Lsg Vorschlag A+N Maag 002

Aufgabe A

- Falsch, es muss $|a_n - g| < \epsilon$ erfüllt sein. Das kann nicht für zwei Werte geschehen.
- Richtig, der Konvergenzwert ist der Grenzwert der Folge.
- Falsch
- Richtig, für zwei Folgen mit Grenzwert n und m gilt $\lim(n, m) = \lim(n) + \lim(m)$.
- Falsch, man kann ein Gegenbeispiel finden.

Aufgabe B

a)

$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \frac{8+n}{4n}$
$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{8+n}{4n}$
$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n*(\frac{8}{n}+1)}{4n}$
$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \frac{1}{4}$

b)

$\lim\limits_{n\to\infty} b_n = \frac{4n-8}{2n+6}$
$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n*(4-\frac{8}{n})}{n*(2+\frac{6}{n})}$
$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{4-0}{2+0}$
$\lim\limits_{n\to\infty} b_n = \frac{4}{2} = 2$

c)

$\lim\limits_{n\to\infty} c_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n^2+n+7}{n(n+2)}$
$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2*(2+\frac{1}{n}+\frac{7}{n^2})}{n*n*(1+\frac{2}{n})}$
$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{(2+\frac{1}{n}+\frac{7}{n^2})}{(1+\frac{2}{n})}$
$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2+0+0}{1+0}$
$\lim\limits_{n\to\infty} c_n = 2$

Aufgabe C

$|\frac{5n+2}{n+1} - 5| < \epsilon$
$|\frac{5n+2-5(n+1)}{n+1}| < \epsilon$
$|\frac{5n+2-5n-5)}{n+1}| < \epsilon$
$|\frac{-3}{n+1}| < \epsilon$
$3 < \epsilon * (n+1)| : \epsilon$
$\frac{3}{\epsilon} > (n+1)$
$\frac{3}{\epsilon} - 1 < n$
$N = n + 1$

a)

$n = 29; N = 30$

b)

$n = 1499; N = 1500$

Aufgabe 1

a)

$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{6n-3}{6-2n}$
$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n*(6-\frac{3}{n})}{n*(\frac{6}{n}-2)}$
$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{6-0}{0-2}$
$= -\frac{6}{2} = -3$

b)

$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty} \frac{9n^2+\sqrt{n}+7}{3n^2+2} * \frac{2^{n+1}}{3^n}$
$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{9n^2+\sqrt{n}+7}{3n^2+2} * \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^{n+1}}{3^n}$
$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{n^2*(9+n^{-\frac{3}{2}}+\frac{7}{n})}{n^2*(3+\frac{2}{n})} * \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^{n+1}}{3^n}$
$= \lim\limits_{n\to\infty} \frac{(9+0+0}{(3+0)} * \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^{n+1}}{3^n}$
$= 3 * \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^{n+1}}{3^n}$
$= 3 * 0$
$= 0$

c)

$\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \lim\limits_{n\to\infty}(\frac{1}{2}(a_{n-1} + \frac{4}{a_{n-1}}))$
$= \frac{1}{2}(\lim\limits_{n\to\infty} a_{n-1} + \lim\limits_{n\to\infty} \frac{4}{a_{n-1}})$
$= \frac{1}{2} * \lim\limits_{n\to\infty} a_{n-1} + \frac{1}{2} * \lim\limits_{n\to\infty} \frac{4}{a_{n-1}}$
$= \frac{1}{2} * \lim\limits_{n\to\infty} a_{n-1} + \lim\limits_{n\to\infty} \frac{2}{a_{n-1}}$
Ersetzen des Limes durch g ergibt:
$g = \frac{1}{2} * g + \frac{2}{g}$
$\frac{1}{2} * g = \frac{2}{g}$
$\frac{1}{2} * g^2 = 2$
$g^2 = 4$
$g_1 = 2$
$g_2 = -2$
Da alle Folgenglieder der Folge a_n positiv sein müssen kann g_2 als Lösung ausgeschlossen werden. Alle Folgeglieder der Folge a_n sind positiv, da es keinen negativen Flächeninhalt bzw. Umfang geben kann.

Aufgabe 2

$a(0, m) = m + 1$; $a(n, 0) = a(n-1, 1)$; $a(n, m) = a(n-1, a(n, m-1))$
$a(2, 2) = a(1, a(2, 1))$
$= a(1, a(1, a(2, 0)))$
$= a(1, a(1, a(2, 1)))$
$= a(1, a(1, a(1, 0)))$
$= a(1, a(1, a(0, 1)))$
$= a(1, a(1, a(0, 2)))$
$= a(1, a(1, 3))$
$= a(1, a(0, a(1, 2)))$
$= a(1, a(0, a(0, a(1, 1))))$
$= a(1, a(0, a(0, a(0, a(1, 0)))))$
$= a(1, a(0, a(0, a(0, 2))))$
$= a(1, a(0, a(0, 3)))$
$= a(1, a(0, 4))$
$= a(1, 5)$
$= a(0, a(1, 4))$
$= a(0, a(0, a(1, 3)))$
$= a(0, a(0, a(0, a(1, 2))))$
$= a(0, a(0, a(0, a(0, a(1, 1)))))$
$= a(0, a(0, a(0, a(0, a(0, a(1, 0))))))$
$= a(0, a(0, a(0, a(0, a(0, 2)))))$
$= a(0, a(0, a(0, a(0, 3))))$
$= a(0, a(0, a(0, 4)))$
$= a(0, a(0, 5))$
$= a(0, 6)$

= 7

Aufgabe 3

a)

To Figur .n :s
IfElse :n = 1 [Fd :s]

$$Fd : s/3Lt90Figur : n-1 : s/3Rt90Figur : n-1 : s/3Lt90Fd : s/3$$

End
clearscreen
Repeat 3

$$Figur3100rt90$$

Figur 1 100

b)

Es sei a_n eine Folge die den Umfang U des Quadrates beschreibt.
$a_0 = 4$
$a_1 = 4 + (\frac{2}{3} * 3) = 4 + \frac{6}{3} = 6$
$a_2 = 6 + \frac{2}{9} * 3 * 3$
$a_2 = 6 + 2$
$a_2 = 8$
$a_n - a_{n-1} = 2$
$a_n = 4 + 2n$
$1000 = 4 + 2n$
$500 = 2 + n$
$n = 498$
Nach 498 Durchgängen ist der Umfang 1000.

c)

$a_0 = 1$
$a_{n+1} = a_n + \frac{A}{3^n}$
Experiment mit LibreCalc zeigt, dass diese Folge gegen $\frac{3}{2}$ konvergiert.