Lsg Vorschlag A+N Ü006 Maximilian Maag

Aufgabe A

- stimmt
- stimmt
- stimmt nicht
- stimmt
- stimmt nicht

Aufgabe B

$f(x) = x^5$
$f'(x) = \frac{(x+h)^5 - x^5}{h}$
$\lim\limits_{h\to 0} = \frac{1x^5+5x^4h+10x^3h^2+10x^2h^3+5xh^4+1h^5-x^5}{h}$
$\lim\limits_{h\to 0} = \frac{5x^4h+10x^3h^2+10x^2h^3+5xh^4+1h^5}{h}$
$\lim\limits_{h\to 0} = \frac{5x^4h+10x^3h^2+10x^2h^3+5xh^4+1h^5}{h}$
$\lim\limits_{h\to 0} = 5x^4 + 10x^3h^1 + 10x^2h^2 + 5xh^3 + 1h^4$
$\lim\limits_{h\to 0} = 5x^4 \to f'(x) = 5x^4$

Aufgabe 1

$f(x) = \sqrt{x}$
$\lim\limits_{h\to 0} = \frac{\sqrt{x+h}-\sqrt{x}}{h}$
$\lim\limits_{h\to 0} = \frac{(\sqrt{x+h}-\sqrt{x})*(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}{h*(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$
$\lim\limits_{h\to 0} = \frac{(\sqrt{x+h})^2-(\sqrt{x}^2)}{h*(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$
$\lim\limits_{h\to 0} = \frac{(x+h)-x}{h*(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$
$\lim\limits_{h\to 0} = \frac{h}{h*(\sqrt{x+h}+\sqrt{x})}$
$\lim\limits_{h\to 0} = \frac{1}{\sqrt{x+h}+\sqrt{x}}$
$\lim\limits_{h\to 0} = \frac{1}{\sqrt{x+0}+\sqrt{x}}$
$\lim\limits_{h\to 0} = \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{x}}$
$\lim\limits_{h\to 0} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Aufgabe 2

a)

$f'(x) = 20x^9 + 6x^2 - 7$

b)

$f'(x) = 2000 * (2x + 3)^{999}$

c)

$f'(x) = \frac{sin(x)*sin(x)-cos(x)*-cos(x)}{sin^2(x)}$

d)

$f'(x) = \frac{3}{2} * x^{\frac{1}{2}} * e^{5x} + 5 * e^{5x} * x^{\frac{3}{2}}$

e)

$f(x) = \frac{(x-5)^5}{x^2-3x+1}$
$f(x) = \frac{x^5-5*x^4*5+10*x^3*5^2-10*x^2*5^3+5*x*5^4-5^5}{x^2-3x+1}$
$u = x^5 - 5 * x^4 * 5 + 10 * x^3 * 5^2 - 10 * x^2 * 5^3 + 5 * x * 5^4 - 5^5$
$u' = 5x^4 - 5 * 4 * x^3 * 5 + 10 * 3x^2 * 5^2 - 10 * 2 * x * 5^3$
$v = x^2 - 3x + 1 \ v' = 2x - 3$
Nach Quotientenregel gilt:
$(\frac{u}{v})' = \frac{u'*v-v'*u}{v^2}$
$f'(x) = \frac{(5x^4-5*4*x^3*5+10*3x^2*5^2-10*2*x*5^3*x^2-3x+1)-(2x-3*x^5-5*x^4*5+10*x^3*5^2-10*x^2*5^3+5*x*5^4-5^5)}{(x^2-3x+1)^2}$

f)

$f(x) = \sqrt{sin(x^2)} = sin(x^2)^{\frac{1}{2}}$
$f'(x) = \frac{1}{2} * cos(x^2)^{-\frac{1}{2}}$

g)

$f(x) = ln(3x) + ln(x^3)$
$f'(x) = 3 * \frac{1}{3x} + 3x^2 * \frac{1}{x^3}$

h)

$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} * 5$

i)

$f(x) = \frac{3}{x^7} = 3 * x^{-7}$
$f'(x) = 3 * -7 * x^{-8}$

Aufgabe 3

a

$sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$
$sinh(0) = \frac{1}{2}(e^0 - e^0)$
$sinh(0) = \frac{1}{2}(1 - 1)$
$sinh(0) = 0$
$cosh(1) = \frac{1}{2}(e^1 + e^{-1})$
$cosh(1) = \frac{1}{2}(e - e)$
$cosh(1) = 0$

b)

zu zeigen ist: cosh(x) soll eine gerade Funktion sein. Es muss gelten f(x) = f(-x)
$f(x) = f(-x)$
$\frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) = \frac{1}{2}(e^{-x} + e^x)$
$\frac{1}{2}(e^x + e^{-x}) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$
q.e.d
Zu zeigen ist: sinh(x) ist eine ungerade Funktion. Es gilt die Bedingung f(x) = -f(-x)
$f(x) = -f(-x)$
$\frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) = -1(\frac{1}{2}(e^{-x} - e^x))$
$\frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) = -1 * \frac{1}{2}(-e^{-x} + e^x)$
$\frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$
q.e.d

c)

$cosh^2(x) - sinh(x) = 1$
$= (\frac{1}{2}(e^x - e^{-x}))^2 - (\frac{1}{2}(e^x + e^{-x}))^2$
$= \frac{1}{4}(e^{2x} - e^{-2x}) - \frac{1}{4}(e^{2x} + e^{-2x})$
$= \frac{1}{4}e^{2x} - \frac{1}{4}e^{-2x} - \frac{1}{4}e^{2x} + \frac{1}{4}e^{-2x}$

d)

$sinh(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$
$sinh(x) = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{2}e^{-1*x}$
$sinh'(x) = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{2}e^{-1*x} * -1$
$sinh'(x) = \frac{1}{2}e^x + \frac{1}{2}e^{-1*x}$
$cosh(x) = \frac{1}{2}e^x + \frac{1}{2}e^{-1*x}$

$cosh'(x) = \frac{1}{2}e^x + \frac{1}{2}e^{-1*x} * -1$
$cosh'(x) = \frac{1}{2}e^x - \frac{1}{2}e^{-1*x}$