LSGV PK201901 Maag

Aufgabe 1

x = ha Kartoffeln; y = ha Zuckerrüben
1. $x + y \leq 90$
2. $y \geq 50$
3. $400x + 200y \leq 24000$
4. $G = 450x + 150y$
5. $x \geq 0; y \geq 0$

Als LGS
A1: $x + y \leq 90$
B1: $y \geq 50$
C1: $4x + 2y \leq 240$

B1 in A1:
A2: $x + 50 \leq 90$
A3: $x \leq 40$
B1 in C1
C2: $4x + 2 \cdot 50 \leq 240$
C3: $4x \leq 140$
C4: $x \leq 35$

Der Gewinn wird maximal für x = 35 und y = 50.

Aufgabe 2

x = Flugzeug vom Typ A; y Flugzeug vom Typ B

K = 4000x + 1000y
1. $x \leq 11; y \leq 8$
2. $200x + 100y \geq 1600$
3. $6x + 15y \geq 96$

Als LGS:
A1:$x \leq 11$
B1:$y \leq 8$
C1: $2x + y \geq 16$
D1: $6x + 15y \geq 96$

C2: $x \geq 8 - \frac{1}{2}y$
C2 in D1
D2: $6(8 - \frac{1}{2}y) + 15y \geq 96$
D3: $48 - 3y + 15y \geq 96$
D4: $12y \geq 48$

D5: $y \geq 4$

Aufgabe 3

a)

g1: $\begin{pmatrix} -4 \\ -8 \\ 0 \end{pmatrix}$ + r $\cdot$ $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 15 \end{pmatrix}$
g2: $\begin{pmatrix} 24 \\ 32 \\ 0 \end{pmatrix}$ + s $\cdot$ $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 20 \end{pmatrix}$
g1 = g2
Als LGS:

A1: -4 + r = 24 - s
B1: -8 + r = 32 - 2s
C1: 15r = 20s
A2: r = 28 - s
C2: 15(28 - s) = 20s
C3: 420 - 15s = 20x
C4: 420 = 35s
C5: s = 12
s in g2:
P = $\begin{pmatrix} 24 \\ 32 \\ 0 \end{pmatrix}$ + 12 $\cdot$ $\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 20 \end{pmatrix}$
$\begin{pmatrix} 24 \\ 32 \\ 0 \end{pmatrix}$ + $\begin{pmatrix} -12 \\ -24 \\ 240 \end{pmatrix}$
P = (12 ‖ 8 ‖ -240)

b)

Geschwindigkeit(Weg/Zeit):

$\vec{PQ} = \begin{pmatrix} 10 \\ 20 \\ 456 \end{pmatrix}$
$\|\vec{PQ}\| = \sqrt{10^2 + 20^2 + 456^2} = 456{,}548$ km
V = $\frac{456{,}548}{60}$
V = 7,60913 $\frac{km}{h}$

Aufgabe 4

a)

E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \\ 0 \end{pmatrix}$

b)

$\vec{n} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$
E: -4x -3z = d
d = -4 * 6 - 3*3
d = -24 - 9
d = -33
E: -4x -3z = -33
E: 4x + 3z = 33

c)

Gerade Durch den Stützpunkt der Fahnenstange in Richtung des Normalenvektors der Ebene und somit auch durch die Ebene.

q: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
q in E

$4(4 + 0 \cdot r) + 3(3 + r) = 33$
$16 + 9 + 3r = 33$
$25 + 3r = 33$
$3r = 8$
$r = \frac{8}{3}$
r in q

$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \frac{8}{3} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{8}{3} \end{pmatrix}$
$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ \frac{17}{3} \end{pmatrix}$

Aufgabe 5

Höhe der Pyramide

E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \text{r} \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \text{s} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 6 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\vec{n} = \begin{pmatrix} -28 \\ 28 \\ 56 \end{pmatrix} \ \|\vec{n}\| = \sqrt{(-28^2) + 28^2 + 56^2} = 56$

H Normalform:

$\frac{1}{56} \cdot \begin{pmatrix} -28 \\ 28 \\ 56 \end{pmatrix} \left[\vec{x} - \begin{pmatrix} 8 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} \right] = 0$

P in H Form

d $= \|\frac{1}{56}(-28 * (1-8) + 28 * (7-4) + 56 * (56-2))\|$
d $= \|\frac{1}{56}(-28 * -7 + 28 * 3 + 56 * 54)\|$
d $= 59$

Aufgabe 6

a)

Die Matrix A gibt an wie viel Material für ein Basisregal und eines Anbauregals benötigt werden.
Die Matrix B gibt an wie viel Material für den Bau eines Regals Typ A und Typ B benötigt werden.

b)

$$\text{A} \cdot \text{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \\ 20 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{A} \cdot \text{B} = \begin{pmatrix} 2*1+1*1 & 2*1+1*2 \\ 5*1+4*1 & 5*1+4*2 \\ 20*1+0*1 & 20+0 \\ 0+16 & 2*16 \end{pmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 9 & 13 \\ 20 & 20 \\ 16 & 32 \end{pmatrix}$$

Das Produkt der Beiden Matrizen A und B beschreibt den gesamten Materialverbrauch für die Herstellung eines Regals beider Typen.

c)

$$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 9 & 13 \\ 20 & 20 \\ 16 & 32 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 50 \\ 155 \\ 300 \\ 320 \end{pmatrix}$$