Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Marc Zschiegner

7. Übungsblatt

Teamaufgaben für die Woche vom 04. bis 08.01.2021. *Lösen Sie die folgenden Aufgaben während der Übung gemeinsam in einer Kleingruppe in einem Breakout-Raum. Nach der vereinbarten Zeit kehren Sie in den Übungsraum zurück, wo Sie Ihre Ergebnisse präsentieren können.*

A Gegeben seien die Mengen $A = \{a, b, c\}$, $B = \{x, y, z\}$ und $C = \{u, v\}$. Bestimmen Sie für die Relationen

$$R = \{(a, x), (b, x), (c, y), (c, z)\} \text{ und } S = \{(x, u), (z, v)\}$$

(a) die Umkehrrelationen R^{-1} und S^{-1},
(b) die Komposition $R \circ S$,
(c) das Komplement von S in $B \times C$.

B Geben Sie die Relationen $<$, $\geq$, $=$, $\neq$ auf der Menge $A = \{0, 1, 2, 3\}$ durch Aufzählung ihrer Elemente an. Untersuchen Sie jeweils, ob die Relation reflexiv, symmetrisch oder transitiv ist.

Hausaufgaben bis zum 10.01.2021. *Geben Sie die folgenden Aufgaben wie folgt ab: Schreiben Sie die Lösungen aller Aufgaben in eine einzige, max. 10 MB große PDF-Datei „Vorname_Nachname_BlattNr.pdf" (Beispiel: „Max_Mustermann_07.pdf"). Laden Sie diese Datei bis spätestens 23:59 Uhr am Sonntagabend in den passenden Ordner „Abgaben der Hausaufgaben" Ihrer StudIP-Übungsgruppe hoch.*

1 Die Relation „x ist Vater von y" sei durch

$$R = \{(\text{Max, Anna}), (\text{Max, Hans}), (\text{Moritz, Max})\}$$

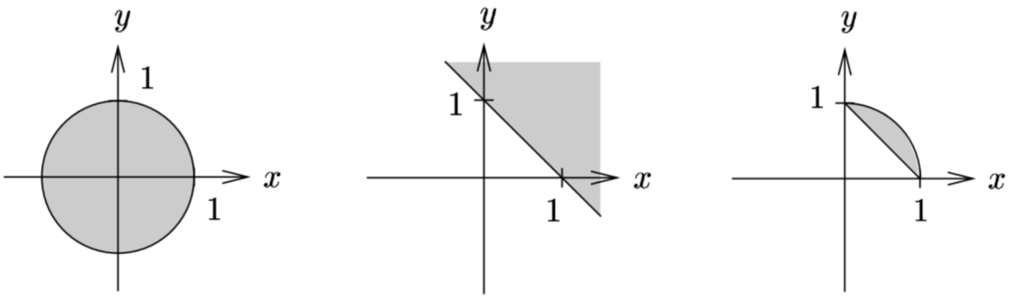
gegeben.
(a) Wie viele Kinder hat Max? Wie stehen Moritz und Anna zueinander?
(b) Außerdem sei die Relation „x ist verheiratet mit y" durch

$$S = \{(\text{Anna, Bert}), (\text{Bert, Anna}), (\text{Eva, Hans}), (\text{Hans, Eva}), (\text{Hilde, Max}), (\text{Max, Hilde}), (\text{Petra, Moritz}), (\text{Moritz, Petra})\}$$

gegeben. Listen Sie $R \circ S$ explizit auf. Wie könnte man $R \circ S$ in Worten beschreiben? Wie stehen Petra und Anna zueinander?

2 Untersuchen Sie, ob es sich bei den folgenden Relationen um Äquivalenzrelationen handelt.
(a) $R = \{(x, y) \in \mathbf{R} \times \mathbf{R} \mid x^2 = y^2\}$,
(b) $R = \{(x, y) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} \mid x + y = 42\}$,
(c) $R = \{(x, y) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} \mid x + y \text{ ist gerade}\}$,
(d) $R = \{(x, y) \in \mathbf{Z} \times \mathbf{Z} \mid x \cdot y \text{ ist gerade}\}$,
(e) $R = \{(1,1), (1, -1), (-1, 1), (-1, -1), (2, 2), (2, -2), (-2, 2), (-2, -2)\}$ auf der Menge $\{-2, -1, 1, 2\}$.

3 Bestimmen Sie Relationen R $\subseteq \mathbf{R} \times \mathbf{R}$, deren grafische Darstellungen den grauen Flächen in der Abbildung entsprechen.



Worüber Mathematiker lachen

Behauptung: *Jede natürliche Zahl ist interessant.*

Beweis: *Angenommen*, es gäbe eine uninteressante natürliche Zahl. Dann gäbe es auch eine *kleinste* uninteressante natürliche Zahl: Dies macht diese Zahl aber wirklich interessant! Also ist dies doch eine interessante Zahl.

Dieser Widerspruch zeigt, dass es keine uninteressante Zahl gibt