# Examen 1

Reconocimiento de Patrones

Daniel Fragoso Alvarado

IIMAS, *UNAM*

6 de abril, 2022

---

El Cuaderno de Colab donde se realizó este examen se puede consultar en el siguiente: Link.

---

## Sección 1

1. Describa que factores deben de tener las características en una clase. Exponga un ejemplo.

   Las características de una clase deben de ser rasgos que puedan definir a esa clase en lo general, por ejemplo, pensemos en una clase *Flores*, entre las características que distinguen a esta clase esta que cuentan con: *Pétalo, Antera, Filamento, Ovario, Sepalo, Receptáculo, Estigma, Estilo, Pistilo, Pedúnculo*, etc. Estas características definen a una flor, y la diferencia de cualquier otra clase como la clase *Animal*.

2. Describa que factores deben de tener las características de diferentes clases. Exponga un ejemplo.

   En este caso, las características tangibles y en común entre los patrones que deseamos clasificar son aquellos que debemos de recopilar para poder generar la diferencia. Por ejemplo, tomemos de nuevo el ejemplo de las flores, entre las flores existen especies que tienen como rasgos cierto rango entre las características en común como color, tamaño del pétalo, tamaño del sépalo, tamaño de pistilo, según la especie estos pueden variar en un cierto rango, y a partir de estos podemos diferencias las clases, que es similar al ejemplo clásico que se hace con el conjunto de datos *Iris*.

3. Suponga que tiene un conjunto de piezas de lego. Que criterio utilizaría para clasificarlos. Justifique su respuesta.

   En primera instancia, el *número de bloques que representan*, el *número de bloques sobre los cuales se pueden insertar la pieza*, *largo*, *ancho* y *altura*; dado que el color es irrelevante para clasificar el tipo de pieza la podemos descartar, y dado que algunas piezas tienen algunas curvaturas, o son de remate para la construcción, no siempre podemos insertar más bloques sobre estas, así que otra característica podría ser *número de bloques que se pueden insertar en la pieza*, para las piezas circulares podemos pensar en la característica *Número de Esquinas*.

4. ¿Qué es un vector de características? ¿Como representaría un vector de características de 4 dimensiones?

   Un vector de características es aquel donde se representan las características de un patrón en específico. Según las características que se hayan elegido, este vector se puede convertir en un vector, categórico, binario, entero, real.

   Y la forma en que se me ocurre representar 4 características de patrón es:

   $$\vec{x} = [x_1, x_2, x_3, x_4]$$

5. A partir de la siguiente lista de puntos identifique el outlier.

   Entendemos por *Outliner* (valores atípicos) puntos de datos que están lejos de otros puntos de datos. En otras palabras, son valores inusuales en un conjunto de datos.

   Una forma de encontrar estos valores de forma relativamente simple, y es mediante la comparación directa de coordenada a coordenada:

$$[5.36, 13.75], [5.84, 15.32], [6.51, 13.98], [6.7, 16.23], [6.89, 15.13], [10.56, 14.46], [12.14, 15.51], [25.74, 16.85]$$

   En si, los puntos ya se encuentran bastante dispersos, por lo que es difícil de entrada definir que tanto es disperso. En general en el eje $y$ los datos se recorren en un rango bastante suave entre 13 y 17. En cuanto a la comparación de la coordenada $x$. En este caso, sí hay un salto abrupto de 12 a 25, por lo que se podría considerar a este como un valor atípico:

