



5. Übungsblatt

Teamaufgaben für die Woche vom 14. bis zum 18.12.2020. Lösen Sie die folgenden Aufgaben während der Übung gemeinsam in einer Kleingruppe in einem Breakout-Raum. Nach der vereinbarten Zeit kehren Sie in den Übungsraum zurück, wo Sie Ihre Ergebnisse präsentieren können.

A Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte von Funktionen:

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x - 500}{100 + x} \quad (b) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - 4}{1 - x} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x^2 - 7x - 20}{x(x - 4)}.$$

B Bestimmen Sie $t \in \mathbf{R}$ so, dass die Funktion f stetig an der Stelle $x = 2$ ist:

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & \text{für } x \leq 2 \\ 2x + t & \text{für } x > 2 \end{cases}.$$

Hausaufgaben bis zum 20.12.2020. Geben Sie die folgenden Aufgaben wie folgt ab: Schreiben Sie die Lösungen aller Aufgaben in eine einzige, max. 10 MB große PDF-Datei „Vorname_Nachname_BlattNr.pdf“ (Beispiel: „Max_Mustermann_05.pdf“). Laden Sie diese Datei bis spätestens Sonntagabend in den passenden Ordner „Abgaben der Hausaufgaben“ Ihrer StudIP-Übungsgruppe hoch.

1 Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte von Funktionen:

$$(a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 5x}{2 + 10x + x^2} \quad (b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 3}{1 - x^3} \quad (c) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 + 4x - 6}{2(1 - x)}. [6 P]$$

2 Gegeben sei die Funktion $f(x) = x \cdot \sin(\frac{1}{x})$ für $x \neq 0$.

(a) Plotten Sie den Graphen der Funktion mit GeoGebra. Nutzen Sie die Zoom-Funktion, um das Verhalten in der Umgebung von $x_0 = 0$ zu erkunden.

(b) Zeigen Sie, dass für alle $x > 0$ gilt: $-x \leq f(x) \leq x$.

(c) Berechnen Sie $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ mit Hilfe von (b). Wie ist f stetig ergänzbar? [4 P]

3 Berechnen Sie die Nullstelle der Funktion

$$f(x) = \cos(x) - x$$

mit dem Bisektionsverfahren. Beginnen Sie mit dem Intervall $[0, 1]$ und führen Sie 5 Schritte durch. Geben Sie alle sich ergebenden Intervalle an. Auf wie viele Stellen ist das Ergebnis genau?

[Hinweis: Stellen Sie Ihren Taschenrechner auf Bogenmaß um.] [5 P]

Worüber Mathematiker lachen

Zwei Menschen fliegen in einem Ballon. Sie haben sich total verfranzt und jegliche Orientierung verloren. Da sehen sie auf der Erde einen Menschen und schaffen es tatsächlich, sich diesem auf Hörweite anzunähern. „Hallo“, brüllen sie, „wo sind wir?“ Der Mensch am Boden steht reglos da und macht keine Anstalten zu antworten. Da, kurz bevor ihr Ballon wieder außer Hörweite ist, vernehmen sie die Antwort: „Ihr seid in einem Ballon.“

Verdutzt bleiben sie zurück und schauen sich gegenseitig an. „So ein Idiot!“ schreit der eine wutentbrannt. „Nein“, entgegnet der andere, „das war ganz bestimmt ein Mathematiker. Und zwar aus drei Gründen: Erstens hat er furchtbar lange nachgedacht, zweitens ist seine Antwort absolut richtig, und drittens ist sie vollkommen unbrauchbar!“

Fröhliche Weihnachten und einen guten Rutsch ins Jahr 2021!

