Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Marc Zschiegner

Lineare Algebra
Sommersemester 2021

10. Übungsblatt

Teamaufgaben für die Woche vom 21. bis zum 25.06.2021. *Lösen Sie die folgenden Aufgaben während der Übung gemeinsam in einer Kleingruppe in einem Breakout-Raum. Nach der vereinbarten Zeit kehren Sie in den Übungsraum zurück, wo Sie Ihre Ergebnisse präsentieren können.*

A Gegeben sei die folgende Abbildungsmatrix A in der Standardbasis B_1:

$$A = \begin{pmatrix} -6 & 8 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Abbildungsmatrix in der neuen Basis

$$B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

B Berechnen Sie die Eigenwerte und zugehörigen Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Hausaufgaben bis zum 27.06.2021. *Geben Sie die folgenden Aufgaben wie folgt ab: Schreiben Sie die Lösungen aller Aufgaben in eine einzige, max. 10 MB große PDF-Datei „Nachname_Vorname_BlattNr.pdf“ (Beispiel: „Mustermann_Max_10.pdf“). Laden Sie diese Datei bis spätestens Sonntagabend in den passenden Ordner „Abgaben der Hausaufgaben“ Ihrer StudIP-Übungsgruppe hoch.*

1 Gegeben sei die folgende Abbildungsmatrix A in der Standardbasis B_1:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & -6 & 12 \\ -2 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie die Abbildungsmatrix in der neuen Basis [4 P]

$$B_2 = \left\{ \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \right\}.$$

2 (a) Berechnen Sie die Eigenwerte und zugehörigen Eigenvektoren der Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

(b) Zeigen Sie, dass A diagonalisierbar ist. Geben Sie die Diagonalmatrix B und eine Transformationsmatrix T mit $B = T^{-1} \cdot A \cdot T$ an. [6 P]

3 Sei

$$R_z = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Begründen Sie, dass R_z im dreidimensionalen Raum eine Drehung um den Winkel α um die z-Achse beschreibt.

(b) Geben Sie entsprechende Abbildungsmatrizen R_x und R_y für Drehungen um die x- bzw. y-Achse an.

(c) Ein Rechteck mit den Eckpunkten A = (8, 6, 0), B = (8, 10, 0), C = (8, 10, 2) und D = (8, 6, 2) wird um 60° um die y-Achse gedreht. Bestimmen Sie die Abbildungsmatrix dieser Abbildung und berechnen Sie damit die Bildpunkte des gedrehten Rechtecks. [5 P]

Worüber Mathematiker lachen