$$[25.74, 16.85]$$

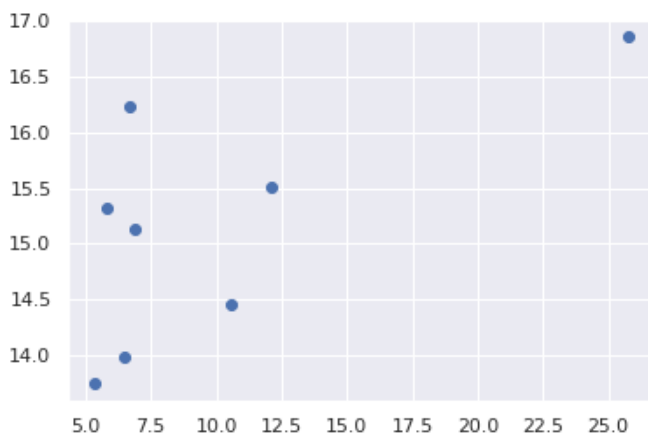
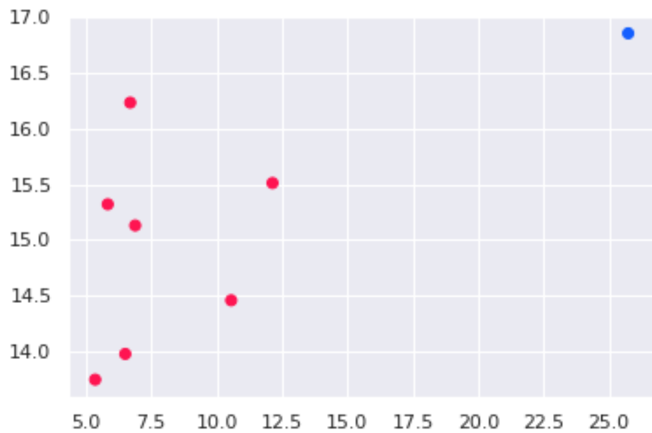
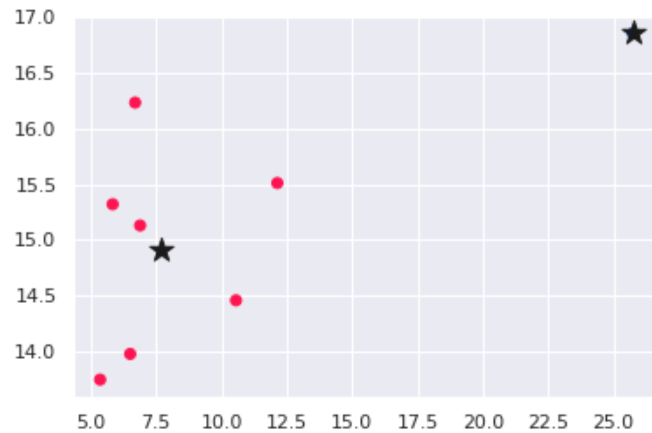



Figura 1: Puntos Gráficados

   Otra forma de hacerlo es generando un cluster al rededor de del conjunto más grande de datos, al intentar ajustar los valores dispersos, no van a pertenecer a este primer grupo; vamos a realizar este ejemplo usando k medias implementado en sklearn, para k = 2, el código se puede encontrar en el Colab:




(a) Coloreadas por clases.




(b) Visualizando los clusters.

Como era de esperarse el cluster agrupa los valores más cercanos entre si, y aquellos lejanos los pone en otra clase, logrando así que identifiquemos esos valores atípicos.

6. De acuerdo con el procesamiento de imágenes, ¿cual es el objetivo de utilizar imágenes en escala de grises?

   Como en todo depende de lo que estemos buscando con nuestro procesamiento, en general se suele usar imágenes a blanco y negro debido a que la representación de la matriz en escala de grises se representa mediante valores con secuencia lineales por cada píxel, en total se pueden representar 256 sombras, sin embargo, una imagen de colores, un píxel es representado por una combinación de los colores primarios, que se almacenan en una estructura de 3 matrices, lo que es más costoso en el procesamiento y futuros usos de la imagen, de lo que lo es una imagen a blanco y negro.

7. ¿Cual es el objetivo de la segmentación de una imagen?

   El principal proceso es encontrar regiones de interés, es decir no siempre va a ser bueno analizar toda la imagen, porque puede ser muy costoso cuando se tratan de análisis de demasiadas imágenes, o en imágenes de muy alta resolución. Así que podemos seccionarla, y mantener aquellas regiones que sí sean de nuestro interés.

8. ¿Desde el punto del dominio de reconocimiento de Patrones que es un Patrón?

   Entendemos por Patrón, al conjunto de características o atributos que describen un objeto, el cual dentro de este contexto buscamos asociar a una clase.

9. Utilice una descripción lógica para describir una pelota de baloncesto.

   Generemos una descripción básica.

   **Balón de Baloncesto**: Objeto, naranja, redondo, de superficie rugosa y opaca.

10. ¿Que es una superficie de decisión?

    Como sabemos hasta ahora, gran parte de los algoritmos de clasificación trabaja a partir de *función de decisión*, que tiene la capacidad de generar una separación entre las clases. Si embargo, no siempre es claro cual es ese límite. Una superficie de decisión entonces es una forma de visualizar la forma en que el algoritmo dividió el espacio de características para clasificar cada muevo patrón.

