aplica exatamente a cargas pontuais ou a partículas.
- A força elétrica de q_1 sobre q_2 , \vec{F}_{21} :

$$\vec{F}_{21} = k \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \hat{r}$$

Eq. 1

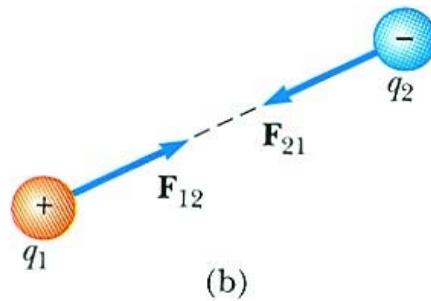
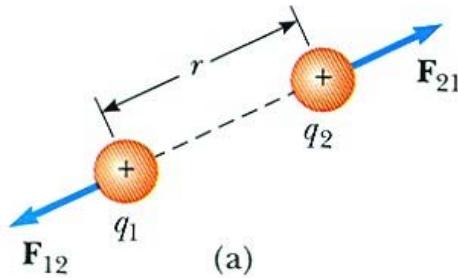
→ Vector unitário dirigido de q_1 para q_2

- A lei de Coulomb obedece à terceira lei de Newton:
>>Lei da Ação-Reação



$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

← Mesmo módulo



q_1 e q_2 mesmo sinal

$$q_1 \cdot q_2 > 0$$

Força Repulsiva

q_1 e q_2 sinais opostos

$$q_1 \cdot q_2 < 0$$

Força Atractiva

Mais de duas cargas \Rightarrow princípio da sobreposição

- A força elétrica entre qualquer par de cargas é dada pela Eq. 1.
- A força elétrica resultante sobre qualquer das cargas é igual à **soma vetorial** das forças devidas às cargas individuais.



$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{12} + \vec{F}_{13} + \vec{F}_{14}$$

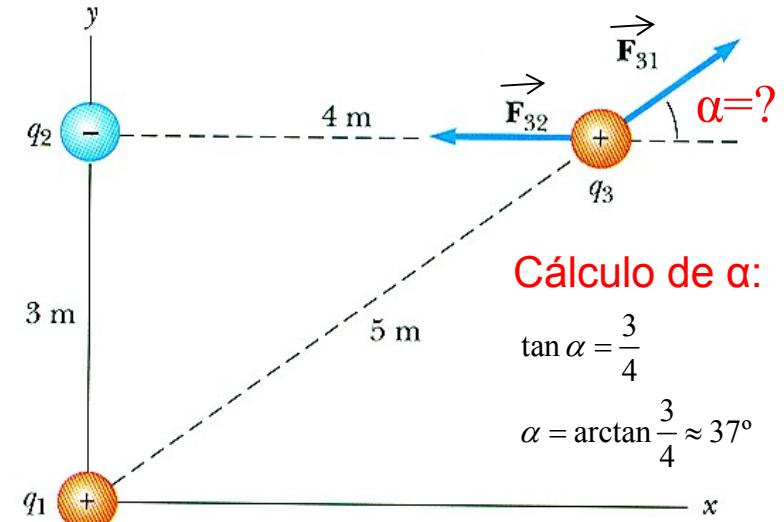
Exercício 2

Considere 3 cargas pontuais nos vértices de um triângulo imaginário, conforme a figura ao lado. Sabendo que $q_1=6\text{ nC}$, $q_2=-4\text{ nC}$ e que $q_3=5\text{ nC}$, determine a força elétrica resultante sobre q_3 . (nota: $1\text{ nC}=1\times10^{-9}\text{ C}$)

Resolução:

$$F_{32} = k \frac{|q_3||q_2|}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{5 \times 10^{-9} \cdot 4 \times 10^{-9}}{4^2} = 1,125 \times 10^{-8} \text{ N}$$

$$F_{31} = k \frac{|q_3||q_1|}{r^2} = 9 \times 10^9 \frac{5 \times 10^{-9} \cdot 6 \times 10^{-9}}{5^2} = 1,08 \times 10^{-8} \text{ N}$$



