Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Marc Zschiegner

Analysis und Numerik
WS 2020/21

8. Übungsblatt

Teamaufgaben für die Woche vom 18. bis zum 22.01.2021. *Lösen Sie die folgenden Aufgaben während der Übung gemeinsam in einer Kleingruppe in einem Breakout-Raum. Nach der vereinbarten Zeit kehren Sie in den Übungsraum zurück, wo Sie Ihre Ergebnisse präsentieren können.*

A Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an.

- ❒ Wenn f in x_0 ein Maximum hat, dann gilt $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) < 0$.
- ❒ Wenn $f'(x_0) = 0$, dann hat f in x_0 ein Maximum oder ein Minimum.
- ❒ Wenn $f'(x_0) = 0$ und $f''(x_0) < 0$, dann hat f in x_0 ein Maximum.
- ❒ Wenn $f'(x_0) = f''(x_0) = f'''(x_0) = 0$ ist, dann ist in x_0 ein Sattelpunkt.
- ❒ Es gibt Funktionen, die nur ein lokales aber kein globales Maximum haben.

B Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion

$$f(x) = x^3 - x - 2$$

mit dem Newton-Verfahren auf Taschenrechnergenauigkeit. Verwenden Sie als Startwert $x_0 = 1$. Geben Sie alle Zwischenergebnisse an.

Hausaufgaben bis zum 24.01.2021. *Geben Sie die folgenden Aufgaben wie folgt ab: Schreiben Sie die Lösungen aller Aufgaben in eine einzige, max. 10 MB große PDF-Datei „Vorname_Nachname_BlattNr.pdf“ (Beispiel: „Max_Mustermann_08.pdf“). Laden Sie diese Datei bis spätestens Sonntagabend in den passenden Ordner „Abgaben der Hausaufgaben“ Ihrer StudIP-Übungsgruppe hoch.*

1 Einem Unternehmen entstehen bei der Produktion von x Wareneinheiten Produktionskosten (in €) in Höhe von

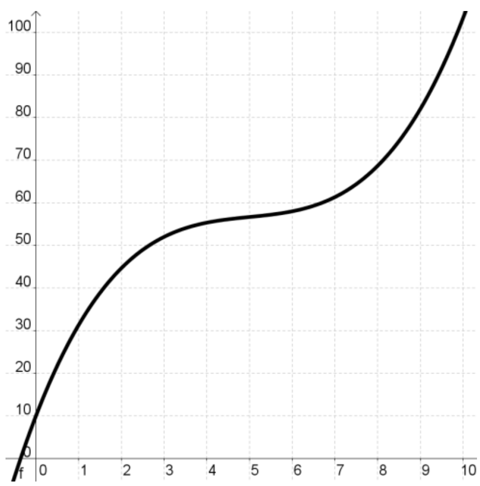
$$K(x) = \tfrac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 26x + 10. \qquad \text{[7 P]}$$

(a) Den Übergang von einem langsameren (degressiven) Wachstum der Kosten zu einem schnelleren (progressiven) nennt man *Kostenkehre*. Berechnen Sie die Kostenkehre von K(x).

(b) Der Erlös (in €) in Abhängigkeit von der Anzahl x der Wareneinheiten ist

$$E(x) = 10\,x.$$

Skizzieren Sie die Erlösfunktion E(x) und die Gewinnfunktion G(x) in der Abbildung.



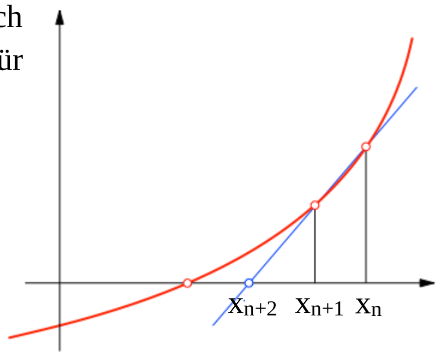
(c) Berechnen Sie, bei wie viel Produktionseinheiten der Gewinn maximal wird. Wie hoch ist dieser maximale Gewinn?

2 Berechnen Sie die Nullstelle der folgenden Funktionen mit dem Newton-Verfahren auf Taschenrechnergenauigkeit. Verwenden Sie als Startwert $x_0 = 1$. Geben Sie alle Zwischenergebnisse an.

(a) $f(x) = x^2 - 1 + \sqrt{x}$

(b) $f(x) = 2^x - \frac{1}{x}$ [4 P]

3 Ein weiteres Verfahren zur schrittweisen Berechnung von Nullstellen ist die **Regula Falsi** (auch: **Sekantenverfahren**), die nach Wahl zweier Startwerte x_0 und x_1 Näherungswerte für die Nullstelle mit folgender Formel ermittelt:



$$x_{n+2} = x_n - f(x_n) \cdot \frac{x_{n+1} - x_n}{f(x_{n+1}) - f(x_n)}.$$

(a) Machen Sie sich mit Hilfe nebenstehender Abbildung klar, wie man auf die obige Näherungsformel kommt.

(b) Bestimmen Sie die Nullstelle der Funktion

$$f(x) = x^3 + x - 1$$

mit der Regula Falsi. Verwenden Sie $|f(x)| < 0{,}005$ als Abbruchbedingung. [4 P]

Worüber Mathematiker lachen

In einem Betrieb finden Bewerbungsgespräche statt. Der Personalchef bittet die Bewerber, einfach nur bis 10 zu zählen.

Der Elektroniker beginnt: „0001, 0002, 0003, 0004.....“ Der Personalchef winkt ab: „Der nächste bitte!“

Der Mathematiker: „Wir definieren die Folge a(n) mit a(0) = 0 und a(n+1) = a(n)+1 ...“ Der Personalchef bricht ab und bittet den nächsten Bewerber.

Der Informatiker fängt an: „1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C.....“ Auch ihn will der Personalchef nicht.

Als letztes kommt ein Student: „1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.“ Der Personalchef ist begeistert: „Sie bekommen den Job!“ „Warten Sie, ich kann noch weiter: Bube, Dame, König, ...“