
1º Slide [1º PARTE]

Conceitos básicos de matemática discreta

Definindo conjuntos

Conjunto: Ideia de agrupamento;

Estrutura que agrupa objetos com base para construir estruturas mais complexas.

Tecla SAP SAP

\in - Pertence [Relação de **Elemento** para **Conjunto**]

\notin - Não Pertence [Relação de **Elemento** para **Conjunto**]

\subset - Está contido [Relação de **Subconjunto** para **Conjunto**]

$\not\subset$ - Não está contido [Relação de **Subconjunto** para **Conjunto**]

\supset - Contém [Relação de **Conjunto** para **Subconjunto**]

$\not\supset$ - Não Contém [Relação de **Conjunto** para **Subconjunto**]

Exemplos

Seja S um conjunto e a um elemento de S.

a \in S : a pertence a S

a \notin S : a não pertence a S

Está Contido:

$\{1,2,3\} \subset \{1,2,3,4\}$: $\{1,2,3\}$ é um subconjunto de $\{1,2,3,4\}$ → **Correto**

$\{1,3\} \subset \{1,2,3,4\}$: $\{1,3\}$ é um subconjunto de $\{1,2,3,4\}$ → **Correto**

$\{1\} \subset \{1,2,3,4\}$: $\{1\}$ é um subconjunto de $\{1,2,3,4\}$ → **Correto**

$\{\} \subset \{1,2,3,4\}$: $\{\}$ é um subconjunto de $\{1,2,3,4\}$ → **Correto**

$\{1,2,3,4\} \supset \{\}$: $\{1,2,3,4\}$ contém $\{\}$ → **Correto**

$\{\emptyset\} \subset \{1,2,3,4\}$: $\{\emptyset\}$ é um subconjunto de $\{1,2,3,4\}$ → **Errado**

$\{\emptyset\}$ → **Conjunto unitário**

$\{\}$ ou \emptyset → **Conjunto sem elementos [Vazio]**

2º Slide [2º PARTE]

Relação entre conjuntos

União (\cup) : A união dos elementos de dois conjuntos.

Ex.:

$$A = \{1,2,3,u,o\} \text{ e } B = \{1,h,i,u,j\} \text{ então } A \cup B = \{1,2,3,u,o,h,i,j\}$$

Intersecção (\cap) : Os elementos obrigatoriamente precisam estar em todos os conjuntos da intersecção.

Ex.:

$$A = \{1,2,3,u,o\} \text{ e } B = \{1,h,i,u,j\} \text{ então } A \cap B = \{1,u\}$$

Diferença ($-$) : Retira-se de determinado conjunto a intersecção.

¡WARNING!: A ORDEM IMPORTA PORRA!

Ex.:

$$A = \{1,2,3,u,o\} \text{ e } B = \{1,h,i,u,j\} \text{ então } A - B = \{2,3,o\} \text{ e } B - A = \{h,i,j\}$$

Conjunto Complementar (C) : É preciso da existência de um conjunto universo (U) o qual contém todos os elementos.

Ex.: Seja $U = \{1, \dots, 20\}$

$$A = \{2,4,6,8, \dots, 20\}$$

$$C(a) = \{1,3,5,7, \dots, 19\}$$

$U =$ _____

$A =$ _____

$C(a) =$ _____

Conjunto das Pateres (P(x)) : Dado um conjunto gerador, o conjunto das partes é gerado por este, analisando as composições dos elementos que o compoem, sejam individuais, duplas, trios, etc, até chegar no próprio conjunto gerador.

Ex.: Seja A conjunto gerador $A = \{1,2,3\}$

$$P(a) = [\{\}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}]$$

Noções de Lógica

Proposição: É uma construção (sentença, frase) a qual cabe um juízo de valor.

