Lsg Vorschlag A+N Ü008 Maximlian Maag

Aufgabe A

- stimmt nicht
- stimmt nicht
- stimmt
- stimmt nicht
- stimmt

Aufgabe B

$f(x) = x^3 - x - 2$; $f'(x) = 3x^2 - 1$
Newton'sche Näherung:
$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
$x_{n+1} = x_n - \frac{x^3-x-2}{3x^2-1}$

$x_1 = 1 - \frac{1^3-1-2}{3*1^2-1} = 2$
$x_2 = 2 - \frac{2^3-2-2}{3*2^2-1} = 1,636363636$
$x_3 = 1,521441465$; $x_4 = 1,52137971$; $x_5 = 1,521379707$

Aufgabe 1

a)

Kostenkehre entspricht Wendepunkt.
$K(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 16x + 10$
$K'(x) = x^2 - 10x + 16$
$K''(x) = 2x - 10$
$K''(x) = 0$
$0 = 2x - 10$
$10 = 2x$
$5 = x$
Die Kostenkehre liegt bei 5 produzierten Einheiten.

b)

Zeichnen muss aufgrund meiner Sehbehinderung leider entfallen.

c)

$g(x) = 10x - (\frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 26x + 10)$
$g(x) = 10x - \frac{1}{3}x^3 + 5x^2 - 26x - 10$
$g(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 5x^2 - 16x - 10$

Ableitungen:
$g'(x) = -x^2 + 10x - 16$ $g''(x) = -2x + 10$

Der maximale Gewinn ist eine lokales Maximum der Funktion g(x).
Ansatz: $g'(x) = 0$

$g'(x) = 0$
$-x^2 + 10x - 16 = 0$
$x^2 - 10x + 16 = 0$
$x_1 = 5 + \sqrt{5^2 - 16}$
$x_2 = 5 + \sqrt{5^2 - 16}$
$x_1 = 8$
$x_2 = 2$

Hinreichendes Kriterium für Hochpunkt prüfen:
$g''(8) < 0$ Hochpunkt (Gewinn wird maximal)
$g''(2) > 0$ Tiefpunkt, uninteressant

$g(8) = 11,333...$ €

Der Gewinn maximiert sich bei einer Ausbringungsmenge von 8 Stück mit 11,33€.

Aufgabe 2

Vorgabe: $x_0 = 1$

a)

$f(x) = x^2 + 1 - \sqrt{x}$; $f'(x) = 2x + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$

$x_{n+1} = x_n - \frac{x^2+1-\sqrt{x}}{2x+\frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}}$

$x_1 = \frac{3}{5}$
$x_2 = 0,5270675309$
$x_3 = 0,5248904311$
$x_4 = 0,5248885987$
$x_5 = 0,5248885987$

b)

$f(x) = 2^x - \frac{1}{x}$; $f'(x) = ln(2) * 2^x - (-x^{-2})$

$x_{n+1} = \frac{2^x - \frac{1}{x}}{ln(2)*2^x - (-x^{-2})}$

$x_1 = 0,5809402158$; $x_2 = 0,6373230798$; $x_3 = 0,6411711379$; $x_4 = 0,6411857443$;$x_5 = 0,6411857445$; $x_6 = 0,6411857445$

Aufgabe 3

a)

Die Steigung einer Sekante wird immer weiter korrigiert bis sie sich der gesuchten Nullstelle annähert.

b)

$f(x) = x^3 + x - 1$
$x_{n+2} = x_n - f(x_n) * \frac{x_{n+1} - x_n}{f(x_{n+1}) - f(x_n)}$
$x_0 = 0$
$x_1 = 1$
$x_2 = \frac{1}{2}$
$x_3 = 0,6363636364$
$x_4 = 0,6900523560$
$x_5 = 0,6820204196$ $|f(x_5)| < 0,005$