

Lösungsvorschlag Ü01 A+N Maximilian Maag

Aufgabe A

- 1. Falsch
- 2. Richtig
- 3. Richtig
- 4. Richtig
- 5. Falsch
- 6. Richtig

Aufgabe B

a) $a_n = 2n - 1$

$$a_0 = -1$$

$$a_1 = 2 * 1 - 1 = 1$$

$$a_2 = 2 * 2 - 1 = 3$$

$$a_3 = 2 * 3 - 1 = 5$$

$$a_4 = 2 * 4 - 1 = 7$$

$$a_5 = 2 * 5 - 1 = 9$$

b) $a_n = 1 + \frac{1}{n}$

$$a_1 = 1 + \frac{1}{1} = 2$$

$$a_2 = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$a_3 = 1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

$$a_4 = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$a_5 = 1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$$

c) $a_n = (-1)^n * 2n$

$$a_0 = 0$$

$$a_1 = (-1)^1 * 2 = -2$$

$$a_2 = (-1)^2 * 2 * 2$$

$$= 1 * 4 = 4$$

$$a_3 = (-1)^3 * 2 * 3$$

$$= -1 * 6 = -6$$

$$a_4 = (-1)^4 * 2 * 4 = 8$$

$$a_5 = (-1)^5 * 2 * 5 = -10$$

Aufgabe C

a) $d = 4$

$$a_n = 3 + 4n$$

$$\text{b)} \quad q = \frac{1}{4}$$

$$a_n = 4 * \left(\frac{1}{4}\right)^n$$

$$\text{c)} \quad a_n = a_0 * q^n$$

$$q = \frac{-8}{2} = -4$$

$$a_0 = \frac{1}{8}$$

$$a_n = \frac{1}{8} * (-4)^n$$

Aufgabe D Es wird Näherungsweise eine Entfernung von 384.400 km angenommen. Eine Zeitung misst aufgeschlagen eine Dicke von grob geschätzten 0,1 mm.

$$A = 0,1, 0,2, 0,4, 0,8, 1,6 \dots$$

Diese geometrische Reihe beschreibt die Dicke der angenäherten Zeitung.

$$a_n = a_0 * q^n$$

$$q = \frac{1,6}{0,8} = 2$$

$$a_n = 0,1 * 2^n$$

Um zum Mond zu gelangen muss die Dicke der Zeitung der Entfernung Erde - Mond entsprechen. Daraus ergibt sich folgende Exponentialgleichung

$$384400km = 384400000000mm = 3,844 * 10^{12} \quad 0,1 * 2^x = 3,844 * 10^{12}$$

$$2^x = 3,844 * 10^{13} | \log()$$

$$\log(2^x) = \log(3,844 * 10^{13})$$

$$x * \log(2) = \log(3,844 * 10^{13})$$

$$x = \frac{\log(3,844 * 10^{13})}{\log(2)}$$

$$x = 45,1277 \approx 46 \text{ da die 45,12-te Faltung überschritten werden muss.}$$

Der Praxistest ist mangels einer Zeitung entfallen. Die Rechnung kann als Reihe dargestellt werden und zeigt ein hohes Wachstum für ein geringes n.

Aufgabe 1

$$\text{a)} \quad \text{Zinsen pro Jahr: } 500 * \frac{3}{100} = 15$$

$$a_n = 500 + 15n$$

$$2000 = 500 + 15n \quad 1500 = 15n \quad n = 100 \text{ Jahre}$$

$$\text{b)} \quad a_n = 500 * 1,03^n$$

$$2000 = 500 * 1,03^n$$

$$500 * 1,03^n = 2000$$

$$1,03^n = 4$$

$$\log(1,03^n) = \log(4)$$

$$n * \log(1,03) = \log(4)$$

$$n = \frac{\log(4)}{\log(1,03)}$$

$$n = 46,8995 \approx 47 \text{ Jahre}$$

Aufgabe 2

a) $a_3 = 25a_6 = 46$

$$3d = 46 - 25$$

$$d = 7$$

$$a_n = a_0 + n * d$$

$$a_0 = 25 - 3 * 7$$

$$a_0 = 4$$

$$a_n = 4 + 7n$$

b) $a_n = 16 * 2,5^n$

c) $a_2 = 2000$ $a_4 = 1280$

$$q^2 = \frac{1280}{2000}$$

$$q = \sqrt{\frac{1280}{2000}}$$

$$q = 0,8$$

$$a_2 * \left(\frac{8}{10}\right)^2 = a_4$$

$$a_4 * \left(\frac{10}{8}\right)^2 = a_2$$

$$a_2 * \left(\frac{10}{8}\right)^2 = a_0$$

$$2000 * \left(\frac{10}{8}\right)^2 = 3125$$

$$a_n = 3125 * (8/10)^n$$

d) $a_0 = 3$

$$a_{n+1} = 2a_n + 1$$

$$a_1 = 2 * 3 + 1$$

$$a_1 = 7$$

$$a_0 * q = a_1$$

$$3 * q = 7$$

$$q = \frac{7}{3}$$

$$a_n = a_0 * q^n$$

$$a_n = 3 * \left(\frac{7}{3}\right)^n$$

Aufgabe 3 - Zufallszahlen $x_n = (ax_{n-1} + c) \bmod m$

$$a = 7; c = 4; m = 9$$

$$x_n = (7 * x_{n-1} + 4) \bmod 9$$

$$x_0 = 3 \quad x_1 = (7 * 3 + 4) \bmod 9 = 7$$

$$x_1 = (7 * 7 + 4) \bmod 9 = 8$$

$$x_2 = 6$$

$$x_3 = 1$$

$$x_4 = 2$$

$$\begin{aligned}x_5 &= 0 \\x_6 &= 4 \\x_7 &= 5 \\x_8 &= 3\end{aligned}$$