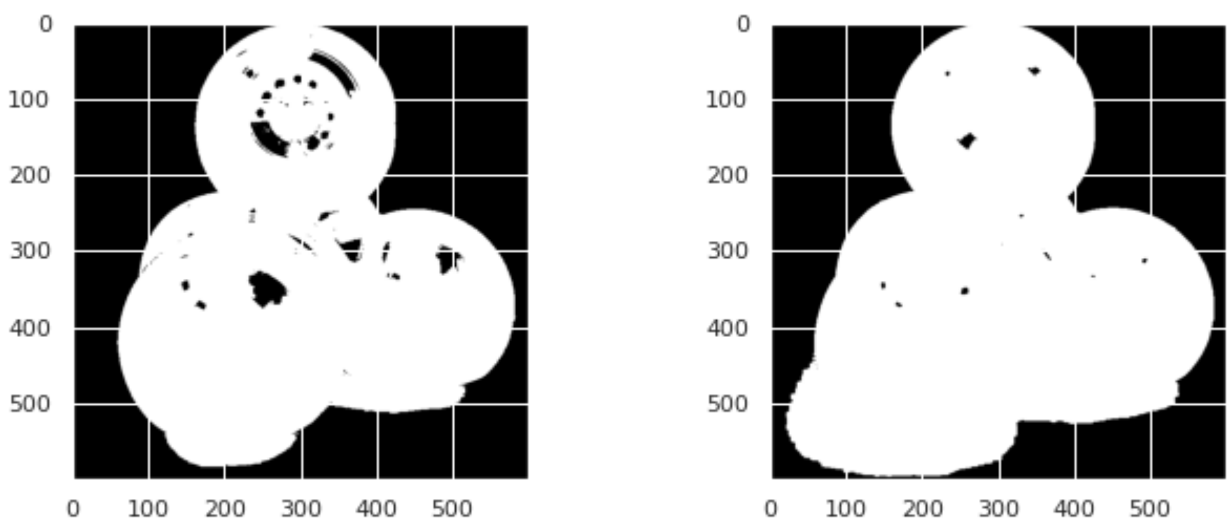
11. ¿Qué es una medida de similitud? Describa un ejemplo.

    Una medida de similitud es una función que nos indica que tan similares son dos patrones. Se usa para definir las agrupaciones que el algoritmo va a generar. El ejemplo más básico que se me ocurre es la distancia euclidiana. Si tenemos dos patrones, digamos (0, 1) y (0, 0.5), la distancia euclidiana entre ellos solo será 0.5, algo relativamente pequeño, si hay datos más alejado, estos dos patrones son bastante similares entre ellos, y por lo tanto suena conveniente agregarlos al mismo agrupamiento.

12. ¿Qué función de Python utilizaría para distinguir el área del objeto de la siguiente figura?

    Para reconocer el área de la imagen podemos pensar en convertirla a una imagen binaria, podemos hacer uso de la librería `cv2`, posteriormente convertimos a una imagen en escala de grises con la función `cv2.cvtColor`, y el atributo `cv2.COLOR_RGB2GRAY`, finalemente convertimos a una imagen binaria mediante la función límite de la librería `cv2.threshold`, haciendo uso del atributo `cv2.THRESH_BINARY_INV`, el resultado se muestra en el inciso (*a*) de la siguiente figura.

    También podemos generarla mediante el uso de la librería `skimage`, en este caso al igual que antes, vamos a cargar la imagen, y vamos a convertir la imagen a una en escala de grises, mediante la función `skimage.color.rgb2gray`, y finalente vamos a definir una cota superior $t$ a partir de la cual vamos a filtrar la imagen en escala de grises, simplemente aplicando una sentencia lógica `gray_image < t`, en este caso se legio $t = 0.98$, el resultado se puede observar en el inciso (*b*).




(a) Primer forma.

(b) Segunda forma.

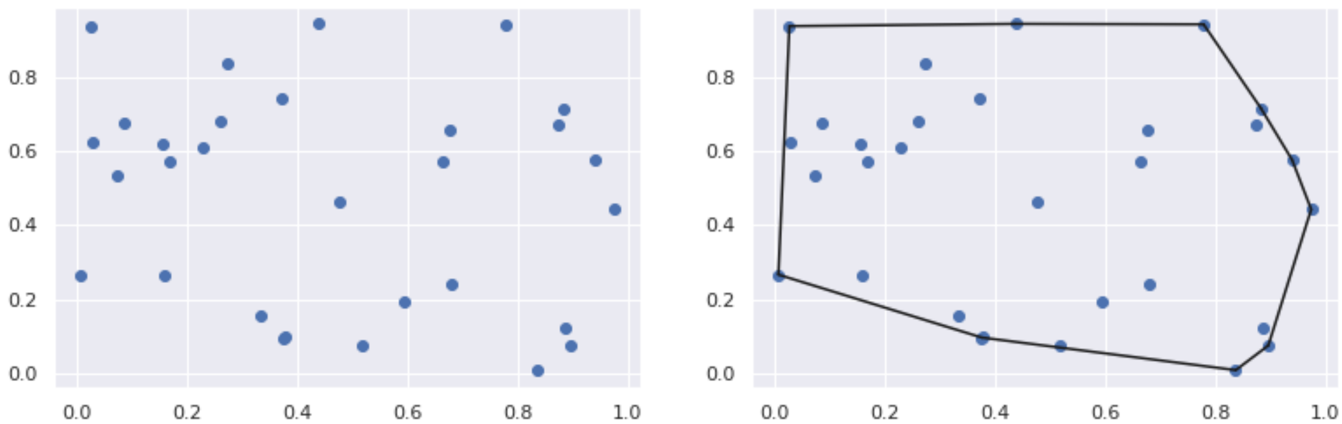
13. ¿Cuál es la utilidad de la Normalización en Reconocimiento de Patrones?

