Lsg Vorschlag LA Ü04 Maximilian Maag

Aufgabe A

a)

$$g = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

b)

Prüfe ob P auf AB liegt:

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + r * \begin{pmatrix} -3 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Daraus folgt folgendes LGS:
A1: 1 = 3 - 3r
B1: 4 = 0 + 6r
C1: 3 = 1 + 3r
r = $\frac{2}{3}$

r ist zwischen 0 und 1 daher liegt P zwischen A un B.

Aufgabe B

a)

Schnittpunkte Achsen für Ebene E.

E: 2x + 4y + 5z = 20
Z: 5z = 20
Z = (0|0|4)

X: 2x = 20
X: x = 10
X = (10|0|0)

Y: 4y = 20
Y: y = 5
Y = (0|5|0)

b)

Muss aus bekannten Gründen leider entfallen.

c)

Aus der Gleichung können drei Punkte leicht extrahiert werden:
A = (0|0|4)
B = (10|0|0)
C = (0|5|0)

$\vec{OA} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\vec{AC} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}$

E: $\vec{z} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ + r * $\begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$ + s * $\begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}$

Aufgabe 1

Eckpunkte abgelesen aus Abbildung:

A = (4|0|0)
B = (4|6|0)
C = (0|6|0)
D = (0|0|0)
F = (4|6|3)
G = (0|6|3)
H = (0|0|3)
I = (4|3|0)
J = (2|6|0)

$g_{HI} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ + r * $\begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$

$g_{HB} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ + r * $\begin{pmatrix} -4 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$

$g_{HF} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ + r * $\begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$

$g_{GJ} : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix}$ + r * $\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$

Aufgabe 2

a)

E: 2x - 2y + z = 8
g in E
2*(4 + 2r) - 2(1 + r) + 1 - 2r = 8
8 + 4r - 2 - 2r + 1 - 2r = 8
8 - 2 + 1 = 8
7 = 8
Widerspruch, daher ist g windschief zu E.

b)

E: 3x + 2z = 12
3r + 2*(8 - 2r) = 12
3r + 16 - 4r = 12
16 -r = 12
-r = -4
r = 4
Durchstoßpunkt mit r = 4:

$\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 8 \end{pmatrix} + 4 * \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ 0 \end{pmatrix}$

x = (4|7|0)

c)

E: 3x - 3y + 2z = 6
3*(-2 - r) - 3r + 2*(6 + 3r) = 6
-6 - 3r - 3r + 12 + 6r = 6
6 = 6
Allgemeingültige Aussage, daher liegt g in E.

Aufgabe 3

a)

Der Lichtstrahl schneidet die yz-Ebene im Punkt S, dieser kann aus der Abbildung abgelesen werden.
S = (0|4|4)

b)

Stützpunkt ist der Punkt S.
Richtungsvektor zeigt von S nach T.
S = (0|4|4)
T = (1|2|0)
$\vec{ST} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$
Daraus folgt folgende Gerade:

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 4 \end{pmatrix} + \text{r} * \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$$

c)

Durch die Spiegelung der Geraden g in Punkt S, T und U wechselt der Richtungsvektor der Geraden g je einmal pro Koordinate das Vorzeichen. Daraus folgt, dass der Richtungsvektor der Geraden k entgegensetzt zum Richtungsvektor der Geraden g verläuft. Daraus folgt, dass die Richtungsvektoren von g und k parallel verlaufen müssen.