Exercício 2 (cont.)

pelo princípio da sobreposição:

$$\vec{F}_3 = \vec{F}_{31} + \vec{F}_{32} = (F_{31} \cdot \cos 37^\circ \hat{i} + F_{31} \cdot \sin 37^\circ \hat{j}) + (-F_{32})\hat{i}$$

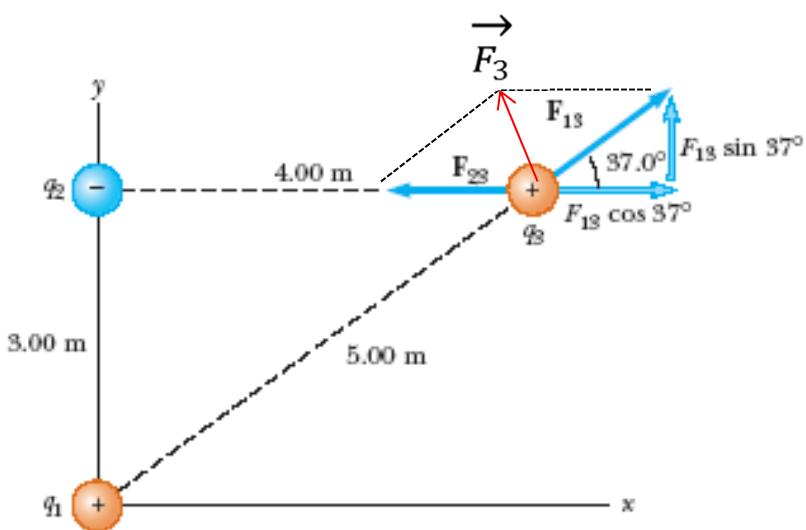
$$\vec{F}_3 = (1,08 \times 10^{-8} \cdot \cos 37^\circ \hat{i} + 1,08 \times 10^{-8} \cdot \sin 37^\circ \hat{j}) + (-1,125 \times 10^{-8} \hat{i})$$

$$\vec{F}_3 = -2,625 \times 10^{-9} \hat{i} + 6,50 \times 10^{-9} \hat{j} \text{ N}$$

$$|\vec{F}_3| = \sqrt{(-2,625 \times 10^{-9})^2 + (6,50 \times 10^{-9})^2} = 7,01 \times 10^{-9}$$

direção de \vec{F}_3 :

$$\begin{aligned} \theta &= \arctg \left(\frac{F_{3y}}{F_{3x}} \right) \\ &= \arctg \left(-\frac{6,50 \times 10^{-9}}{2,625 \times 10^{-9}} \right) \\ &= -68.0^\circ \\ \Rightarrow \theta' &= 180^\circ - 68.0^\circ = 112^\circ \quad (\text{Encontra-se no 2º quadrante}) \end{aligned}$$



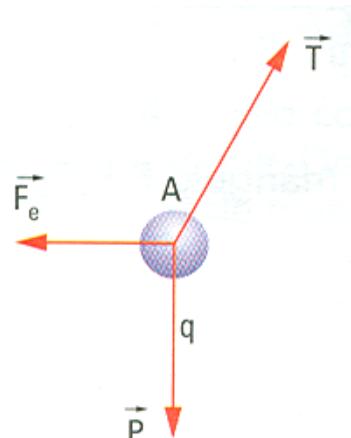


Exercício 3

A figura mostra duas esferas carregadas e suspensas, ambas em equilíbrio eletrostático, com cargas (q) e massas iguais (10 g). O comprimento de cada fio é de 50 cm. Determine:

- a intensidade da força elétrica entre elas;
- a tensão no fio;
- o módulo da carga elétrica em cada uma das esferas.