    Debido a que no siempre nuestros datos están perfectamente limpios, y agrupados de forma natural, cuando intentamos generar agrupamientos pueden generarse debido a datos dispersos un sobre ajuste, por lo que los resultados podrían no ser tan óptimos, así la normalización de los datos reduce el rango de nuestros datos, haciendo que estos datos dispersos no afecten al algoritmo de forma significativa.

14. ¿Para qué sirve el convexHull y describa un ejemplo en Python?

    La convexHull se trata de una cobertura convexa más pequeña posible de forma que todos los puntos, o patrones, se encuentren dentro de esta cobertura. Una de sus principales aplicaciones dentro de nuestro contexto es para identificar bordes de conjuntos de datos, como en imágenes de las que deseamos obtener una región en especifico.

Para implementar un ejemplo, primero debemos de tener implementado el algoritmo que genere la cobertura. Dentro de Python existe la librería `scipy` la cual ya cuenta con el algoritmo. Imaginemos que tenemos un conjunto de datos, los cuales podemos gráficar como se muestra en la figura *a*), a este conjunto de puntos le aplicamos el algoritmo y nos regresara una lista de aristas entre los puntos, que minimizan esta cobertura convexa, el resto es gráficar todas las aristas como en la figura *b*).




(a) Datos

(b) Cobertura

15. ¿Para qué sirve obtener el histograma de una imagen en Procesamiento de Imágenes?

    El histograma de una imagen es una representación de la distribución que existe de las distintas tonalidades de grises, o bien de los colores, a partir de la relación de los píxeles de la imagen. Su utilidad radica en la inspección de la imagen, sobre sí hay ruido, y las posibles modificaciones que se pueden realizar para generar un mejor procesamiento, si es necesario modificar de forma adecuada la exposición de los tonos según lo requiramos.

## Sección 2

1. Proporcione un conjunto de datos en el que en el que el kNN nos de mejores resultados que el clasificador NN. Grafique los resultados en Python.

   Para que esto pase solo necesitamos que un patrón de una clase sea el más cercano al patrón que deseemos clasificar, peor que este relativamente alejado del cumulo principal de su clase, mientras que el punto se encuentra más cerca al resto patrones de la clase centraría.

   Propongamos al patrón que deseamos clasificar $P$:

$$P = (5, 5)$$

   Y al conjunto de valores, los primeros valores serán su primera y segunda características,y la tercera entrada es su clase:

$$[5.5, 5.5, 1], [5.8, 6.5, 1], [6.5, 6, 1], [6, 6, 1], [6.5, 6.5, 1], [6.5, 7, 1]$$

[4, 5, 2], [5, 4, 2], [4.3, 4.5, 2], [4, 4, 2], [4.5, 4, 2], [4, 4.5, 2]

Vamos a gráficar el conjunto, y vamos a asiganr un color asociado a su clase:

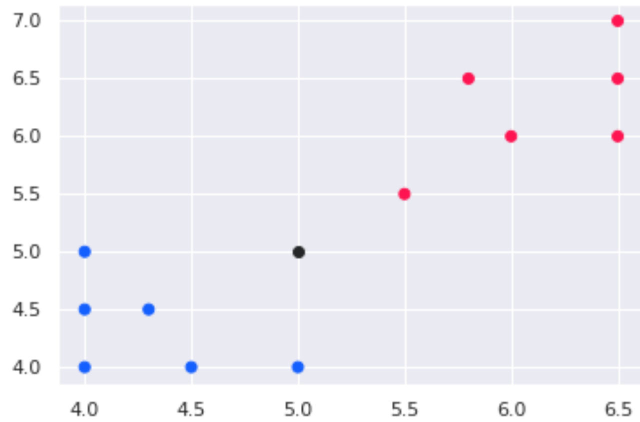



Figura 5: Puntos Gráficados.

