Relatório com soluções da Segunda Prova

Daniel Elias e Matheus Saliba
Cálculo Numérico
2018.01

26 de junho de 2018

Questão 1. Para solução da questão, primeiramente foi calculado *f(1,7)*, utilizando a função $f(x) = \sqrt[3]{(x-1)}$, onde pX era o ponto a ser interpolado, e pY o valor exato da função, como a seguir:

1: $pX \leftarrow 1.7)$
2: $pY \leftarrow (pX-1)^{\frac{1}{3}}$ $\qquad \triangleright\ pY = 0.88790$

Após, foi calculada a Interpolação Linear, de grau um (P_1), utilizando a expressão $p1 = (\frac{y(3)-y(2)}{x(3)-x(2)}) \times (pX - x(2))$, utilizando os pontos *1,6* e *1,9*, mais próximos do ponto buscado. Resultado: $P_1 = 0.88412$. Foi calculado, também, o erro absoluto em relação à função original: $erroP1 = p1 - pY$, tendo por resultado, -0.0037858.

Na sequencia foi calculada a Interpolação Quadrática, de grau dois (P_2), utilizando a expressão:

$$p2 = y(1) \times \frac{(pX-x(2))\times(pX-x(3))}{(x(1)-x(2))\times(x(1)-x(3))} + y(2) \times \frac{(pX-x(1))\times(pX-x(3))}{(x(2)-x(1))\times(x(2)-x(3))} + y(3) \times \frac{(pX-x(1))\times(1.7-x(2))}{(x(3)-x(1))\times(x(3)-x(2))}$$

Nesta expressão, todos os pontos dados foram utilizados. Resultado: $P_2 = 0.88864$. O erro absoluto calculado foi: $erroP2 = p2 - pY = 7.3752e - 04$.

A seguir, foi calculada a Interpolação Cúbica, de grau três (P_3), utilizando a função interna do Octave *interp1*, como a seguir:

$$p3 = interp1(x, y, pX, 'cubic')$$

Neste caso, o resultado foi: $P_3 = 0.88777$. O erro absoluto foi: $erroP3 = p3 - pY = -1.3147e - 04$. A seguir, as funções foram plotadas para comparação. Como esperado, a curva de interpolação que mais se aproximou da curva da função foi a Interpolação Cúbica P_3.

Questão 2. Utilizando x como o eixo tempo em dias e *y1* como amostra 1 e *y2* como amostra 2, a modelagem ocorreu de acordo com o enunciado, ficando assim:
$x = [0, 6, 10, 13, 17, 20, 28]$;
$y1 = [6.6700, 17.3300, 42.6700, 37.3300, 30.1000, 29.3100, 28.7400]$;
$y2 = [6.6700, 16.1100, 18.8900, 15.0000, 10.5600, 9.4400, 8.8900]$;

Foi utilizado também um domínio a, que vai de 0 a 28 com passo de 0,01: $a \leftarrow [0 : .01 : 28]$;. Logo em seguida, uma variável de controle n é definida como tamanho do vetor a para controle do laço que manipula a criação da curva em que são chamados os elementos do enunciado na função *InterpolacaoLagrange()*:

$n \leftarrow size(a, 2)$;
para i $\leftarrow$ 1 **até** n **faça**
  $curva[i] \leftarrow InterpolacaoLagrange(x, y1, a(i))$ ▷ Preenche o vetor
fim para

Então, começamos a fazer o *plot* da amostra 1 com uma curva em vermelho, utilizando o vetor a como domínio e logo em seguida descobrindo os valores mínimo e máximo do vetor, assim como pede a questão B:

$plot(a, curva1, 'r'); holdon$
$min1 = min(curva1)$
$max1 = max(curva1)$

O exato procedimento se repete para a amostra 2, onde a curva é em azul:

---

para i $\leftarrow$ 1 **até** n **faça**
  $curva[i] \leftarrow InterpolacaoLagrange(x, y2, a(i))$
fim para
$plot(a, curva2, 'b')$;
$min2 = min(curva2)$
$max2 = max(curva2)$

E, para finalizar, a declaração e ajustes dos elementos no gráfico como titulo, rótulos e legendas.