Resolução:



a)

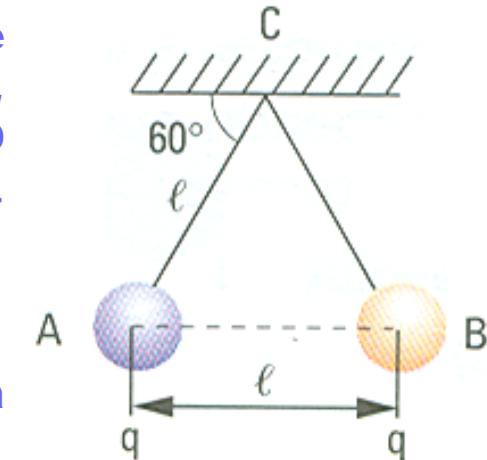
$$\begin{cases} \sum F_x = 0 \Leftrightarrow T \cos 60^\circ - F_e = 0 \\ \sum F_y = 0 \Leftrightarrow T \sin 60^\circ - P = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \tan 60^\circ = \frac{P}{F_e} \Rightarrow F_e = 0,058 \text{ N}$$

b)

$$T = \frac{P}{\sin 60^\circ} = 0,12 \text{ N}$$

c)

$$F_e = k \frac{|q||q|}{r^2} = k \frac{q^2}{l^2} \Leftrightarrow 0,058 = 9 \times 10^9 \frac{q^2}{0,5^2} \Rightarrow |q| = 1,3 \times 10^{-6} \text{ C}$$

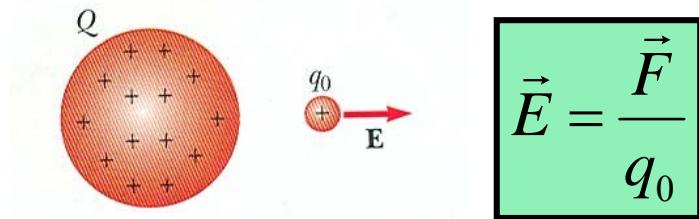




1.4. Campo Elétrico



O vetor do campo elétrico, \vec{E} , externo, num ponto do espaço define-se como a força elétrica, \vec{F} , que atua sobre uma carga de prova positiva colocada nesse ponto, dividida pelo módulo dessa carga de prova, q_0 :

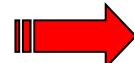


$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Unidade SI:
N/C

Como temos, pela lei de Coulomb:

$$\vec{F} = k \frac{Qq_0}{r^2} \hat{r}$$

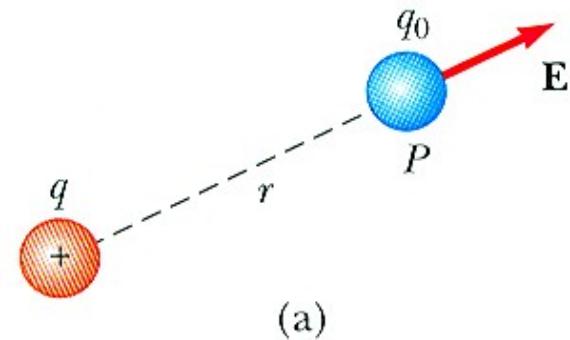


$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = k \frac{Q}{r^2} \hat{r}$$

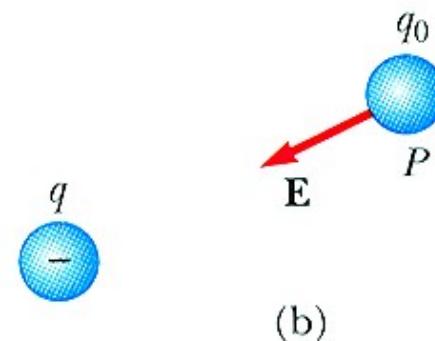


Assim, para o campo criado sobre uma carga pontual de prova positiva (q_0), temos:

- $q > 0 \Rightarrow$ campo radial, dirigido para fora



(a)



