Lsg Vorschlag LA Ü03 Maximilian Maag

Aufgabe A

- richtig
- richtig
- richtig
- falsch
- falsch

Aufgabe B

- I $\rightarrow$ l
- II $\rightarrow$ k
- III $\rightarrow$ n
- IV $\rightarrow$ g
- V $\rightarrow$ p
- VI $\rightarrow$ h
- VII $\rightarrow$ f
- VIII $\rightarrow$ e
- IX $\rightarrow$ m

Aufgabe 1

a)

$$g_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \mathrm{r} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \checkmark$$

b)

$$g_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \mathrm{r} \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -2 \end{pmatrix} \checkmark$$

c)

$$g_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} x \\ y \\ z \end{matrix}$$

Es soll eine Winkelhalbierende der xz-Ebene sein, nicht der xy-Ebene

Aufgabe 2

2/3

a)

Ansatz mit Vektoren als LGS in Abhängigkeiit von x, y, z und u.

A1: x + z + 4u = 0
B1: 2x + y + z = 0
C1: y + z -3u = 0
D1: -x + y + z = 0

A2: A1 + C1
A2: x + z + 4u + y + z -3u = 0
A2: x + y + 2z + u = 0
B2: B1 + C1
B2: 2x + y + z + y + z - 3u = 0
B2: 2x + 2y + 2z - 3u = 0
B3: B2 + 2*D1
B3: 2x + 2y + 2z - 3u + 2*(-x + y + z) = 0
B3: 2x + 2y + 2z - 3u -2x + 2y + 2z = 0
B3: 4y + 4z - 3u = 0
C2: C1 - $\frac{1}{4}$B3
C2: y + z -3u - $\frac{1}{4}$(4y + 4z - 3u = 0) = 0
C2: y + z -3u -y - z + $\frac{3}{4}$u = 0
C2: -3u + $\frac{3}{4}$u = 0
C2: u = 0 ✓
A3: u in A1
A3: x + z + 0 = 0
A3: x = -z
D2: x in D1
D2: -z + y + z = 0
D2: y = 0 ✓
B4: y und u in B3
B4: 0 + 4z - 0 = 0
B4: z = 0 ✓
A4: z in A3 A4: z = 0
x = 0; y = 0; z = 0 ✓

Das LGS hat nur eine triviale Lösung daher sind die Vektoren linear unabhängig. ✓ 2Pkt

b)

Ansatz mit LGS in Abhängigkeit von x, y, z und u, sollte ich eigentlich machen aber es ist Dienstag Abend ich will fertig werden daher mit Kehrmatrix

A * X = B

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -3 & 3 \\ 3 & 4 & -8 & 6 \\ 3 & -4 & 10 & 8 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$ ✓ 1Pkt

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{-2}{5} & \frac{8}{5} & \frac{-3}{5} & 0 \\ \frac{-2}{5} & \frac{-19}{85} & \frac{33}{170} & \frac{3}{34} \\ \frac{-1}{5} & \frac{-2}{85} & \frac{-1}{170} & \frac{3}{34} \\ \frac{1}{5} & \frac{-58}{85} & \frac{28}{85} & \frac{1}{17} \end{pmatrix}$$

$$X = A^{-1} * B = \begin{pmatrix} \frac{-2}{5} & \frac{8}{5} & \frac{-3}{5} & 0 \\ \frac{-2}{5} & \frac{-19}{85} & \frac{33}{170} & \frac{3}{34} \\ \frac{-1}{5} & \frac{-2}{85} & \frac{-1}{170} & \frac{3}{34} \\ \frac{1}{5} & \frac{-58}{85} & \frac{28}{85} & \frac{1}{17} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Das LGS hat ausschließlich eine triviale Lösung daher sind die Vektoren linear unabhängig.

ƒ Vektoren sind linear abhängig
0=0

3/6

Aufgabe 3

a)

:= s_1: Seitenhalbierende $\vec{AB}$
:= s_2: Seitenhalbierende $\vec{BC}$
:= s_3: Seitenhalbierende $\vec{CA}$

$s_1 = |\vec{OC}$-$\vec{AB}$*$\frac{1}{2}$ |
$\vec{OP} = (\vec{AB})$*$\frac{1}{2}$

$$\vec{OP} = \begin{pmatrix} 6 \\ -10 \\ 10 \end{pmatrix} * \frac{1}{2}$$

$$\vec{OP} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$s_1 = \left| \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix} \right|$$

$$s_1 = \sqrt{1^2 + 5^2 + 4^2}$$

$s_1 = \sqrt{1+25+16}$
$s_1 = \sqrt{26+16}$
$s_1 = \sqrt{42}$

$s_2 = \vec{OA} - \frac{\vec{BC}}{2}$
$\frac{\vec{BC}}{2} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ -4 \end{pmatrix}$
$s_2 = \left| \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \right|$
$s_2 = \sqrt{7^2 + (-2)^2 + 3^2}$
$s_2 = \sqrt{49+4+9}$
$s_2 = \sqrt{62}$

$s_3 = \vec{OB} - \frac{\vec{CA}}{2}$
$\frac{\vec{CA}}{2} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
$s_3 = \left| \begin{pmatrix} 10 \\ -7 \\ 8 \end{pmatrix} \right|$
$s_3 = \sqrt{100+49+64}$ f 0/3P
$s_3 = \sqrt{213}$

b)

$\vec{OS} = \frac{1}{3} * (\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})$
$\vec{OS} = \vec{OC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM_{AB}}$
$\vec{OS} = \vec{OC} + \frac{2}{3}\overrightarrow{CM_{AB}}$
$\vec{OS} = \vec{OC} + \frac{2}{3} * (\frac{\vec{OA}+\vec{OB}}{2} - \vec{OC})$
$\vec{OS} = \vec{OC} + \frac{\vec{OA}+\vec{OB}-2\vec{OC}}{3}$
$\vec{OS} = \frac{3\vec{OC}+\vec{OA}+\vec{OB}-2\vec{OC}}{3}$
$\vec{OS} = \frac{\vec{OC}+\vec{OA}+\vec{OB}}{3}$
$\vec{OS} = \frac{1}{3}(\vec{OC} + \vec{OA} + \vec{OB})$ ✓ 2P

c)

Ansatz: Der Vektor $\vec{OC}$ beschreibt die Verschiebung vom Ursprung zu Punkt C, daher ist dieser Vektor in Zeilenschreibweise der Punkt C.

$\vec{OS} = \frac{1}{3}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC})$

$3 * \vec{OS} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$
$3 * \vec{OS} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC}$
$3 * \vec{OS} - \vec{OA} - \vec{OB} = \vec{OC}$

$$\vec{OC} = 3 \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 15 \\ 18 \\ 9 \end{pmatrix}$$
$$\vec{OC} = \begin{pmatrix} 11 \\ 9 \\ 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 15 \\ 18 \\ 9 \end{pmatrix}$$
$$\vec{OC} = \begin{pmatrix} -4 \\ -9 \\ -2 \end{pmatrix}$$

C = (-4|-9|-2) ✓ 1P

3/6

8/15 I.A. Möhrstedt
M. Seibert