Lsg Vorschlag A+N Ü004 Maximilian Maag

Aufgabe 1

a)

$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{4^k}$
$\lim \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1^k}{4^k}$
$\lim \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{4}^k$
q $= \frac{1}{1-\frac{1}{4}} = 1 * \frac{4}{3}$
q $= \frac{4}{3}$

b)

Alternierende Reihe
$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k * q^k$
$q = \frac{a_{n+1}}{a_n}$; $q = \frac{\frac{3}{2}}{3}$
$q = \frac{3}{2} * \frac{1}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k * \frac{1}{2}^k * 3$
$\lim \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k * \frac{1}{2}^k * 3$
$= \lim (-1)^k * \lim \frac{1}{2}^k * \lim 3$
$= \lim (-1)^k * 0 * \lim 3$, Ein Produkt wird Null wenn einer der Faktoren 0 ist.
$\lim \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k * \frac{1}{2}^k * 3 = 0$

c)

$\sum_{k=0}^{\infty} \{\frac{2}{5}^{k+1} + \frac{4}{5}^k\}$
$\lim \sum_{k=0}^{\infty} \{\frac{2}{5}^{k+1} + \frac{4}{5}^k\} = \lim \frac{2}{5}^{k+1} + \lim \frac{4}{5}^k$
$= \lim \frac{2}{5}^{k+1} + \lim \frac{4}{5}^k$
$q_1 = \frac{1}{1-\frac{2}{5}}$; $q_2 = \frac{1}{1-\frac{4}{5}}$
$q_1 = \frac{1}{\frac{3}{5}} = \frac{5}{3}$
$q_2 = \frac{1}{1-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\frac{1}{5}}$
$q_2 = 1 * \frac{5}{1} = 5$
$q = \frac{20}{3}$

Aufgabe 2

a)

$\frac{7}{10} * \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{10}^k$
$\frac{7}{10} * \lim \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{10}^k$
$\frac{7}{10} * \frac{1}{1-\frac{1}{10}}$
$\frac{7}{10} * \frac{1}{\frac{9}{10}}$
$\frac{7}{10} * \frac{10}{9} = \frac{70}{90} = \frac{7}{9}$

b)

$\frac{84}{100} * \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{100}^k$
$\frac{84}{100} * \lim \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{100}^k$
$\frac{84}{100} * \frac{1}{1-\frac{1}{100}}$
$\frac{84}{100} * \frac{100}{99} = \frac{8400}{9900}$
$= \frac{84}{99}$

c)

$\frac{123}{1000} * \lim \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{1000}^k$
$\frac{123}{1000} * \frac{1000}{999} = \frac{123000}{999000}$
$g = \frac{123}{999}$

Aufgabe 3

a)

Majorantenkriterium.
$a_k = \frac{1}{10^k+10k}$ $b_k = \frac{1}{10^k}$
$a_k < b_k$ Aus der Konvergenz der Reihe $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{10}^k$ folgt die Konvergenz von $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{10^k+10k}$

b)

$\sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k * \frac{k^2+7}{k^3}$
$\lim \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^2+7}{k^3}$, ist eine Nullfolge es gilt Leibnitz-Kriterium für Konvergenz.

c)

$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k}{k!}$
$a_k = \frac{2^k}{k!}$
$\lim \frac{2^k}{k!} = 0$, a_k ist eine Nullfolge.
Daraus folgt nach Leibnitz-Kriterium, dass $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{2^k}{k!}$ konvergiert, da $\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k * \frac{2^k}{k!}$ ebenfalls konvergiert.