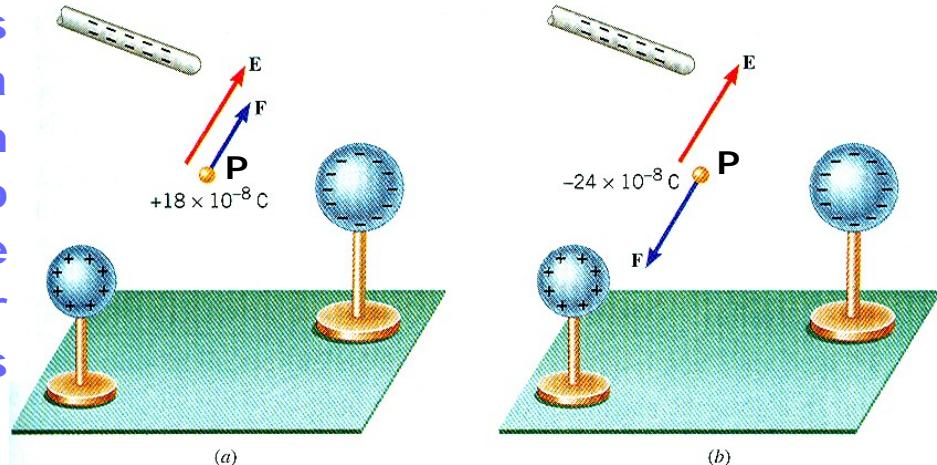
(b)

- $q < 0 \Rightarrow$ campo radial, dirigido para q

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = k \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

Exercício 4

As cargas de duas esferas metálicas e as de uma barra carregada originam um campo elétrico de 2 N/C no ponto P da figura. Determine a força elétrica sentida por uma carga em P para as situações da alínea a) e b).



Resolução:

a)

$$F = |q_0|E = 18 \times 10^{-8} \times 2 = 36 \times 10^{-8} \text{ N}$$

dado q_0 ser positiva, F aponta no mesmo sentido de E

b)

$$F = |q_0|E = 24 \times 10^{-8} \times 2 = 48 \times 10^{-8} \text{ N}$$

dado q_0 ser negativa, F aponta no sentido contrário de E



Exercício 5 (problema 1.2)



Calcule o campo elétrico no ponto P de coordenadas $(0;0,4)$, tendo em conta que $q_1=7\ \mu\text{C}$ e encontra-se na origem, e que $q_2=-5\ \mu\text{C}$ e encontra-se no eixo dos xx' a 30 cm da origem.

(nota: $1\ \mu\text{C}=1\times 10^{-6}\ \text{C}$)

Resolução:

$$E_1 = k \frac{|q_1|}{r_1^2} = 9 \times 10^9 \frac{7 \times 10^{-6}}{0,4^2} = 3,93 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$E_2 = k \frac{|q_2|}{r_2^2} = 9 \times 10^9 \frac{5 \times 10^{-6}}{0,5^2} = 1,8 \times 10^5 \text{ N/C}$$

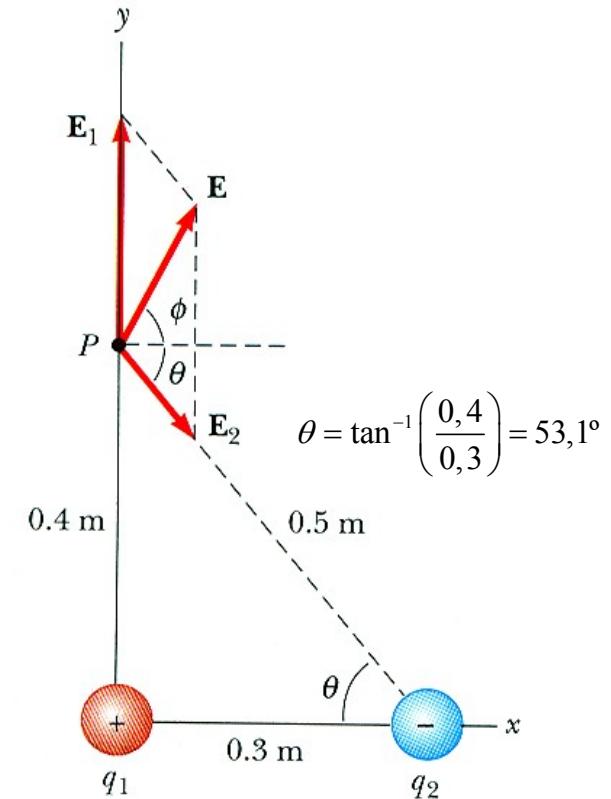
$$\vec{E}_1 = E_{1x} \hat{i} + E_{1y} \hat{j} = 0 \hat{i} + 3,93 \times 10^5 \hat{j}$$

