



## 9. Übungsblatt

**Teamaufgaben für die Woche vom 18. bis 22.01.2021.** Lösen Sie die folgenden Aufgaben während der Übung gemeinsam in einer Kleingruppe in einem Breakout-Raum. Nach der vereinbarten Zeit kehren Sie in den Übungsraum zurück, wo Sie Ihre Ergebnisse präsentieren können.

**A** Gegeben seien die folgenden Funktionen  $\mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ :

$$f(x) = x + 1 \quad \text{und} \quad g(x) = 2x.$$

- (a) Bilden Sie die Komposition  $g \circ f$ , d. h. bestimmen Sie  $f(g(x))$ .
- (b) Zeigen Sie, dass  $f(g(x))$  bijektiv ist.
- (c) Bestimmen Sie die Umkehrfunktion von  $f(g(x))$ .

**B** Beweisen Sie, dass die Menge der ungeraden ganzen Zahlen abzählbar ist.

**Hausaufgaben bis zum 24.01.2021.** Geben Sie die folgenden Aufgaben wie folgt ab: Schreiben Sie die Lösungen aller Aufgaben in eine einzige, max. 10 MB große PDF-Datei „Vorname\_Nachname\_BlattNr.pdf“ (Beispiel: „Max\_Mustermann\_09.pdf“). Laden Sie diese Datei bis spätestens 23:59 Uhr am Sonntagabend in den passenden Ordner „Abgaben der Hausaufgaben“ Ihrer StudIP-Übungsgruppe hoch.

- 1** Finden Sie einen Beweis durch Widerspruch für den Satz: Wenn  $n + m$  eine ungerade ganze Zahl ist, dann ist entweder  $n$  oder  $m$  ungerade. [4 P]

Schauen Sie auf Amigo das Video <https://video.cs.hs-rm.de/course/120/lecture/1150/> („Diskrete Strukturen 15.01.2021 – Ergänzung“) an, und bearbeiten Sie dann die folgenden Aufgaben zum Schubfachprinzip.

- 2** Beweisen Sie mit Hilfe des Schubfachprinzips: Unter je neun natürlichen Zahlen gibt es mindestens zwei, deren Differenz durch 8 teilbar ist. [5 P]
- 3** (a) Verallgemeinern Sie die Aussage von Aufgabe 2, indem Sie „8“ durch „n“ ersetzen.  
(b) Gilt auch die folgende Aussage? Unter je sechs natürlichen Zahlen gibt es zwei, deren Summe durch 5 teilbar ist. [Sie müssen entweder diese Aussage beweisen oder ein Gegenbeispiel finden.]  
(c) Zeigen Sie: Unter je elf natürlichen Zahlen gibt es stets drei, so dass die Differenz von je zweien durch 5 teilbar ist. [6 P]

## **Worüber Mathematiker lachen**

Ein Ingenieur, ein Physiker und ein Mathematiker übernachten im selben Hotel, als in jedem ihrer Zimmer ein Feuer ausbricht.

Der Ingenieur wacht auf, sieht das Feuer, rennt in das Bad, dreht alle Wasserhähne voll auf, so dass das ganze Appartement überschwemmt und das Feuer gelöscht wird.

Der Physiker wacht auf, sieht das Feuer, rennt zu seinem Arbeitstisch, wirft seinen Laptop an, und beginnt wie wild, alle möglichen Gleichungen der Strömungslehre zu bearbeiten. Nach wenigen Minuten ist er fertig, holt aus seinem Gepäck einen Messzylinder, misst präzise die zum Löschen benötigte Menge Wasser ab, schüttet sie auf das Feuer und hat das Feuer gelöscht.

Der Mathematiker wacht auf, sieht das Feuer, rennt zu seinem Arbeitstisch und beginnt wie wild, Sätze, Lemmata, Hypothesen usw. aufzustellen. Nach kurzer Zeit ist er fertig, legt seinen Stift mit einem triumphierenden Lächeln nieder und sagt „Ich habe bewiesen, dass das Feuer löschar ist.“

Und legt sich befriedigt wieder ins Bett.