UNIDAD 1

REGLAS DE LOS SIGNOS

Objetivo general.

Al terminar esta Unidad resolverás ejercicios y problemas en los que apliques las reglas de los signos.

Objetivos específicos:

1. Recordarás las reglas de los signos para la suma y la diferencia.
2. Recordarás las reglas de los signos para la multiplicación y la división.
3. Recordarás el orden en que deben realizarse las operaciones aritméticas y algebraicas, incluyendo el uso de símbolos de agrupación.
4. Aplicarás las reglas de los signos y los símbolos de agrupación en la resolución de ejercicios algebraicos.
5. Aplicarás las reglas de los signos y los símbolos de agrupación en la resolución de problemas de casos reales.

Objetivo 1. Recordarás las reglas de los signos para la suma y la diferencia.

Para la suma:

a) Si se tienen números de igual signo:

Para sumar dos o más números de igual signo, lo que se tiene que hacer es sumar las cantidades y al resultado anteponerle el mismo signo.

b) Si se tienen números de signos diferentes:

Para sumar dos números de diferentes signos, se resta el número menor del número mayor y el resultado lleva el signo del número mayor.

Ejemplos:

1.) Al sumar (3) + (2) ambos tienen signo positivo, por esto el resultado es 5 positivo, aunque el signo + no se escriba.

2.) Al sumar (–16) + (13), el resultado es – 3, puesto que al restar 13 de 16 se obtiene 3, y el número mayor tiene signo negativo.

Para la diferencia:

a) Si se tienen números de igual signo:

Para obtener la diferencia de dos números positivos, lo que se tiene que hacer es restar las cantidades y al resultado anteponerle un signo positivo si se resta un número menor de otro mayor que él, y un signo negativo en caso contrario.

Para obtener la diferencia de dos números negativos, lo que se tiene que hacer es restar las cantidades y al resultado anteponerle un signo negativo si se resta un número menor de otro mayor que él, y un signo positivo en caso contrario.

b) Si se tienen números de signos diferentes:

Para obtener la diferencia de dos números de diferentes signos, se debe sumar al primero (el *minuendo*) el opuesto del número que se resta (el *sustraendo*). El *opuesto* de un número es ese mismo número, con el signo contrario.

Ejemplos:

1.) Al restar (8) – (2) ambos tienen signo positivo y el resultado es 6 porque 2 es menor que 8.

2.) Al restar (2) – (8) ambos tienen signo positivo y el resultado es – 6 porque 8 es mayor que 2.

3.) Al restar (– 8) – (– 2) ambos tienen signo negativo y el resultado es – 6 porque 2 es menor que 8.

4.) Al restar (– 2) – (– 8) ambos tienen signo negativo y el resultado es + 6 porque 8 es mayor que 2.

5.) Para restar (– 8) – (2) se suma a (– 8) el opuesto de (2), es decir:

$$(-8) - (2) = (-8) + (-2) = -10.$$

6.) Para restar (8) – (– 2) se suma a (8) el opuesto de (– 2), es decir:

$$(8) - (-2) = (8) + (2) = 10.$$

Objetivo 2. Recordarás las reglas de los signos para la multiplicación y la división.

a) Leyes de los signos para la multiplicación o producto:

El producto de elementos con signos iguales es un elemento positivo.
El producto de elementos con signos diferentes es un elemento negativo.

Ejemplos:

1.) $(-a)(-b) = ab$ El resultado es positivo porque los dos factores son del mismo signo.

2.) $(a)(-b) = -ab$ El resultado es negativo porque los dos factores son de signos diferentes.

3.) $(-x)(y) = -xy$ El resultado es negativo porque los dos factores son de signos diferentes.

4.) $(x)(y) = xy$ El resultado es positivo porque los dos factores son del mismo signo.

b) Leyes de los signos para la división:

El cociente de elementos con signos iguales es un elemento positivo.
El cociente de elementos de signos diferentes es un elemento negativo.

Ejemplos:

1.) $a \div b = -a \div -b = a/b$ El resultado es positivo puesto que los dos elementos del cociente son del mismo signo.

