Hochschule RheinMain
Prof. Dr. Marc Zschiegner

Diskrete Strukturen
WS 2020/21

4. Übungsblatt

Teamaufgaben für die Woche vom 30.11. bis 04.12.2020. *Lösen Sie die folgenden Aufgaben während der Übung gemeinsam in einer Kleingruppe in einem Breakout-Raum. Nach der vereinbarten Zeit kehren Sie in den Übungsraum zurück, wo Sie Ihre Ergebnisse präsentieren können.*

A Gegeben seien drei Mengen A, B und C. Welche der folgenden Formeln beschreibt die eingefärbten Fläche? Kreuzen Sie die richtige(n) Lösung(en) an.

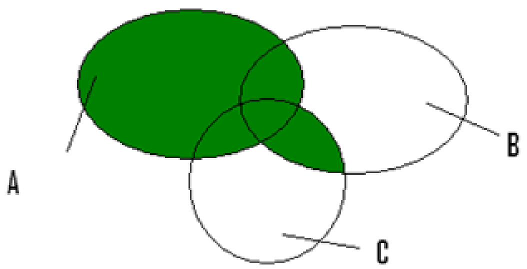
❑ $A \cup \overline{B}$

❑ $A \cup (B \cap C)$

❑ $(A \cap B) \setminus (B \cup C)$

❑ $(A \cup B) \cap (B \cap C)$

❑ $(A \cup B) \cap (A \cup C)$



B Seien A, B und C Mengen. Begründen Sie mit Hilfe von Venn-Diagrammen die folgende Gleichung:

$$A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C).$$

C Bilden Sie für die folgenden Aussagen jeweils die Negation und geben Sie die Wahrheitswerte der Aussage und ihrer Negation an.

(a) $\forall x \in \mathbf{N}\ \ \forall y \in \mathbf{N}\ \ \exists z \in \mathbf{N}\ \ x + y = z$

(b) $\exists z \in \mathbf{N}\ \ \forall x \in \mathbf{N}\ \ \forall y \in \mathbf{N}\ \ x + y = z$

(c) $\forall x \in \mathbf{N}$ 3 teilt x $\rightarrow$ 6 teilt x

Hausaufgaben bis zum 06.12.2020. *Geben Sie die folgenden Aufgaben wie folgt ab: Schreiben Sie die Lösungen aller Aufgaben in eine einzige, max. 10 MB große PDF-Datei „Vorname_Nachname_BlattNr.pdf" (Beispiel: „Max_Mustermann_04.pdf"). Laden Sie diese Datei bis spätestens 23:59 Uhr am Sonntagabend in den passenden Ordner „Abgaben der Hausaufgaben" Ihrer StudIP-Übungsgruppe hoch.*

1 (a) Gegeben seien die beiden Aussageformen über dem Universum aller Lebewesen

$$A(x) = \text{„x ist ein Mann"},$$
$$B(x) = \text{„x ist ein Schwein"}.$$

Formulieren Sie die folgenden Aussagen in Worten. [3 P]

(1) $\forall\, x\ (A(x) \rightarrow B(x))$

(2) $\forall\, x\ (A(x) \wedge B(x))$

(3) $\exists\, x\ (A(x) \wedge B(x))$

(b) In der Analysis kann man den Grenzwert einer Folge wie folgt definieren: Eine Folge (a_n) hat genau dann den Grenzwert g, wenn es zu jeder Zahl $\varepsilon > 0$ eine natürliche Zahl N gibt, so dass gilt: Wenn $n > N$ ist, dann gilt $|a_n - g| < \varepsilon$. Formulieren Sie diese Definition als aussagenlogische Formel. [1 P]
Tipp: Beginnen Sie wie folgt und verwenden Sie dann geeignete Quatoren und Junktoren:

Eine Folge (a_n) hat genau dann den Grenzwert g, wenn gilt: ...

2 Im Universum $U = \{p, q, r, s, t, u, v, w\}$ seien die Mengen $A = \{p, q, r, s\}$, $B = \{r, u, w\}$ und $C = \{q, s, t, v\}$ gegeben. Bestimmen Sie die Mengen

(a) $B \cap C$
(b) $A \cup C$
(c) $\overline{C}$
(d) $A \cap B \cap C$
(e) $(A \cup B) \cap (A \cap C)$
(f) $\overline{A \cup B}$
(g) $A \setminus C$
(h) $(A \cup C) \setminus (A \cap C)$. [8 P]

3 Seien A und B Mengen. Wir definieren die **symmetrische Differenz** von A und B durch

$$A \Delta B = (A \cup B) \setminus (A \cap B).$$

(a) Beschreiben Sie die symmetrische Differenz in Worten.
(b) Machen Sie sich die symmetrische Differenz an einem Venn-Diagramm klar.
(c) Vereinfachen Sie den Ausdruck $(A \Delta \overline{B}) \Delta A$. [3 P]

Worüber Mathematiker lachen

Wenn in einer Theorie ein Widerspruch ableitbar ist, so kann jede in dieser Theorie überhaupt formulierbare Aussage bewiesen werden.
Einstein wurde einmal gefragt, ob er dann zeigen könne, wenn $1 = 2$ ist, dass dann daraus folge, dass er, Einstein, der Papst sei. „Nichts leichter als das“, antwortete Einstein. „Der Papst und ich sind verschieden, also sind wir zwei Personen. Da $2 = 1$ ist, sind wir also nur eine Person. Also bin ich der Papst.“