Questão 3. A questão 3 foi solucionada na seguinte forma:
Na solução da letra A (Questa03A.m), foram utilizadas as bases, sendo que na ordenada foi informada a altura dos funcionários, e na abscissa o seu peso, e plotado o gráfico de dispersão.
$vetorX = [183, 173, 168, 188, 158, 163, 193, 163, 178];$
$vetorY = [79, 69, 70, 81, 61, 63, 79, 71, 73];$

Para resolução da letra B (Questa03B.m), foi utilizado o algoritmo de ajuste pelos mínimos quadrados, tendo como resultado o $b_0 = -20.078$ e $b_1 = 0.52757$, utilizando a altura em centímetros. O *plot* do gráfico contém o Diagrama de Dispersão, da letra A, e a reta de ajuste, para comparação

A resolução da letra C (Questa03C.m) utilizou o algoritmo de Interpolação Cúbica para estimar o peso e altura, conforme enunciado. Os resultados foram: peso de 70.379kg para altura de 175cm e 191.44cm para peso de 80kg. Neste caso, os dados foram ordenados do enunciado foram ordenados, e utilizados somente os que eram mais próximos ao solicitado:

Estimativa de peso para altura de 175cm:

```
vetorX = [173, 178, 183];
vetorY = [69, 73, 79];
a = 175;
fA = interp1(vetorX, vetorY, a, 'cubic')
fA = 70.379
```

Estimativa de altura para peso de 80kg:

```
vetorX = [73, 79, 81];
vetorY = [178, 193, 188];
p = 80;
fP = interp1(vetorX, vetorY, p, 'cubic')
fP = 191.44
```

A letra D (Questa03D.m) foi resolvida como a letra B, mas invertendo-se os dados: a ordenada recebeu o peso e a abscissa recebeu a altura. Foi utilizado, também, o algoritmo de ajuste por mínimos quadrados, tendo como resultado o $b_0 = 60.295$ e $b_1 = 1.5857$, utilizando a altura em centímetros. O *plot* do gráfico contém o Diagrama de Dispersão e a reta de ajuste, para comparação.

Não houve entendimento sobre como resolver a letra E.

Questão 4. A modelagem foi feita de acordo com o seguinte:

Na letra A (Arquivo Questao4a.m), o algoritmo (spline3.m) utiliza uma matriz de coordenadas correspondentes, logo, de acordo com o enunciado a declaração de X ficou assim:

$X = [0.9, 1.3, 1.9, 2.1, 2.6, 3.0, 3.9, 4.4, 4.7, 5, 6, 7, 8, 9.2, 10.5, 11.3, 11.6, 12, 12.6, 13, 13.3;$
$1.3, 1.5, 1.85, 2.1, 2.6, 2.7, 2.4, 2.15, 2.05, 2.1, 2.25, 2.3, 2.25, 1.95, 1.4, 0.9, 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.25];$

Onde a primeira coluna é o x e a segunda coluna é o respectivo $f(x)$. Utilizando então a variável X é feita a chamada do código spline3.m:

$Spline = spline3(X);$

No próprio código do spline3.m é feito o plot do pato e com asteriscos(*) são marcados os pontos originais de X, para efeito de comparação.

Na letra B (Arquivo Questao4B.m), vamos utilizar novamente o InterpolacaoLagrange.m, então precisamos declarar dois vetores e um dominio com n=20, assim como pedido no enunciado:

$x = [0.9, 1.3, 1.9, 2.1, 2.6, 3.0, 3.9, 4.4, 4.7, 5, 6, 7, 8, 9.2, 10.5, 11.3, 11.6, 12, 12.6, 13, 13.3];$
$y = [1.3, 1.5, 1.85, 2.1, 2.6, 2.7, 2.4, 2.15, 2.05, 2.1, 2.25, 2.3, 2.25, 1.95, 1.4, 0.9, 0.7, 0.6, 0.5, 0.4, 0.25];$
$dom = linspace(0.9, 13.3, 20);$

E então a função é chamada:

$Lagrange = InterpolacaoLagrange(x, y, dom)$

Agora, com os resultados do Spline e Lagrange, o arquivo "Questao4.m"utiliza o mesmo domínio de n=20 para plotar Lagrange ao lado do spline e após fazer a declaração e formatação do gráfico:

$[Spline] = Questao4A();$
$[Lagrange] = Questao4B();$
$dom = linspace(0.9, 13.3, 20);$
$plot(dom, Lagrange, 'k');$
$title("Questao4");$
$h = legend("Spline", "Lagrange");$
$legend(h, "location", "northeastoutside");$
$set(h, "fontsize", 20);$
$holdon;$