Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Marc Zschiegner

Analysis und Numerik
WS 2020/21

6. Übungsblatt

Teamaufgaben für die Woche vom 04. bis zum 08.01.2021. *Lösen Sie die folgenden Aufgaben während der Übung gemeinsam in einer Kleingruppe in einem Breakout-Raum. Nach der vereinbarten Zeit kehren Sie in den Übungsraum zurück, wo Sie Ihre Ergebnisse präsentieren können.*

A Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an.

- ❒ Der Differenzenquotient gibt die Steigung einer Sekante des Graphen an.
- ❒ Der Differenzenquotient ist der Grenzwert des Differenzialquotienten.
- ❒ Der Differenzialquotient ist der Grenzwert des Differenzenquotienten.
- ❒ Die Betragsfunktion ist an keiner Stelle differenzierbar.
- ❒ Ein Polynom n-ten Grades kann nur (n+1)-mal abgeleitet werden.

B Berechnen Sie die Ableitungsfunktion von

$$f(x) = x^5$$

mit Hilfe des Differentialquotienten. [*Tipp:* Verwenden Sie die h-Methode und nutzen Sie zum Ausmultiplizieren von $(x + h)^5$ das Pascalsche Dreieck.]

Hausaufgaben bis zum 10.01.2021. *Geben Sie die folgenden Aufgaben wie folgt ab: Schreiben Sie die Lösungen aller Aufgaben in eine einzige, max. 10 MB große PDF-Datei „Vorname_Nachname_BlattNr.pdf“ (Beispiel: „Max_Mustermann_06.pdf“). Laden Sie diese Datei bis spätestens Sonntagabend in den passenden Ordner „Abgaben der Hausaufgaben“ Ihrer StudIP-Übungsgruppe hoch.*

1 Berechnen Sie die Ableitungsfunktion von

$$f(x) = \sqrt{x}$$

mit Hilfe des Differentialquotienten. [*Tipp:* Erweitern Sie so, dass Sie die 3. binomische Formel anwenden können.] [2 P]

2 Bestimmen Sie jeweils die erste Ableitung mit Hilfe der Ableitungsregeln. [*Hinweis:* Sie müssen die Ableitungsterme nicht vereinfachen.] [9 P]

(a) $f(x) = 2x^{10} + 2x^3 - 7x + 1$ (b) $f(x) = (2x + 3)^{1000}$ (c) $f(x) = \cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)}$

(d) $f(x) = x^{1,5} \cdot e^{5x}$ (e) $f(x) = \frac{(x-5)^5}{x^2 - 3x + 1}$ (f) $f(x) = \sqrt{\sin(x^2)}$

(g) $f(x) = \ln(3x) + \ln(x^3)$ (h) $f(x) = \arcsin(5x)$ (i) $f(x) = \frac{3}{x^7}$

3 Die Funktionen

$$\sinh(x) = \tfrac{1}{2}\,(e^x - e^{-x}) \quad \text{und} \quad \cosh(x) = \tfrac{1}{2}\,(e^x + e^{-x})$$

heißen **Sinus hyperbolicus** bzw. **Kosinus hyperbolicus**. Zeigen Sie:
(a) $\sinh(0) = 0$, $\cosh(0) = 1$,
(b) $\sinh(x)$ ist eine ungerade Funktion, $\cosh(x)$ ist eine gerade Funktion,
(c) $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$.
(d) Berechnen Sie die n-te Ableitung von $\sinh(x)$ und von $\cosh(x)$. [4 P]

Worüber Mathematiker lachen

Ein Ingenieur und ein Mathematiker hören den Vortrag eines theoretischen Physikers, in dem Räume vorkommen, deren Dimension 8, 9 und noch größer sind. Damit hat der Ingenieur Schwierigkeiten, während der Mathematiker den Vortrag offensichtlich genießt.
Nach dem Vortrag wendet sich der Ingenieur an den Mathematiker: „Sagen Sie, wie schaffen Sie es, dies alles zu verstehen?“ „Ich stelle mir das konkret vor.“
„Aber wie um alles in der Welt können Sie sich einen 9-dimensionalen Raum vorstellen?“ „Ganz einfach, ich stelle mir zuerst einen n-dimensionalen Raum vor und spezialisiere dann zu $n = 9$.“