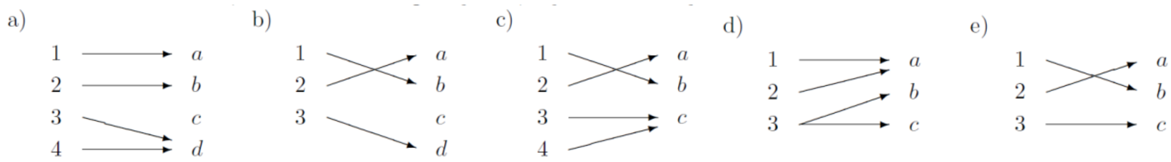
Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Marc Zschiegner

Diskrete Strukturen
WS 2020/21

8. Übungsblatt

Teamaufgaben für die Woche vom 11. bis 15.01.2021. *Lösen Sie die folgenden Aufgaben während der Übung gemeinsam in einer Kleingruppe in einem Breakout-Raum. Nach der vereinbarten Zeit kehren Sie in den Übungsraum zurück, wo Sie Ihre Ergebnisse präsentieren können.*

A Handelt es sich bei den folgenden Relationen um Funktionen? Falls ja, sind sie injektiv, surjektiv oder bijektiv?



B (a) Untersuchen Sie, ob die folgenden Funktionen $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$ injektiv, surjektiv oder bijektiv sind:

$$f(x) = 3x - 5, \quad g(x) = 10^x, \quad h(x) = x^4$$

(b) Geben Sie eine Funktion an, die surjektiv, aber nicht injektiv ist.

C Geben Sie alle Äquivalenzklassen der Äquivalenzrelation $\equiv_2$ (Kongruenz modulo 2) auf den ganzen Zahlen an.

Hausaufgaben bis zum 17.01.2021. *Geben Sie die folgenden Aufgaben wie folgt ab: Schreiben Sie die Lösungen aller Aufgaben in eine einzige, max. 10 MB große PDF-Datei „Vorname_Nachname_BlattNr.pdf“ (Beispiel: „Max_Mustermann_08.pdf“). Laden Sie diese Datei bis spätestens 23:59 Uhr am Sonntagabend in den passenden Ordner „Abgaben der Hausaufgaben“ Ihrer StudIP-Übungsgruppe hoch.*

1 Sei n eine natürliche Zahl > 1. Berechnen Sie:
(a) $2n+1 \bmod n$,
(b) $n^2 \bmod n$,
(c) $(2n+2)(n+1) \bmod n$,
(d) $n! \bmod n$. [4 P]

2 (a) Geben Sie alle Äquivalenzklassen der Äquivalenzrelation $\equiv_5$ (Kongruenz modulo 5) auf den ganzen Zahlen an.
(b) Zwei vierstellige Binärzahlen sollen als äquivalent betrachtet werden, wenn sie an der ersten und der letzten Stelle übereinstimmen (z.B. $1010 \sim 1100$, weil beide Zahlen vorne eine 1 und hinten eine 0 haben). Geben Sie die Äquivalenzklassen an. [5 P]

3 Sei R eine Relation auf einer Menge A. Dann heißt R **antisymmetrisch**, wenn die folgende Eigenschaft erfüllt ist:

Wenn a R b *und* b R a, *dann gilt stets* a = b.

Eine Relation R, die reflexiv, antisymmetrisch und transitiv ist, nennt man eine **Halbordnung**. Wenn zusätzlich für alle a, b $\in$ A gilt a R b oder b R a, dann heißt R eine **Ordnung**.

(a) Zeigen Sie, dass die Relation $\leq$ eine Ordnung auf den rellen Zahlen ist.

(b) Sei M eine Menge. Zeigen Sie, dass die Relation $\subseteq$ eine Halbordnung auf der Potenzmenge P(M) ist.

(c) Geben Sie bei den folgenden vier Relationen auf den natürlichen Zahlen an, ob es sich um Halbordnungen oder Ordnungen handelt: =, <, $\geq$, x teilt y. [6 P]

Worüber Mathematiker lachen

Ein Mathematiker wandert durch den Wald. Plötzlich klopft ein Frosch an sein Bein: „He, Du, ich bin eine verzauberte Prinzessin, wenn Du mich küsst, bin ich erlöst!“

Der Mathematiker hebt den Frosch auf und steckt ihn in die Hemdtasche. Darauf klopft der Frosch erneut: „He, ich bin eine verzauberte Prinzessin, wenn Du mich erlöst, dann werden wir heiraten und glücklich!“

Der Mathematiker sieht sich nur den Frosch an und macht gar nichts. Darauf der Frosch: „Ich bin wirklich eine verzauberte Prinzessin und wenn Du mich küsst, dann müssen wir nicht heiraten, aber ich verspreche dir Gold und Edelsteine.“

Darauf der Mathematiker: „Och weißt Du, ich bin Mathematiker und mit Frauen hab ich nicht viel am Hut, aber einen sprechenden Frosch find' ich klasse!“