Notemos que el patrón más cercano es de la clase 1, sin embargo, en general se encuentra más cerca de la clase 2, por lo que una mejor clasificación para nuestro patrón es en la clase 2. lo cual se logra al aumentar el, valor de k.

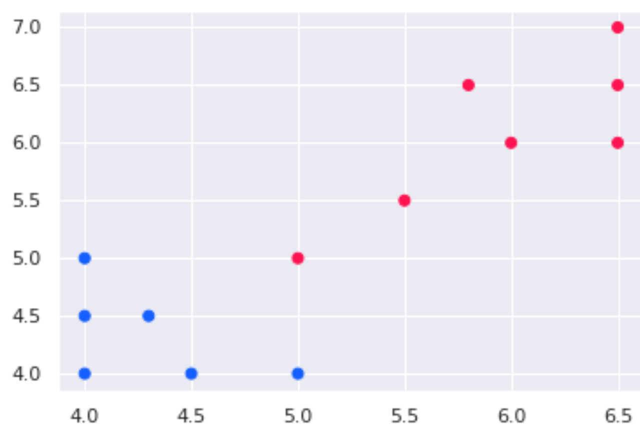



Figura 6: Clasificación con k = 1

**NN**

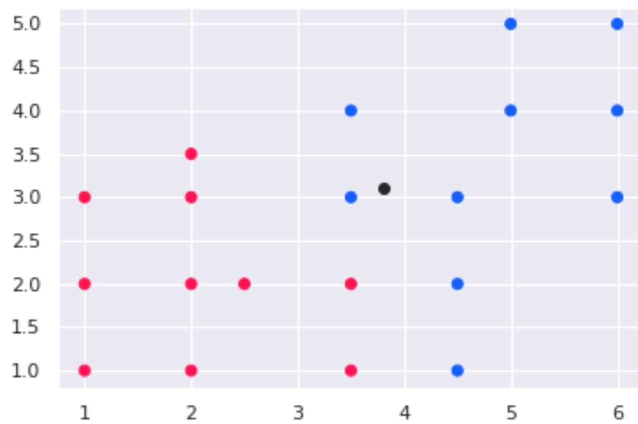
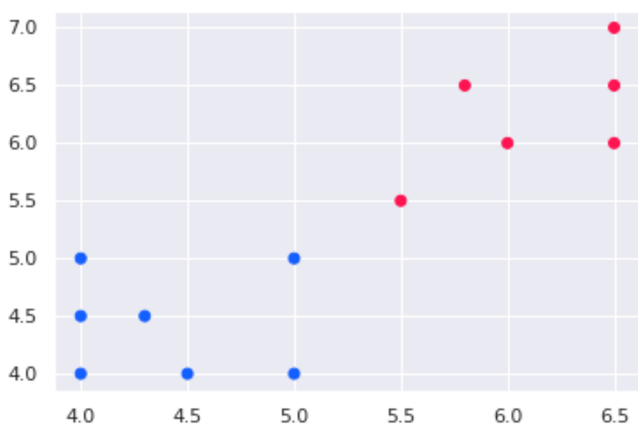
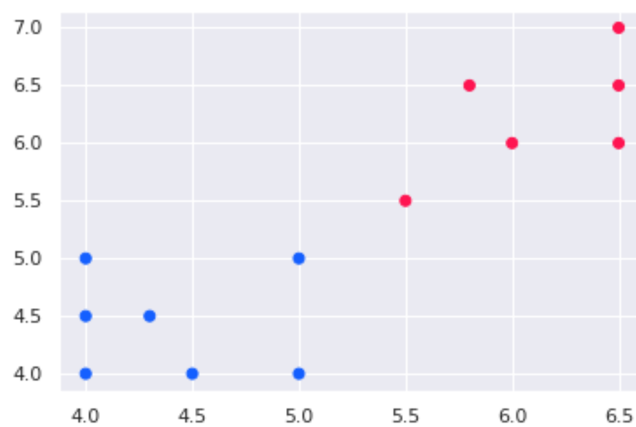



Figura 7: Clasificación k = 1

### KNN




(a) Clasificación k = 3




(b) Clasificación k = 5

2. Considere el conjunto bidimensional de los siguientes patrones.

$$(1,1,1),(1,2,1),(1,3,1),(2,1,1),(2,2,1),(2,3,1),(2,3.5,1)$$
$$(2.5,2,1),(3.5,1,1),(3.5,2,1),(3.5,3,2),(3.5,4,2),(4.5,1,2)$$
$$(4.5,2,2),(4.5,3,2),(5,4,2),(5,5,2),(6,3,2),(6,4,2),(6,5,2)$$

En el vector, el primer elemento es la característica 1 y el segundo elemento es la característica 2 y el tercer elemento es la clase.