$$\vec{E}_2 = E_{2x} \hat{i} + E_{2y} \hat{j} = 1,8 \times 10^5 \cos \theta \hat{i} - 1,8 \times 10^5 \sin \theta \hat{j} = 1,8 \times 10^5 \hat{i} - 1,44 \times 10^5 \hat{j}$$

$$\therefore \Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = 1,08 \times 10^5 \hat{i} + 2,49 \times 10^5 \hat{j} \text{ N/C}$$

$$\therefore \Rightarrow |\vec{E}| = \sqrt{(1,08 \times 10^5)^2 + (2,49 \times 10^5)^2} = 2,72 \times 10^5 \text{ N/C}$$

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{2,49 \times 10^5}{1,08 \times 10^5} \right) = 64,4^\circ$$





Princípio da Sobreposição

- Princípio de sobreposição: O campo elétrico total exercido sobre uma carga pontual de prova \mathbf{q}_o , devido a um grupo de cargas, é igual à soma vetorial dos campos elétricos de todas as cargas.

$$\vec{E} = k \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

\hat{r}_i : vector unitário dirigido de q_i para P

r_i : distância da i-ésima carga, q_i , ao ponto P (localização da carga de prova)



Admitiremos:

1. Cargas uniformemente distribuídas

Densidades de carga:

Num volume $V \Rightarrow$

$$\rho \equiv \frac{Q}{V} \quad (C.m^{-3})$$

Numa superfície de área $A \Rightarrow$

$$\sigma \equiv \frac{Q}{A} \quad (C.m^{-2})$$

Numa linha de comprimento $l \Rightarrow$

$$\lambda \equiv \frac{Q}{l} \quad (C.m^{-1})$$

2. Cargas NÃO uniformemente distribuídas:

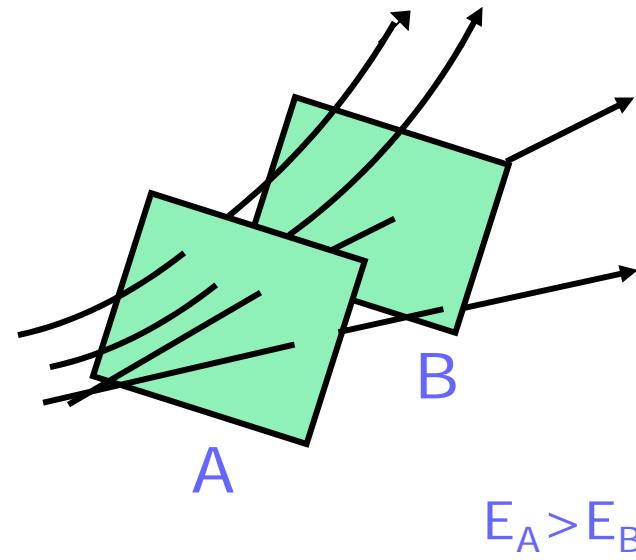
$$\rho \equiv \frac{dQ}{dV}; \sigma \equiv \frac{dQ}{dA}; \lambda \equiv \frac{dQ}{dl}$$



1.6. Linhas do Campo Eléctrico



1. \vec{E} é tangente, em cada ponto, à linha do campo eléctrico que passa pelo ponto.
2. O número de linhas, por unidade de área, que atravessam uma superfície perpendicular às linhas do campo, é proporcional ao valor do campo eléctrico na região.
3. Se E for muito grande em módulo, as linhas de campo estarão muito juntas. Inversamente, se E for pequeno as linhas de campo afastam-se.

