



## Lineare Algebra Sommersemester 2019



Diese ProbeKlausur darf während der Corona Krise digital ausgegeben werden.

## 1. Probeklausur

1 Lösen Sie folgendes lineares Optimierungsproblem.

Ein Landwirt möchte 90 ha Land mit Kartoffeln und Zuckerrüben bebauen. Kartoffeln erfordern einen Arbeitsaufwand von 3 Tagen je ha und einen Kapitalaufwand von 400 EUR je ha, Zuckerrüben erfordern 4 Tage je ha und 200 EUR je ha. Wegen der Bodenqualität müssen mindestens 50 ha Zuckerrüben angebaut werden. Für die Bewirtschaftung der 90 ha stehen maximal 360 Arbeitstage und maximal 24.000 EUR zur Verfügung.

Welche Aufteilung des Landes muss gewählt werden, wenn 1 ha Kartoffeln einen Gewinn von 450 EUR und 1 ha Zuckerrüben einen Gewinn von 150 EUR bringen und der Gewinn maximal werden soll?

2 Lösen Sie folgendes lineares Optimierungsproblem.

Eine Fluggesellschaft möchte eine Flugverbindung zwischen zwei Städten einrichten. Ziel ist es in einem bestimmten Zeitraum, mindestens 1600 Personen und 96 Tonnen Ladung zu transportieren.

Derzeit sind zwei Flugzeugetypen verfügbar: 11 Flugzeuge des Typs A und 8 Flugzeuge des Typs B.

Typ A kostet pro Flug 4.000 € und kann 200 Personen sowie 6 Tonnen Ladung transportieren. Typ B kostet pro Flug 1.000 € und kann 100 Personen und 15 Tonnen Ladung transportieren.

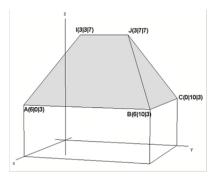
Wie viele Flugzeuge von welchem Typ sollte die Fluggesellschaft einsetzen, um ihre Kosten zu minimieren?

3 Ein Satellit stürzt zurück auf die Erde. Die Kontrollstation in A = (-4, -8, 0) beobachtet ihn in Richtung  $\vec{u}$ . Ein Astronom in B = (24, 32, 0) sieht ihn gleichzeitig in Richtung  $\vec{v}$  (alle Angaben in km). Dabei sind

$$\vec{\mathbf{u}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 15 \end{pmatrix} \text{ und } \vec{\mathbf{v}} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 20 \end{pmatrix}.$$

- (a) Ermitteln Sie die Position P des Satelliten zu diesem Beobachtungszeitpunkt.
- (b) Eine Minute später befindet sich der Satellit in Q = (22, 28, 216). Bestimmen Sie seine Geschwindigkeit in km/h und seinen Aufschlagpunkt auf der Erdoberfläche (= x-y-Ebene).

- 4 Bestimmen Sie für das abgebildete Walmdachhaus
  - (a) eine Parameterdarstellung der Ebene E, in der die vordere Dachfläche (ABJI) liegt,
  - (b) sowie eine Koordinatengleichung der Ebene E.
  - (c) Im Punkt M = (4, 4, 3) befindet sich der Fuß eines 5m langen, senkrecht stehenden Fahnenmastes. In welchem Punkt durchstößt er die vordere Dachfläche?

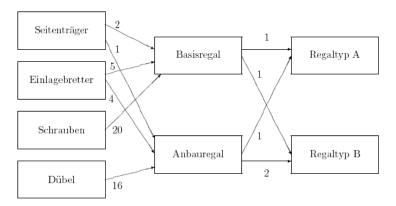


5 Gegeben sei eine Dreieckspyramide mit der Grundfläche ABC mit

$$A = (0, 0, 0), B = (8, 4, 2), C = (-2, 6, -4)$$

und der Spitze S = (1, 7, 3). Berechnen Sie das Volumen der Pyramide. [*Hinweis:* Für das Pyramidenvolumen gilt:  $V_{Pyramide} = 1/3 \cdot Grundfläche \cdot Höhe.$ ]

6 Der Teilebedarf bei einem zweistufigen Produktionsprozess (Rohstoffe → Zwischenprodukte → Endprodukte) ist durch folgende Grafik gegeben.



(a) Interpretieren Sie in diesem Zusammenhang die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \\ 20 & 0 \\ 0 & 16 \end{pmatrix} \text{ und } B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (b) Berechnen Sie A·B und interpretieren Sie dieses Produkt.
- (c) Berechnen Sie, welche Rohstoffstückzahlen für die Herstellung von 10 Regalen vom Typ A und 5 Regalen vom Typ B notwendig sind.

## Viel Erf⊚lg!

Korrigieren Sie sich selbst! Die Lösungen finden Sie demnächst bei StudIP. Bei jeder Aufgabe können 10 P. erreicht werden. Werten Sie die besten 5 Aufgaben.