*a*) Grafique los puntos.
Vamos a gráficar el conjunto, y vamos a asiganar un color asociado a su clase:

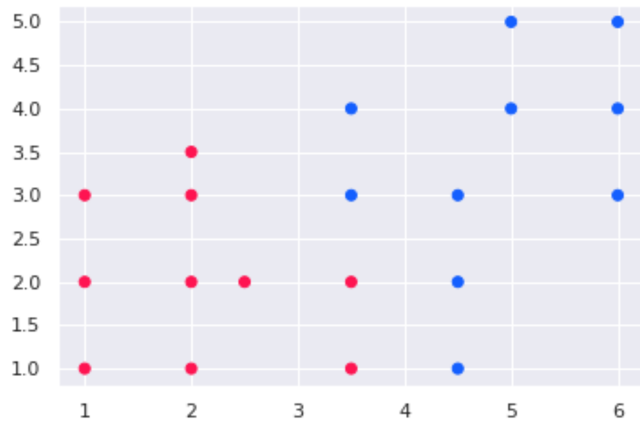



Figura 9: Puntos Gráficados.

*b*) Si el patrón de prueba P es (3.8,3.1) encuentre la clase a la que pertenece P usando el algoritmo NN. Primero vamos a gráficar el patrón con el resto de la gráfica, se muestra en negro en la siguiente figura: Observemos que podemos identificar las distancias más cercanas al patrón:

$$P = (3.8, 3.1)$$

$$\begin{aligned}
&C_2 : \\
&\|P-(3.5,3)\| = \sqrt{(0.3)^2+(0.1)^2} \approx 0.31 \\
&\|P-(4.5,3)\| = \sqrt{(0.7)^2+(0.1)^2} \approx 0.707 \\
&\|P-(4.5,2)\| = \sqrt{(0.7)^2+(1.1)^2} \approx 1.30 \\
&\|P-(4.5,4)\| = \sqrt{(0.7)^2+(0.9)^2} \approx 0.94 \\
&C_1 : \\
&\|P-(3.5,1)\| = \sqrt{(0.3)^2+(2.1)^2} \approx 2.12 \\
&\|P-(3.5,6)\| = \sqrt{(0.3)^2+(1.1)^2} \approx 1.14 \\
&\|P-(2.5,2)\| = \sqrt{(1.3)^2+(1.1)^2} \approx 1.70
\end{aligned}$$

La distancia más pequeña es con el patrón $(3.5, 3,$ así que para un vecino va a tomar su clase la cual es la clase 2. Repetiremos el proceso con código, definimos nuestra función de K-nn, y generamos la clasificación eligiendo la **distancia euclidiana** como medida, y como era de esperarse para un solo vecino tenemos que pertenece a la clase 2

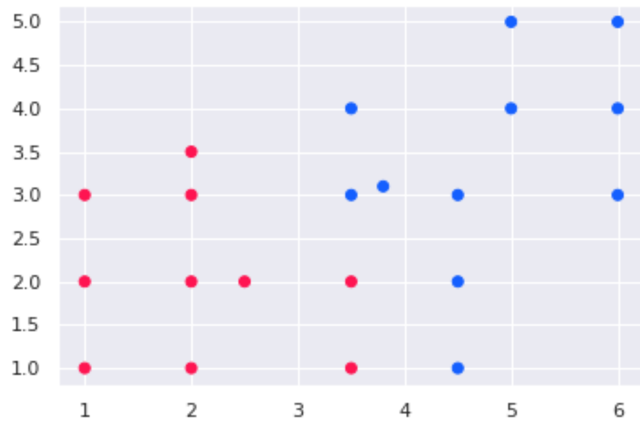



Figura 10: Patrón.

*c*) Encuentre la clase a la que pertenece P usando el kNN donde k = 3.
Notemos que las distancias más pequeñas son 0.31, 0.70, 0.94 para los patrones $(3.5, 3)$, $(4.5, 3)$ y $(4.5, 4)$ respectivamente, los tres parte de la clase 2, por lo que de nuevo toma la clase 2. Repitamos el proceso con nuestro código y grafiquemos.

