



## 11. Übungsblatt

**Teamaufgaben für die Woche vom 08. bis zum 12.02.2021.** Lösen Sie die folgenden Aufgaben während der Übung gemeinsam in einer Kleingruppe in einem Breakout-Raum. Nach der vereinbarten Zeit kehren Sie in den Übungsraum zurück, wo Sie Ihre Ergebnisse präsentieren können.

- A** Untersuchen Sie die folgende Funktion auf Extrempunkte und Sattelpunkte:

$$f(x, y) = x \cdot (y - 1) + x^3.$$

- B** Berechnen Sie das Minimum der Funktion

$$f(x) = x^5 - 4x^4 + 2x^2 + 4x + 1$$

mit dem Gradientenabstiegsverfahren. Wählen Sie als Startwert  $x_0 = 2$  und als Schrittweitenfaktor  $s = 0.01$ .

(a) Listen Sie die Ergebnisse der ersten 7 Iterationen auf.

(b) Geben Sie das Endergebnis so genau wie möglich an.

- C** Wiederholen Sie gemeinsam, wie man bestimmte Integrale mit Hilfe von Stammfunktionen berechnen kann („Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung“).

Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale:

(a)  $\int_0^1 x^3 dx$

(b)  $\int_0^{\pi/2} \cos(x) dx$

(c)  $\int_1^2 \frac{1}{x^5} dx$  .

**Hausaufgaben bis zum 14.02.2021.** Geben Sie die folgenden Aufgaben wie folgt ab: Schreiben Sie die Lösungen aller Aufgaben in eine einzige, max. 10 MB große PDF-Datei „Vorname\_Nachname\_BlattNr.pdf“ (Beispiel: „Max\_Mustermann\_11.pdf“). Laden Sie diese Datei bis spätestens Sonntagabend in den passenden Ordner „Abgaben der Hausaufgaben“ Ihrer StudIP-Übungsgruppe hoch.

- 1** Untersuchen Sie die folgende Funktion auf Extrempunkte und Sattelpunkte: [5 P]

$$f(x, y) = 3xy - x^3 - y^3.$$

- 2** Berechnen Sie das folgende Mehrfachintegral.

$$\int_0^{\pi/2} \int_0^2 \int_0^1 3x^2 y \cdot \cos(z) dx dy dz$$

*Hinweis:* Führen Sie die drei Integrationen „von innen nach außen“ durch, d.h. berechnen Sie zunächst das Integral  $\int_0^1 3x^2 y \cdot \cos(z) dx$ . Mit diesem Ergebnis berechnen Sie  $\int_0^2 \dots dy$  und damit schließlich  $\int_0^{\pi/2} \dots dz$ . [5 P]

- 3 Bei einem Aufprallversuch wird alle 10 ms die Kraft in N gemessen, wobei sich folgende Messtabelle ergibt.

Zeit	0	10	20	30	40	50	60	70	80
Kraft	2	5	15	37	50	60	55	35	0

Berechnen Sie die Fläche unter der Kurve durch die Messpunkte mit dem

(a) Trapezverfahren mit  $n = 8$  Trapezstreifen:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{b-a}{n} \cdot (y_0 + 2y_1 + 2y_2 + \dots + 2y_{n-1} + y_n)$$

mit  $y_i = f(x_i) = f(a + i \cdot (b - a)/n)$  für  $i = 0, \dots, n$ .

(b) Simpson-Verfahren mit  $n = 4$  Simpson-Streifen:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{6n} \cdot (y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + \dots + 2y_{2n-2} + 4y_{2n-1} + y_{2n})$$

mit  $y_i = f(x_i) = f(a + i \cdot (b - a)/(2n))$  für  $i = 0, \dots, 2n$ .

[5 P]

### Worüber Mathematiker lachen

Zwei Mathematiker in einer Bar: Einer sagt zum anderen, dass der Durchschnittsbürger nur wenig Ahnung von Mathematik hat. Der zweite ist damit nicht einverstanden und meint, dass doch ein gewisses Grundwissen vorhanden ist. Als der erste mal kurz austreten muss, ruft der zweite die blonde Kellnerin, und meint, dass er sie in ein paar Minuten, wenn sein Freund zurück ist, etwas fragen wird, und sie möge doch bitte auf diese Frage mit 'ein Drittel x hoch drei' antworten. Etwas unsicher bejaht die Kellnerin und wiederholt im Weggehen mehrmals: „Ein Drittel x hoch drei...“ Der Freund kommt zurück und der andere meint: - „Ich werd Dir mal zeigen, dass die meisten Menschen doch was von Mathematik verstehen. Ich frag jetzt die blonde Kellnerin da, was das Integral von x zum Quadrat ist.“ Der zweite lacht bloß und ist einverstanden. Also wird die Kellnerin gerufen und gefragt, was das Integral von x zum Quadrat sei. Diese antwortet: - „Ein Drittel x hoch drei.“ Und im Weggehen dreht sie sich um und meint: - „Plus c.“