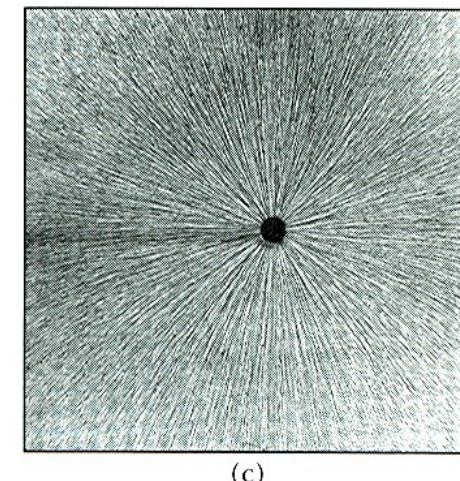
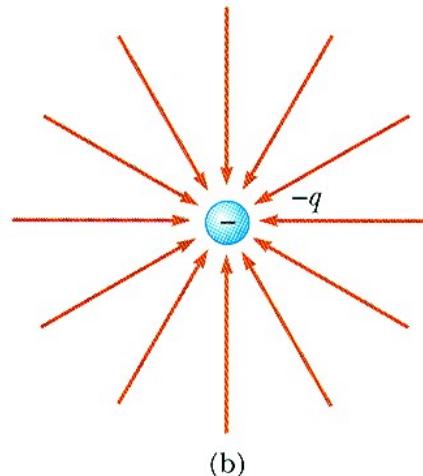
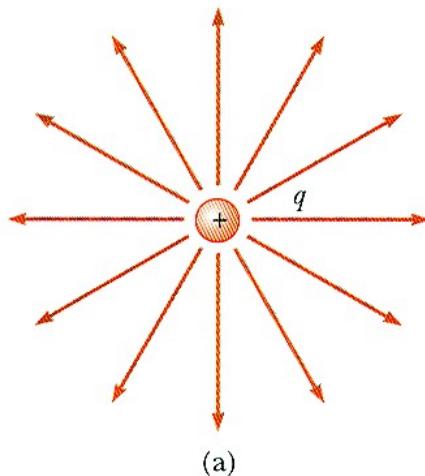




Linhas de campo elétrico associadas a uma carga pontual



- a) Para uma carga pontual positiva, as linhas apontam radialmente para fora;
- b) Para uma carga pontual negativa, as linhas apontam radialmente para dentro (para a carga).
- c) As linhas escuras são fios têxteis imersos em óleo que se alinharam com o campo elétrico produzido por uma carga elétrica no centro da figura.



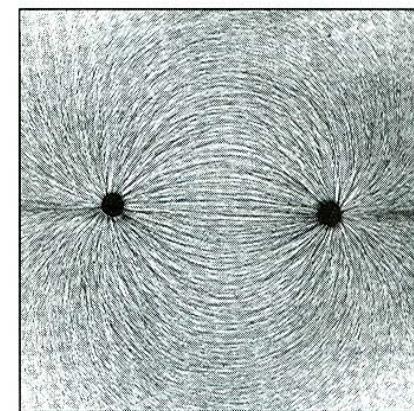
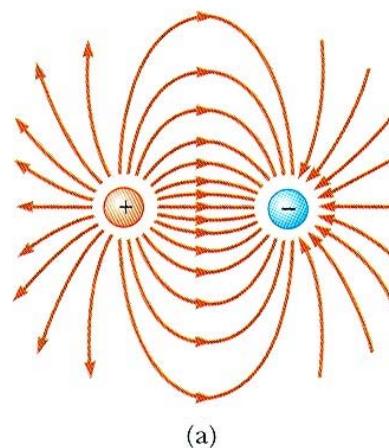


