Lsg Vorschlag A+N Ü007 Maximilian Maag

Anmerkung: Das Anfertigen von Skizzen jedweder Art muss aufgrund meiner Sehschädigung entfallen.

Aufgabe A

a)

$\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - e^{2x}}{x}$
$\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 2e^{2x}}{1}$
$\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^0 - 2e^{2*0}}{1}$
$\lim\limits_{x \to 0} \frac{1-2}{1}$
$\lim\limits_{x \to 0} = -1$

b)

$\lim\limits_{t \to \frac{\pi}{2}} \frac{cos(3t)}{cos(t)}$
$\lim\limits_{t \to \frac{\pi}{2}} \frac{3 * -sin(3 * \frac{\pi}{2})}{-sin(\frac{\pi}{2})}$
$\lim\limits_{t \to \frac{\pi}{2}} \frac{-3}{1} = -3$

c)

$\lim\limits_{x \to -2} \frac{2^{x+2} - 1}{x+2}$
$\lim\limits_{x \to -2} \frac{2^{x+2} * ln(2)}{1}$
$\lim\limits_{x \to -2} \frac{2^{-2+2} * ln(2)}{1}$
$\lim\limits_{x \to -2} \frac{1 * ln(2)}{1}$
$\lim\limits_{x \to -2} ln(2)$

Aufgabe B

$D = x \in R | -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$
$f^{-1}(x) = arcostan(x)$
$(tan(x))' = 1 + tan(x)^2$
$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{1 + tan^2(arcostan(x))}$
$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Aufgabe 1

$D = x \in R | -1 < x < 1$
$f(x) = cos(x)$
$f^{-1}(x) = arcos(x)$
$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$
$(arcos(x))' = \frac{1}{-sin(arcos(x))}$
trigonometrischer Pythagoras:
$cos(x)^2 + sin(x)^2 = 1$
$cos(x)^2 = 1 - sin(x)^2$
$cos(x) = \sqrt{1 - cos(x)^2}$
$(arcos(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-cos(arcos(x))^2}}$
$(arcos(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Aufgabe 2

a)

E(x) ist eine lineare Funktion mit dem y-achsenabschnit 0 und somit eine Ursprungsgerade die mit der Steigung m = 25 streng monoton für x $\rightarrow \infty$ steigt.
Nutzengrenze und -schwelle.
$E(x) = K(x)$
$25x = x^3 - 8x^2 + 24x + 8$
$0 = x^3 - 8x^2 - x + 8$
$(x^3 - 8x^2 - x + 8) : (x + 1) = (x^2 - 7x - 8)$
$x_1 = -1; x_2 = 1; x_3 = 8$
x_1 ist zu vernachlässigen, da diese Nullstelle im Negativintervall liegt.
$E(2) = 50$
$E(8) = 25 * 8$
$E(8) = 200$ Die Nutzengrenze liegt bei 8 Einheiten, die Nutenschwelle bei 2 Einheiten.

b)

G(x) = E(x) - K(x)
$G(x) = 25x - (x^3 - 8x^2 + 24x + 8)$
Die Nullstellen zweier Funktionen sind die Nullstellen der Differenzfunktion.

c)

Ansatz: Das Maximum von G(x) beschreibt die Stelle mit dem maximalen Gewinn.
$G(x) = 25x - (x^3 - 8x^2 + 24x + 8)$

$G(x) = 25x - x^3 + 8x^2 - 24x - 8$
$G(x) = -x^3 + 8x^2 + x - 8$
$G'(x) = -3x^2 + 16x + 1$
$G''(x) = -6x + 16$ $G'(x) = 0$
$x_1 = 5,395118$; x_2 wird ignoriert weil negativ.
x_1 muss gerundet werde, da es keine gebrochenen Produkteinheiten geben kann.
Es wird von 5 ausgegangen.
G(5) = 72 GE (Geldeinheiten).
Die Funktion G(x) erreicht für 5 Einheiten ihr Maximum mit 72 GE.

Aufgabe 3

a)

$N(t) = \frac{N(0)*e^{kt}}{1+N(0)*(e^{kt}-1)}$
$N'(t) = \frac{u'(x)*v(x)-v'(x)*u(x)}{v(x)^2}$
$u = N(0) * e^{kt}$; $v = 1 + N(0) * (e^{kt} - 1)$
$u'(x) = N(0) * k * e^{kt}$; $v = 1 + N(0) * e^{kt} - N(0))$; $v'(x) = N(0) * k * e^{kt}$
$N'(t) = \frac{N(0)*k*e^{kt}*1+N(0)*(e^{kt}-1)-N(0)*k*e^{kt}*N(0)*e^{kt}}{(1+N(0)*(e^{kt}-1))^2}$
$N'(t) = \frac{N(0)*k*e^{kt}-N(0)*k*e^{kt}*N(0)*e^{kt}}{(1+N(0)*(e^{kt}-1))}$
$N'(t) = \frac{k*N(0)*e^{kt}-k*N(0)*e^{kt}*N(0)*e^{kt}}{(1+N(0)*(e^{kt}-1))}$
$N'(t) = k * \frac{N(0)*e^{kt}}{1+N(0)*(e^{kt}-1)} - k * \frac{(N(0)*e^{kt})^2}{(1+N(0)*(e^{kt}-1))^2}$
$N'(t) = k * N(t) - k * N(t)^2$

b)

$N(0) = \frac{1}{100}$; $t = 1$; $N(1) = \frac{7}{100}$
$\frac{\frac{1}{100}*e^k}{1+\frac{1}{100}*(e^k-1)} = \frac{7}{100}$
$\frac{\frac{1}{100}*e^k}{1+\frac{1}{100}*e^k-\frac{1}{100})} = \frac{7}{100}$
$\frac{\frac{1}{100}*e^k}{\frac{e^k}{100}+\frac{99}{100}} = \frac{7}{100}$
$\frac{e^k}{e^k+99} = \frac{7}{100}$
$\frac{e^k+99}{e^k} = \frac{100}{7}$
$\frac{e^k}{e^k} + \frac{99}{e^k} = \frac{100}{7}$
$1 + \frac{99}{e^k} = \frac{100}{7}$
$\frac{99}{e^k} = \frac{100}{7} - 1$
$\frac{99}{e^k} = \frac{93}{7}$
$99 = \frac{93}{7} * e^k$
$\frac{99*7}{93} = e^k$
$e^k = \frac{693}{93}$
$ln(e^k) = ln(\frac{693}{93})$

$k = ln(693) - ln(93)$
$k = 2,00843$
$N(t) = \frac{N(0)*e^{t*2,00843}}{1+N(0)*(e^{t*2,00843}-1)}$
$N(5) = \frac{\frac{1}{1}*e^{5*2,00843}}{1+\frac{1}{100}*(e^{5*2,00843}-1)}$
$N(5) = \frac{99}{100}$
Um 13 Uhr kennen 99 von 100 Studenten das Gerücht.