8. Übungsblatt

Teamaufgaben für die Woche vom 07. bis zum 11.06.2021. *Lösen Sie die folgenden Aufgaben während der Übung gemeinsam in einer Kleingruppe in einem Breakout-Raum. Nach der vereinbarten Zeit kehren Sie in den Übungsraum zurück, wo Sie Ihre Ergebnisse präsentieren können.*

A Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an. Es sei A eine quadratische Matrix mit $\det(A) \neq 0$. Dann gilt:

- ❒ Die Matrix A ist invertierbar.
- ❒ Das lineare Gleichungssystem $A \cdot \vec{x} = \vec{b}$ ist eindeutig lösbar.
- ❒ Das homogene LGS $A \cdot \vec{x} = \vec{0}$ hat nur die triviale Lösung.
- ❒ Die Spalten von A sind linear unabhängig.
- ❒ Die durch A definierte lineare Abbildung ist umkehrbar.

B Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix durch Entwicklung nach einer geeigneten Zeile oder Spalte:

$$\begin{pmatrix} -2 & 4 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 5 & 1 \\ 4 & 1 & 7 & 1 \end{pmatrix}.$$

Hausaufgaben bis zum 13.06.2021. *Geben Sie die folgenden Aufgaben wie folgt ab: Schreiben Sie die Lösungen aller Aufgaben in eine einzige, max. 10 MB große PDF-Datei „Nachname_Vorname_BlattNr.pdf“ (Beispiel: „Mustermann_Max_8.pdf“). Laden Sie diese Datei bis spätestens Sonntagabend in den passenden Ordner „Abgaben der Hausaufgaben“ Ihrer StudIP-Übungsgruppe hoch.*

In den ersten beiden Hausaufgabe sollen Sie mit Hilfe von *GeoGebra* untersuchen, wie man durch Matrizen lineare geometrische Abbildungen darstellen kann. Zunächst erhalten Sie einige vorbereitende Hinweise zu *GeoGebra*.

Matrizen in GeoGebra: Eine Matrix kann in *GeoGebra* als Liste von Listen, welche die Zeilen der Matrix enthalten, eingegeben werden. Diese Listen werden in geschweifte Klammern geschrieben.

Beispiel: Die Eingabe von {{1, 2, 3}, {4, 5, 6}, {7, 8, 9}} erzeugt eine 3x3-Matrix.

Operationen für Matrizen: Für geeignete Matrizen Matrix1 und Matrix2 gilt:

- Matrix1 + Matrix2: addiert die Matrizen, Matrix1 – Matrix2: subtrahiert sie.
- Matrix1 * Zahl: multipliziert jedes Element der Matrix mit der Zahl.
- Matrix1 * Matrix2: multipliziert die Matrizen.

  Beispiel: {{1, 2}, {3, 4}, {5, 6}} * {{1, 2, 3}, {4, 5, 6}} erzeugt die Matrix {{9, 12, 15}, {19, 26, 33}, {29, 40, 51}}.
- Invertiere[Matrix]: invertiert die Matrix.

Spezialfall „Matrix mal Vektor“: Vektoren müssen in *GeoGebra* nicht als 2x1- bzw. 3x1-Matrizen eingegeben werden. Sie können mit runden Klammern (wie Punkte) eingegeben werden.

- Matrix * Punkt (oder Vektor): Multipliziert die Matrix mit dem Punkt (Vektor) und liefert einen Punkt als Ergebnis.

  Beispiel: {{1, 2}, {3, 4}} * (3, 4) liefert den Punkt (11, 25).
- MatrixAnwenden[Matrix, Objekt]: Bildet ein Objekt (z. B. ein Vieleck oder ein Bild) mit Hilfe der Matrix ab.

1 Setzen Sie einen frei beweglichen Punkt P auf die Zeichenfläche.
Definieren Sie die Matrix M wie in der Tabelle auf der nächsten Seite angegeben.
Definieren Sie den Bildpunkt als P‘ = M*P.
Bewegen Sie P und beobachten Sie P‘.
Durch welche geometrische Abbildung ergibt sich P‘ aus P?
Wie lauten die Abbildungsgleichungen?
Füllen Sie die Tabelle auf der nächsten Seite aus. [9 P]

2 Untersuchen Sie die geometrische Wirkung der folgenden Abbildungsmatrizen A und B, sowie ihres Produkts C = A·B. [3 P]

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

3 Berechnen Sie die Determinante der folgenden Matrix durch Entwicklung nach einer geeigneten Zeile oder Spalte. [3 P]

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 0 & 2 & 0 \\ 4 & 7 & 1 & 1 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

Matrix	Geometrische Abbildung	**Abbildungs-gleichungen** Wie ergeben sich die Koordinaten von P‘ aus denen von P? x‘ = … x + … y y‘ = … x + … y
$M1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$		
$M2 = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$		
$M3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$		
$M4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -0.5 & 1 \end{pmatrix}$		
$M5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$		
$M6 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$		
$M7 = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$		
$M8 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ (erfordert 3D-Ansicht)		
$M9 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ (erfordert 3D-Ansicht)		