Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Marc Zschiegner

Lineare Algebra
Sommersemester 2021

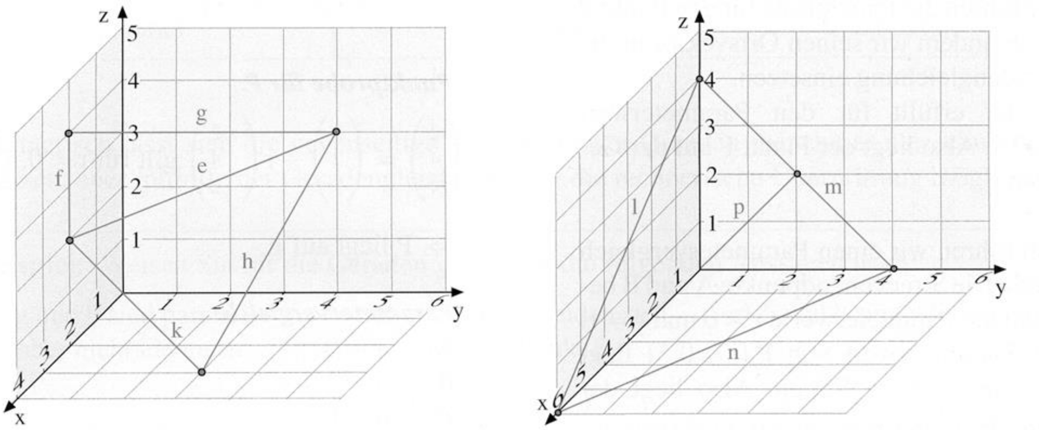
3. Übungsblatt

Teamaufgaben für die Woche vom 03. bis zum 07.05.2021. *Lösen Sie die folgenden Aufgaben während der Übung gemeinsam in einer Kleingruppe in einem Breakout-Raum. Nach der vereinbarten Zeit kehren Sie in den Übungsraum zurück, wo Sie Ihre Ergebnisse präsentieren können.*

A Kreuzen Sie die richtigen Aussagen an.

- ❒ Kollineare Vektoren sind auch komplanar.
- ❒ Drei komplanare Vektoren des 3-dimensionalen Raums sind immer linear abhängig.
- ❒ Vier Vektoren des 3-dimensionalen Raums sind immer linear abhängig.
- ❒ Zwei Vektoren des 3-dimensionalen Raums sind immer linear unabhängig.
- ❒ Jede Teilmenge einer Menge linear abhängiger Vektoren ist linear abhängig.

B Ordnen Sie den abgebildeten Geraden eine Parametergleichung zu.



I: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$ II: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ III: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -6 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

IV: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$ V: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ VI: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$

VII: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ VIII: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ IX: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix}$

Hausaufgaben bis zum 09.05.2021. *Geben Sie die folgenden Aufgaben wie folgt ab: Schreiben Sie die Lösungen aller Aufgaben in eine einzige, max. 10 MB große PDF-Datei „Nachname_Vorname_BlattNr.pdf“ (Beispiel: „Mustermann_Max_3.pdf“). Laden Sie diese Datei bis spätestens Sonntagabend in den passenden Ordner „Abgaben der Hausaufgaben“ Ihrer StudIP-Übungsgruppe hoch.*

1 Bestimmen Sie die Parametergleichung der folgenden Geraden. [3 P]

(a) Die Gerade g_1 ist zur y-Achse parallel und geht durch den Punkt (3, 2, 0).

(b) Die Gerade g_2 ist eine Ursprungsgerade durch den Punkt (2, 4, -2).

(c) Die Gerade g_3 ist die Winkelhalbierende der x-z-Ebene.

2 Untersuchen Sie die folgenden Vektoren auf lineare Unabhängigkeit. [6 P]

(a) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ -8 \\ 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix}$

3 Die **Seitenhalbierenden** eines Dreiecks sind die Verbindungsstrecken von einem Eckpunkt zum Mittelpunkt der jeweils gegenüberliegenden Seite. Der **Schwerpunkt** eines Dreiecks ist der gemeinsame Schnittpunkt der drei Seitenhalbierenden. Er teilt die Seitenhalbierenden im Verhältnis 2 : 1. [6 P]

(a) Berechnen Sie die Lägen der drei Seitenhalbierenden des Dreiecks ABC mit

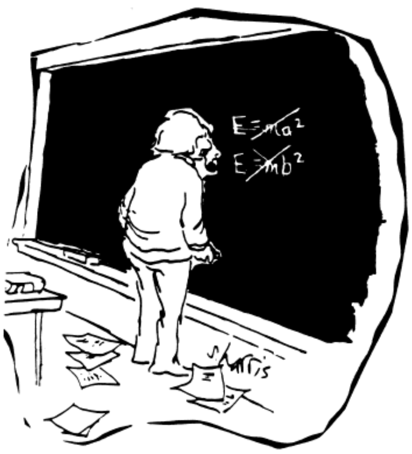
$$A = (4, 2, -1),\ B = (10, -8, 9),\ C = (4, 0, 1).$$

(b) Zeigen Sie, dass für den Ortsvektor $\overrightarrow{OS}$ des Schwerpunkts S eines Dreiecks ABC gilt:

$$\overrightarrow{OS} = \tfrac{1}{3}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}).$$

(c) Der Schwerpunkt des Dreiecks ABC mit A = (4, 9, 2) und B = (15, 18, 9) ist S = (5, 6, 3). Berechnen Sie die Koordinaten des Punkts C.

Worüber Mathematiker lachen



Einstein kurz vor seiner großen Entdeckung