



2. Übungsblatt

Teamaufgaben für die Woche vom 23. bis zum 27.11.2020. Lösen Sie die folgenden Aufgaben während der Übung gemeinsam in einer Kleingruppe in einem Breakout-Raum. Nach der vereinbarten Zeit kehren Sie in den Übungsraum zurück, wo Sie Ihre Ergebnisse präsentieren können.

A Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an. Begründen Sie Ihre Entscheidungen.

- ☐ Es gibt Folgen, die zwei Grenzwerte besitzen.
- ☐ Jede konvergente Folge hat einen Grenzwert.
- ☐ Alternierende Folgen besitzen keinen Grenzwert.
- ☐ Die Summe zweier konvergenter Folgen ist konvergent.
- ☐ Die Summe zweier divergenter (= nicht konvergenter) Folgen ist divergent.

B Berechnen Sie die Grenzwerte der Folgen mit Hilfe der Grenzwertsätze.

(a) $a_n = \frac{8+n}{4n}$

(b) $b_n = \frac{4n-8}{2n+6}$

(c) $c_n = \frac{2n^2+n+7}{n(n+2)}$

C Die Folge $a_n = \frac{5n+2}{n+1}$ konvergiert gegen den Grenzwert 5. Berechnen Sie den Index N , ab dem alle Folgenglieder einen Abstand von diesem Grenzwert haben, der kleiner ist als (a) $\varepsilon = \frac{1}{10}$, (b) $\varepsilon = \frac{1}{5000}$.

Hausaufgaben bis zum 29.11.2020. Geben Sie die folgenden Aufgaben wie folgt ab: Schreiben Sie die Lösungen aller Aufgaben in eine einzige, max. 10 MB große PDF-Datei „Vorname_Nachname_BlattNr.pdf“ (Beispiel: „Max_Mustermann_02.pdf“). Laden Sie diese Datei bis spätestens Sonntagabend in den passenden Ordner „Abgaben der Hausaufgaben“ Ihrer StudIP-Übungsgruppe hoch.

1 Berechnen Sie die Grenzwerte der Folgen mit Hilfe der Grenzwertsätze. [5 P]

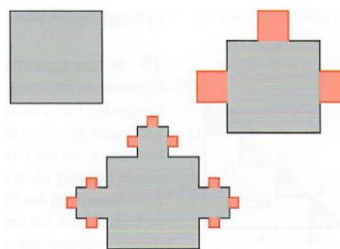
(a) $a_n = \frac{6n-3}{6-2n}$ (b) $a_n = \frac{9n^2 + \sqrt{n} + 7}{3n^2 + 2} \cdot \frac{2^{n+1}}{3^n}$ (c) $a_0 = 1, a_n = \frac{1}{2} \left(a_{n-1} + \frac{4}{a_{n-1}} \right)$

[Hinweis: Sie brauchen bei (c) nicht zu beweisen, dass die Folge konvergiert.]

2 Berechnen Sie den Wert $A(2, 2)$ der Ackermannfunktion. [4 P]

3 Ein Quadrat der Seitenlänge 1 wächst schrittweise wie in der Abbildung verdeutlicht wird. Die in jedem Schritt hinzukommenden Quadrate haben $\frac{1}{3}$ der Seitenlänge der vorherigen Quadrate. [6 P]

(a) Schreiben Sie ein Programm, dass die Figur nach n Schritten zeichnet. Am einfachsten können Sie dazu (wie in der Vorlesung) die Programmiersprache Logo unter <https://www.calormen.com/jslogo> verwenden.



Tipps zu Logo: Schreiben Sie eine Prozedur `To Figur` mit den beiden Eingangsparametern `:n` und `:s`. Folgende Logo-Befehle könnten dabei nützlich sein: `IfElse`, `Fd`, `Lt`, `Rt`, `End`, `Clearscreen`, `Repeat`.

(b) Zeigen Sie, dass der Umfang der Figurenfolge durch eine arithmetische Folge beschrieben werden kann. Nach wie vielen Schritten hat der Umfang eine Länge von 1000?

(c) Stellen Sie eine rekursive Formel für den Flächeninhalt der Figurenfolge auf. Bestimmen Sie, z.B. mit Excel, den Grenzwert dieser Folge.

Worüber Mathematiker lachen

Einmal beauftragte ein Bauer einen Ingenieur, einen Physiker und einen Mathematiker, ihm zu sagen, wie man eine möglichst große Fläche umzäunen könne, wobei möglichst wenig Zaun verbraucht werden solle.

Der Ingenieur machte einen kreisförmigen Zaun und erklärte, dass das die effizienteste Methode sei.

Der Physiker hingegen konstruierte einen außerordentlich langen geradlinigen Zaun und kommentierte: „Es gibt keine bessere Methode, die Hälfte der Erdoberfläche abzugrenzen.“

Der Mathematiker lachte sie aus. Er baute einen winzigen Zaun um sich herum und sagte: „Ich definiere, dass ich mich außen befinde.“