

Assignment 11

Advanced Algorithms & Data Structures PS

Christian Müller 1123410
Daniel Kocher, 0926293

June 19, 2016

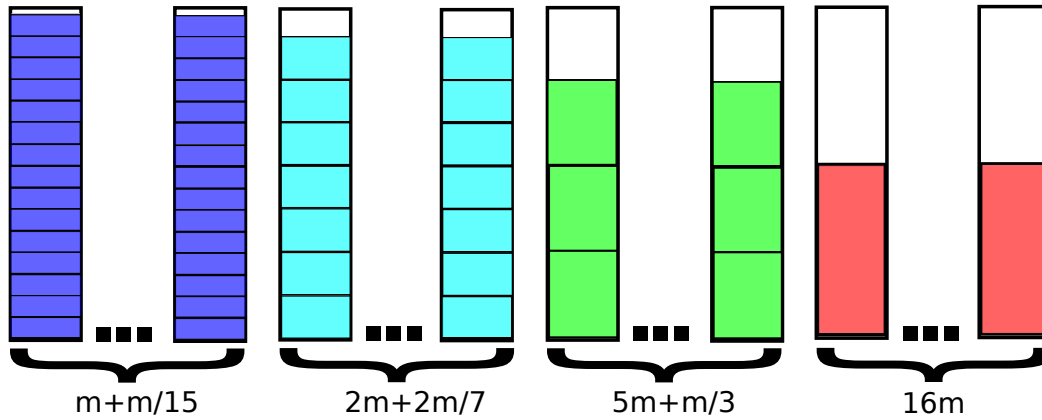
Aufgabe 21 Gegeben sei folgende Sequenz I von Objekten

$$\frac{1}{16} + \epsilon, \dots, \frac{1}{16} + \epsilon, \frac{1}{8} + \epsilon, \dots, \frac{1}{8} + \epsilon, \frac{1}{4} + \epsilon, \dots, \frac{1}{4} + \epsilon, \frac{1}{2} + \epsilon, \dots, \frac{1}{2} + \epsilon \quad (1)$$

wobei jede Teilsequenz (gleiche Objekte) die Länge $16m$ hat.

Es gilt $m \in \mathbb{N} : 0 \equiv m \pmod{15} \wedge 0 \equiv m \pmod{7} \wedge 0 \equiv m \pmod{3}$ und $\epsilon < 10^{-6}$.

- Geben Sie $FF(I)$ sowie die zugehörige Packung an.



Aufteilung der $16m$ Elemente der Größe $\frac{1}{16} + \epsilon$.

Eine Runde sei das Einfügen von 16 Elementen. Also ist nach m Runden das Einfügen von $16m$ Elementen beendet.

Runde 1: $B_1 : 15 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon), B_2 : (\frac{1}{16} + \epsilon)$

Runde 2: $B_1 : 15 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon), B_2 : 15 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon), B_3 : 2 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon)$

Runde 3: $B_1 : 15 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon), B_2 : 15 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon), B_3 : 15 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon), B_4 : 3 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon)$

...

Runde 15: $B_1 : 15 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon), B_2 : 15 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon), B_3 : 15 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon), B_4 : 15 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon), \dots, B_{16} : 15 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon)$

wegen $0 \equiv m \pmod{15}$ gilt:

Runde m : $B_1 : 15 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon), B_2 : 15 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon), B_3 : 15 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon), B_4 : 15 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon), \dots, B_{m+\frac{m}{15}} : 15 \cdot (\frac{1}{16} + \epsilon)$

Alle $m + \frac{m}{15}$ Blöcke sind nach m Runden vollständig gefüllt. Nach m Runden gilt für alle Blöcke B_j mit $1 \leq j \leq m + \frac{m}{15}$ also:

$$B_j + \left(\frac{1}{16} + \epsilon\right) > 1 \quad (2)$$

Aufgrund der gegebenen Einfügereihenfolge bedeutet das also, dass diesen Blöcken kein weiteres Element der Restsequenz mehr hinzugefügt werden kann da diese alle eine Größe haben die $\left(\frac{1}{16} + \epsilon\right)$ übersteigt.

Aufteilung der $16m$ Elemente der Größe $\frac{1}{8} + \epsilon$.

B_k	Runde 1	Runde 2	...	Runde 7	...	Runde m
$(m + \frac{m}{15}) + 1$	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$...	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$...	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$
$(m + \frac{m}{15}) + 2$	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$...	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$...	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$
$(m + \frac{m}{15}) + 3$	$2 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$...	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$...	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$
$(m + \frac{m}{15}) + 4$	/	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$...	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$...	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$
$(m + \frac{m}{15}) + 5$	/	$4 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$...	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$...	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$
$(m + \frac{m}{15}) + 6$	/	/	...	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$...	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$
...
$(m + \frac{m}{15}) + 16$	/	/	...	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$...	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$
$(m + \frac{m}{15}) + 17$	/	/	...	/	...	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$
...
$(m + \frac{m}{15}) + (2m + \frac{2m}{7})$	/	/	...	/	...	$7 \cdot (\frac{1}{8} + \epsilon)$

16 Objekte der Größe $\left(\frac{1}{8} + \epsilon\right)$ füllen (d.h. sodass kein weiteres Objekt dieser Größe Platz hat) 2 Blöcke und es bleiben 2 Objekte übrig. Im Rahmen von k Runden wächst dieser Rest auf $2k$ Objekte an. Um diese $2k$ zusätzlichen Objekte unterzubringen, werden $\lceil \frac{2k}{7} \rceil$ zusätzliche Blöcke benötigt.

Analog für $\frac{1}{4} + \epsilon$ und $\frac{1}{2} + \epsilon$

$$\begin{aligned}
FF(I) &= m + \frac{m}{15} + 2m + \frac{2m}{7} + 5m + \frac{m}{3} + 16m \\
&= 24m + \frac{m}{15} + \frac{2m}{7} + \frac{m}{3} \\
&= 24m + \frac{7m + 30m + 35m}{105} \\
&= 24m + \frac{72m}{105}
\end{aligned}$$

Für das Einfügen der Sequenz I ($64m$ Elemente) werden $24m + \lceil \frac{72m}{105} \rceil$ Container benötigt.