Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Marc Zschiegner

3. Übungsblatt

Teamaufgaben für die Woche vom 23. bis 27.11.2020. *Lösen Sie die folgenden Aufgaben während der Übung gemeinsam in einer Kleingruppe in einem Breakout-Raum. Nach der vereinbarten Zeit kehren Sie in den Übungsraum zurück, wo Sie Ihre Ergebnisse präsentieren können.*

A Beweisen Sie

(a) mit einer Wahrheitswertetafel das 1. Absorptionsgesetz:

$$A \wedge (A \vee B) \equiv A,$$

(b) mit einer Wahrheitswertetafel das 2. Distributivgesetz:

$$A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C),$$

(c) durch Umformungen das folgende Gesetz:

$$A \rightarrow B \equiv (\neg B) \rightarrow (\neg A).$$

B Eine aussagenlogische Formel sei durch folgende Wahrheitswertetafel gegeben. Geben Sie die zugehörige Formel f(x, y, z) in disjunktiver Normalform an.

Zeile	x	y	z	f(x, y, z)
1	0	0	0	0
2	0	0	1	0
3	0	1	0	1
4	0	1	1	1
5	1	0	0	0
6	1	0	1	0
7	1	1	0	0
8	1	1	1	1

C Stellen Sie jeden der Junktoren $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ und $\oplus$ nur durch die drei Grundjunktoren $\neg$, $\wedge$ und $\vee$ dar.

Hausaufgaben bis zum 29.11.2020. *Geben Sie die folgenden Aufgaben wie folgt ab: Schreiben Sie die Lösungen aller Aufgaben in eine einzige, max. 10 MB große PDF-Datei „Vorname_Nachname_BlattNr.pdf“ (Beispiel: „Max_Mustermann_03.pdf“). Laden Sie diese Datei bis spätestens 23:59 Uhr am Sonntagabend in den passenden Ordner „Abgaben der Hausaufgaben“ Ihrer StudIP-Übungsgruppe hoch.*

1 Beweisen Sie

$$\neg(A \vee B) \wedge (A \vee \neg B) \vee B \equiv A \rightarrow B$$

(a) mit einer Wahrheitswertetafel,
(b) mit Umformungen. [6 P]

2 Drei Schalter x, y, z kontrollieren eine Lampe. Die Lampe brennt ($f(x, y, z) = 1$) genau dann, wenn eine gerade Anzahl von Schaltern geschlossen (= 1) ist. [*Hinweis:* Auch 0 ist eine gerade Zahl.]
(a) Stellen Sie die Wahrheitswertetafel für die zugehörige aussagenlogische Formel $f(x, y, z)$ auf.
(b) Geben Sie die zugehörige Formel $f(x, y, z)$ in disjunktiver Normalform an.
(c) Versuchen Sie die Formel mit WolframAlpha zu vereinfachen. [4 P]

3 Seien A und B Aussagen. Wir definieren

$$\text{NAND}(A, B) = \neg(A \wedge B).$$

Beweisen Sie durch Umformen: [5 P]

(a) $\text{NAND}(A, w) \equiv \neg A$

(b) $\text{NAND}(\text{NAND}(A, B), w) \equiv A \wedge B$

(c) $\text{NAND}(\text{NAND}(A, w), \text{NAND}(B, w)) \equiv A \vee B$

Hintergrund: Jeder der drei Grundjunktoren $\neg$, $\wedge$ und $\vee$ (und nach Teamaufgabe C damit auch $\rightarrow$, $\leftrightarrow$ und $\oplus$) kann also als Hintereinanderausführung von ausschließlich NAND-Funktionen geschrieben werden. Man kann daher jede logische Schaltung mit einer einzigen Sorte von Bauteilen realisieren (NAND-Technik).

Worüber Mathematiker lachen

Ein Astronom, ein Physiker und ein Mathematiker reisen nach Schottland. Da sehen sie ein schwarzes Schaf. „Hochinteressant“, ruft der Astronom aus, „in Schottland sind die Schafe schwarz.“ „Nein, Herr Kollege“, widerspricht sofort der Physiker, „man kann nur sagen: In Schottland gibt es mindestens ein schwarzes Schaf“.

Da meldet sich der Mathematiker zu Wort. „Auch das können wir nicht behaupten; wir können nur sagen, dass es in Schottland mindestens ein Schaf gibt, das auf mindestens einer Seite schwarz ist.“