Regras para traçar as linhas de campo elétrico:

1. As linhas começam em cargas positivas (+) e terminam em cargas negativas (-), ou, no caso de haver excesso de carga, no infinito.
2. Devido à quantificação da carga, o número de linhas que saem (+), ou que se aproximam (-) de uma carga, é proporcional ao módulo da carga ($0, \pm c'e, \pm 2c'e\dots$), onde c' é uma constante.
3. Não há cruzamento das linhas do campo elétrico.

Campo elétrico produzido por duas cargas iguais (q) mas de sinal contrário.

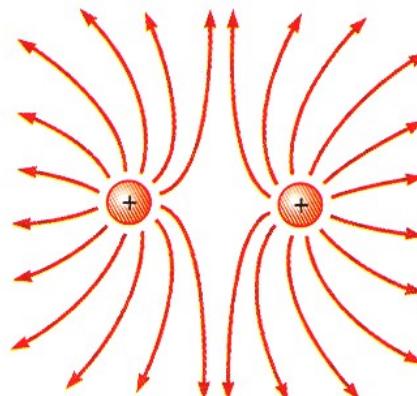
Esta configuração denomina-se de **dípolo elétrico**. O nº de linhas que começam na carga (+) é igual ao nº de linhas que chegam à carga (-).



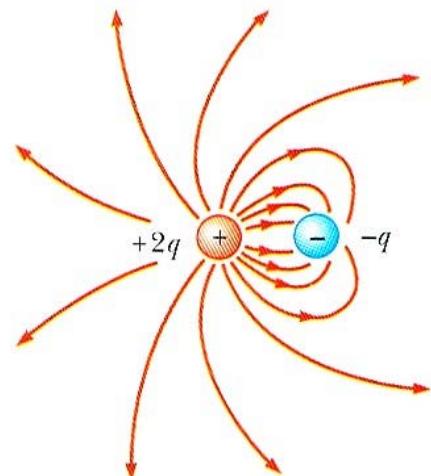
O campo elétrico é contínuo – existe em todos os pontos !!!



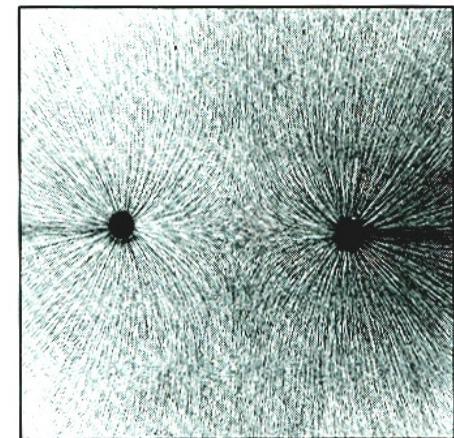
Campo elétrico produzido por duas cargas iguais (q) positivas. Na região entre as cargas existe uma enorme repulsão. Para distâncias grandes, o campo aproxima-se ao de uma carga $2q$.



(a)



Configuração de campo elétrico para uma carga $+2q$ e uma carga $-q$. Repara que para cada linha que chega a $-q$ saem duas linhas de $+2q$.



(b)



1.7. Movimento de Partículas Carregadas num Campo Elétrico Uniforme

Equivalente ao projétil num campo gravitacional uniforme.