2.) $-a \div b = a \div -b = -a/b$ El resultado es negativo puesto que los dos elementos del cociente son de signos diferentes.

Objetivo 3. Recordarás el orden en que deben realizarse las operaciones aritméticas y algebraicas, incluyendo el uso de símbolos de agrupación.

Para evaluar expresiones matemáticas se aplica el siguiente orden:

1. Primero se evalúan las expresiones dentro de los símbolos de agrupación, incluyendo paréntesis: **( )**, corchetes: **[ ]**, o llaves: **{ }**. Si la expresión contiene paréntesis anidados (un par de paréntesis dentro de otro par), primero se evalúa la expresión que está dentro de los paréntesis internos.
2. Después se evalúan todos los términos que tengan exponentes y raíces.
3. Luego, se evalúan todas las multiplicaciones o divisiones en el orden en que se presentan, trabajando de izquierda a derecha.
4. Por último, se evalúan todas las sumas y restas en el orden en que se presentan, trabajando de izquierda a derecha.

Es importante tener presente que una barra de fracción actúa como un símbolo de agrupación. Así, cuando se evalúan expresiones con una barra de fracción, se trabaja por separado arriba y abajo de la barra de fracción.

También es importante recordar que un signo menos precediendo a un símbolo de agrupación significa que los elementos agrupados al interior de los paréntesis, corchetes o llaves, deben multiplicarse por –1 o, lo que es lo mismo, cambiarles el signo al eliminar el símbolo de agrupación.

Ejemplos:

1.) Para simplificar la expresión: $3a + \{-5x - [-a + (9x - a - x)]\}$

Primero se empieza por suprimir el paréntesis, por ser el más interno:

$= 3a + \{-5x - [-a + 9x - a - x]\}$

Suprimiendo luego el corchete queda:

$= 3a + \{-5x + a - 9x + a + x\}$

Cuando se suprimen las llaves se tiene:

$= 3a - 5x + a - 9x + a + x$

Y, simplificando, queda:

$= 5a - 13x$

2.) Para simplificar la expresión:

$\{2a + [a - (a+1)]\} \div \{3a + [a - (2a + 3) + 2]\}$

Como la división indicada se representa por una barra de fracción, al reescribir la expresión queda:

$\{2a + [a - (a+1)]\} \div \{3a + [a - (2a + 3) + 2]\}$

$$= \frac{\{2a + [a - (a+1)]\}}{\{3a + [a - (2a + 3) + 2]\}}$$

Ahora, se eliminan los paréntesis arriba y abajo de la barra:

$$= \frac{\{2a + [a - a - 1]\}}{\{3a + [a - 2a - 3 + 2]\}}$$

Luego se eliminan ambos corchetes:

$$=\frac{\{2a+a-a-1\}}{\{3a+a-2a-3+2\}}$$

Y, finalmente, ambas llaves:

$$=\frac{2a+a-a-1}{3a+a-2a-3+2}$$

Al reducir el numerador y el denominador se obtiene la expresión simplificada:

$$=\frac{2a-1}{2a-1}=1$$

En muchas ocasiones, especialmente cuando existen numerosos signos de agrupación, es conveniente ir reduciendo las expresiones que se obtienen en cada paso para no terminar con expresiones demasiado largas, en las que es más fácil equivocarse al reducirlas.

Ejemplo:

1.) Simplificar la expresión:

$5\{-(a+b)-3[-2a+3b-(a+b)+(-a-b)+2(-a+b)]-a\}$

Eliminando los paréntesis al interior del corchete queda:

$= 5\{-(a+b)-3[-2a+3b-a-b-a-b-2a+2b]-a\}$

Se reduce la expresión que quedó dentro del corchete:

$= 5\{-(a+b)-3[-6a+3b]-a\}$

Ahora se eliminan el corchete y el otro paréntesis:

$= 5\{-a-b+18a-9b-a\}$

Y se vuelve a reducir:

$= 5\{16a-10b\}$

Finalmente, se elimina la llave y se obtiene:

$= 80a-50b$