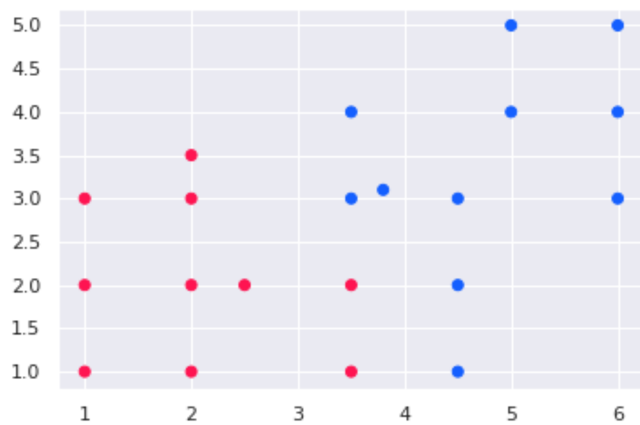



Figura 11: Clasificación k = 3

3. Construya la frontera de decisión para resolver una compuerta lógica AND de dos entradas, con pesos de $w_1 = 0.2$, $w_2 = 0.3$

La compuerta de decisión AND, tiene la forma:

| $A$ | $B$ | $X$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Tenemos nuestro vector de pesos:

$$\vec{w} = [0.2, 0.3]$$

Y si deseamos una función de decisión lineal, para dos dimensiones como es el caso, entonces tiene la forma:

$$d(\mathbf{x}) = w_1x_1 + w_2x_2 + w_3 = 0$$

de forma que usando nuestro vector de pesos tenemos la ecuación:

$$d(\mathbf{x}) = 0.2x_1 + 0.3x_2 + w_3 = 0$$

Aun requerimos el valor de $w_3$, para esto, vamos a cambiar la estructura y observar cual se adapta mejor:

$$x_2 = -0.2x_1 \cdot \frac{1}{0.3} - w_3 \cdot \frac{1}{0.3} = -\frac{2}{3} \cdot x_1 + a$$

Donde $a = -w_3 \cdot \frac{10}{3}$. En esta forma tenemos la forma general de una recta, y sabemos que el valor de a representa el movimiento sobre el eje y. Notemos que la ecuación puede tomar como valores de $a$ a partir de 1, ya que ese es el punto de la clase más lejano: $(0, 1)$, el patrón perteneciente a la otra clase es $(1, 1)$, solo basta sustituir este patrón para obtener el valor límite de a:

$$a = 1 + \frac{2}{3} \cdot 1 = \frac{5}{3}$$

Es decir que las gráficas que logran separar las clases son: $x_2 = -\frac{2}{3} \cdot x_1 + a$ , con $a \in (1, \frac{5}{3})$, regresemos en nuestros cambios de variables para encontrar la estructura general.

Dado que $a = -w_3 \cdot \frac{10}{3}$ entonces, $x_3 = -a\frac{3}{10}$, entonces el rango para $w_3$ es $(-0.3, -0.5)$. Por lo tato el conjunto de funciones de desición son:

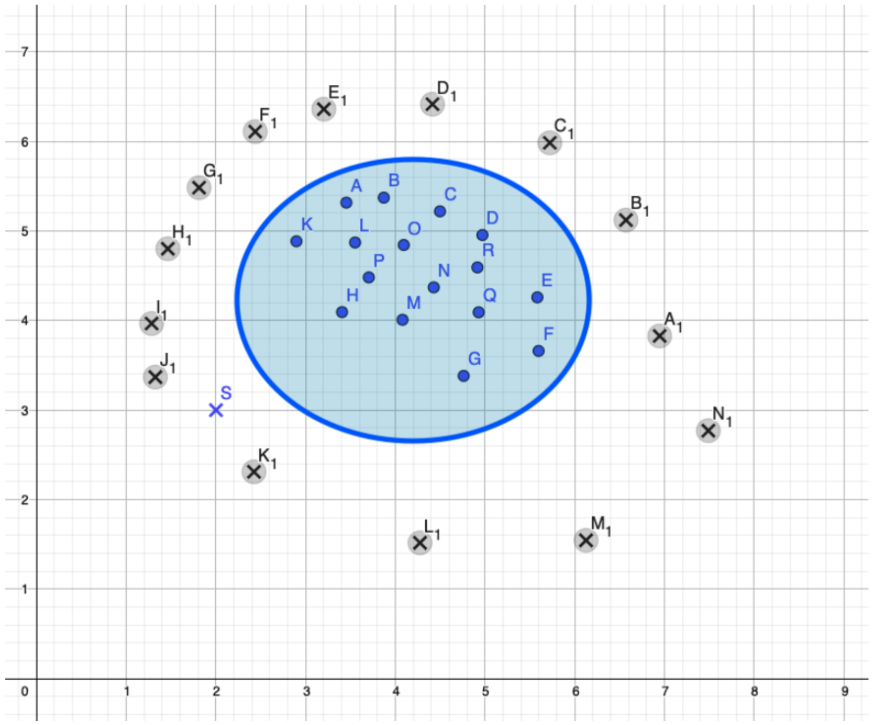
$$d(\mathbf{x}) = 0.2x_1 + 0.3x_2 + w_3 = 0 \text{ , donde } w_3 \in (-0.3, -0.5)$$

