

Lista 5

1. Prove por indução matemática que:

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1$$

2. Prove por indução matemática que:

$$1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2, n \geq 1$$

3. Prove por indução matemática que:

$$2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + \dots + 2n = n^2 + n, n \geq 1$$

4. Prove por indução matemática que:

$$\sum_{i=1}^{n-1} i(i+1) = \frac{n(n-1)(n+1)}{3}, \forall \text{ inteiros } n \geq 2$$

5. Encontre uma expressão geral para a soma:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{n \cdot (n+1)}$$

\forall inteiros $n \geq 1$ e prove o seu resultado por indução matemática.

6. Encontre uma expressão geral para a soma:

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1) \cdot (2n+1)}$$

\forall inteiros $n \geq 1$ e prove o seu resultado por indução matemática.

7. Encontre uma expressão para a soma

$$\sum_{i=2}^n \frac{1}{i(i-1)}$$

\forall inteiros $n \geq 1$ e prove o seu resultado por indução matemática. Suponha que

$$\sum_{i=2}^n = 1 - \frac{1}{n}$$

8. Prove por indução matemática que $n^2 < 2^n$, para todos inteiros $n \geq 5$

9. Prove por indução matemática que $\forall n \geq 1$, $3^n - 2$ é ímpar.