Carga q colocada num campo elétrico \vec{E} \Rightarrow

$$\vec{F} = q\vec{E} = m\vec{a}$$

2^a Lei de Newton

m = massa da carga ; $v \ll c$

$$\vec{a} = q \frac{\vec{E}}{m}$$

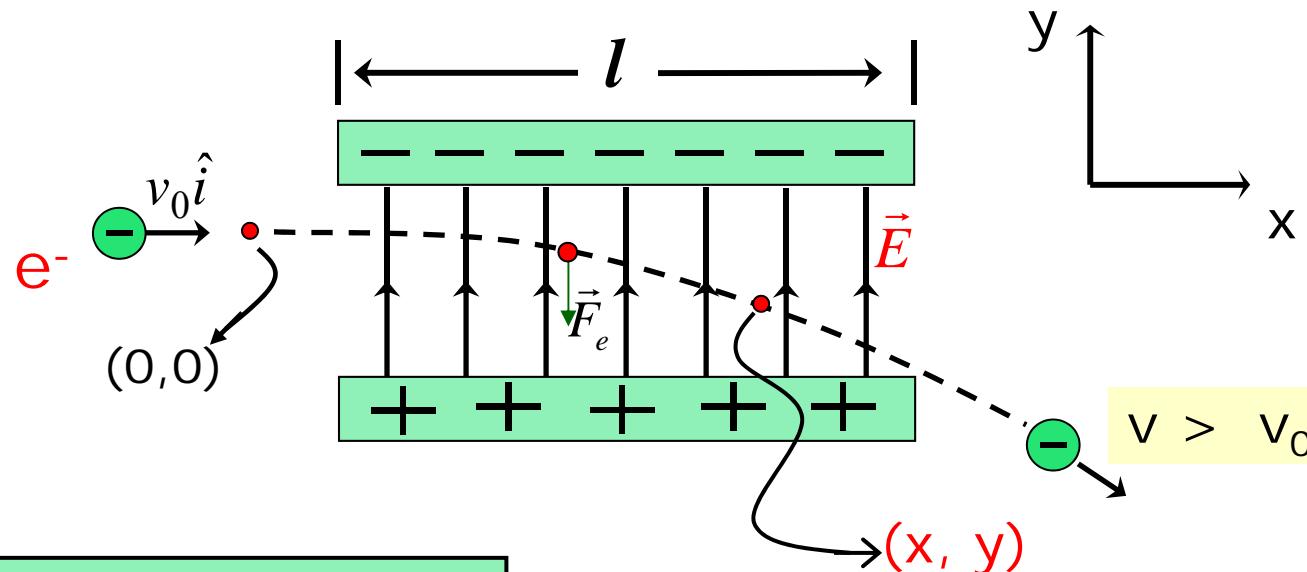
Se \vec{E} for uniforme (módulo e direção constantes)

$\Rightarrow \vec{a}$ será uma constante do movimento.

\Rightarrow Se a carga for positiva (+), a aceleração estará na direção do campo elétrico E , caso contrário estará na direção oposta.

\vec{a} constante \Rightarrow eqs. da cinemática

Exemplo:



$$\vec{a} = -\frac{qE}{m} \hat{j} = -\frac{eE}{m} \hat{j}$$

Dado que a aceleração (vertical) é constante e como $\mathbf{v}_{0x} = \mathbf{v}_0$ e $\mathbf{v}_{0y} = \mathbf{0}$, obtemos:

$$\begin{cases} v_x = v_0 = \text{const.} \\ v_y = a \cdot t = -\frac{eE}{m} t \end{cases}$$

$$(1) \quad \begin{cases} x = v_0 t \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} y = \frac{1}{2} a \cdot t^2 = -\frac{eE}{2m} t^2 \end{cases}$$



Eliminando o tempo nas equações anteriores, obtemos:

De (1):
$$t = \frac{x}{v_0}$$

Substituindo em (2):
$$y = -\frac{eE}{2mv_0^2} x^2$$
 (equação parabólica)

Esta equação dá-nos a deflexão vertical da carga por ação do campo elétrico entre as placas. *Nestes cálculos, desprezamos a força gravitacional sobre o eletrão.*

$$E = 10^4 \text{ N.C}^{-1} \Rightarrow \frac{F_e}{P} = \frac{eE}{mg} \begin{cases} \sim 10^{14} \text{ para electrões} \\ \sim 10^{11} \text{ para protões} \end{cases}$$

Exemplo de uma impressora de jato de tinta