Para no tomar un valor muy cercan a alguna de las dos clases tomaremos el valor medio: 0.4. Por lo que finalmente la frontera de decisión estará definida por:

$$0.2x_1 + 0.3x_2 - 0.4 = 0$$

4. Describa la función de decisión que separa a las dos clases $W_1$, representada por las X y $W_2$ representada por los puntos. Obtenga alguna de las funciones que separen a estas dos clases.

   Vamos a suponer que el punto $S$ pertenece a la clase $W_1$.




La función de decisión general, que debería de seguir la estructura general de una elipse para poder cubrir todos los puntos de la clase $W_2$ sin tomar ninguno de la clase $W_1$; tal como se muestra en la imagen de arriba. Para obtener entonces una de las funciones que separan el conjunto, vamos a tomar la estructura general de la elipse, y vamos aasignar parámetros a partir de lo que podemos observar:

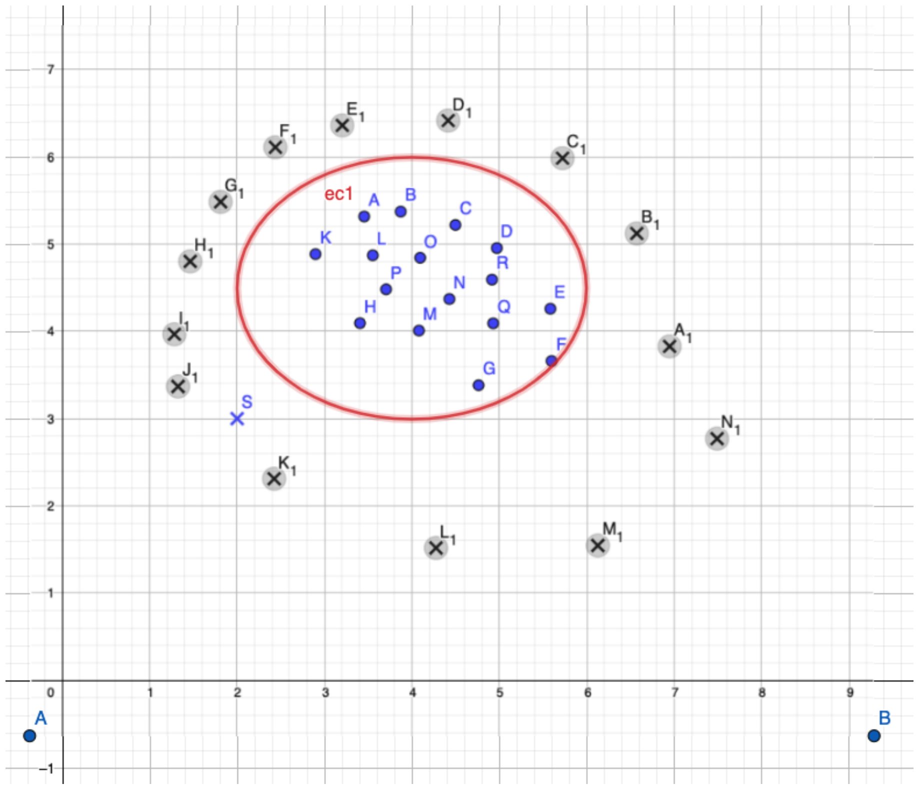
El centro de la elipse se encuentra en el punto $(h, k)$, la ecuación es:

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

Vamos a considerar al centro como $(4, 4.5)$, luego veamos que el patrón no se extiende más allá de $x = 2$ y $x = 6$, así que hagamos $a = 2$, además, la clase tampoco se extiende más allá de $y = 6$ y $y = 3$, por lo que $b = 1.5$, por lo tanto la función general se ve de la siguiente forma:

$$\frac{(x-4)^2}{2^2} + \frac{(y-4.5)^2}{1.5^2} = 1$$

Podemos ver esta función si sobreponemos la imagen del patrón en GeoGebra, como se muestra a continuación:




Esta sería una de las funciones que dividen ambas clases.