Ex:

1) $3+4 < 2 \rightarrow$ Falso

2) $3+4 > 2 \rightarrow$ Verdadeiro

Tecla SAP SAP

$\sim (\neg)$ - Negação # Modificação do valor

e (\wedge) - Conjunção

ou (\vee) – Disjunção

\rightarrow - Condicional (se)

\leftrightarrow - Bidondicional (Se e somente se)

P	Q	$P \wedge Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Tipos de Relações

Funcional: [Reção de um da origem para no máximo um do destino]

Seja $R: A \rightarrow B$ uma relação. Se R é uma relação funcional então:

$$(\forall a \in A) (\forall b_1 \in B) (\forall b_2 \in B) (aRb_1 \wedge aRb_2 \rightarrow b_1 = b_2)$$

Portanto, nessa relação R cada elemento de A está relacionada a no máximo um elemento de B.

Na Matriz: No máximo um valor verdadeiro em cada linha da matriz.

No Grafo: Existe no máximo um arco partindo de cada nó.

Injetora: [O inverso da Funcional]

Seja uma relação R: $A \rightarrow B$. R é um injetora se

$$(\forall b \in B) (\forall a_1 \in A) (\forall a_2 \in A) (a_1 R b \wedge a_2 R b \rightarrow a_1 = a_2)$$

Portanto, nessa relação R, cada elemento de B está associado a no máximo um elemento de A.

Na Matriz: Há no máximo um valor lógico verdade para cada coluna.

No Grafo: Existe no máximo um arco chegando em cada nó.

Relação Total [Todo $a \in A$ tem um $b \in B$]

Seja R: $A \rightarrow B$ uma relação. S e R é uma relação total então:

$$(\forall a \in A) (\exists b \in B) (aRb)$$

Portanto, nesta relação R, cada elemento da origem A está associado a “pelo menos” um elemento de B.

Na Matriz: Há pelo menos um valor lógico verdadeiro por linha na matriz.

Ex.: Seja $A = \{1,2,3,4\}$ e $B = \{A,E,i\}$ e $R = \{(1;a), (2;e), (3;i), (4;a), (4;e)\}$

R	A	E	i
1	1	1	0
2	0	1	0
3	0	0	1
4	1	1	0

Relação Sobrejetora

Seja R: $A \rightarrow B$ numa relação. Se R é uma relação sobrejetora então:

$$(\forall b \in B) (\exists a \in A) (bRa)$$

Portanto, nessa relação R, cada elemento do destino B esta associado a pelo menos um elemento na origem A.

Na matriz: Há pelo-menos um valor lógico verdadeiro para **coluna** na matriz.

Ex.: 1) $=: A \rightarrow A$

$A \times B : A \rightarrow B$

Monomorfismo

Seja R: $A \rightarrow B$ uma relação. Para R ser uma monorelação, é preciso satisfazer simultaneamente:

→ Total (Pelo menos uma por linha)

→ Injetora (No máximo uma por linha)

Ex.:

=	A	E	I
A	1	0	0
E	0	1	0
I	0	0	1

Epimorfismo

Seja $R: A \rightarrow B$ uma relação. Para que R seja uma epirrelação é preciso que seja simultaneamente:

- Sobrejetora (Pelo menos um valor lógico verdadeiro por coluna)
- Funcional (Mínimo um valor verdadeiro por linha)

R	1	2	3
1	0	1	0
2	1	0	0
3	0	0	1

Isomorfismo : Top da baile.

Seja $R: A \rightarrow B$ uma relação

Para R ser uma relação isomorfica, é preciso satisfazer:

- Total
- Sobrejetore
- Funcional
- Injetora

Seila qual Slide

Endorrelação: Uma endorrelação é uma relação binária interna de um conjunto. (dança do passarinho). Também pode ser chamada “autorrelação”

Ex. : $A = \{1,2,3\}$

A;=	1	2	3
1	1	0	0
2	0	1	0
3	0	0	1

Propriedades da Endorrelação

Relfexiva: É uma propriedade na qual todo elemento do conjunto relaciona-se consigo mesmo, ou seja:

$(\forall a \in A) (a R a)$

Na matriz: A diagonal principal só apresenta valores lógicos verdadeiros.

No grafo: Qualquer nodo possui arco (ou aresta) com origem e destino nele mesmo

Ex.: $(A ; =)$

Irreflexiva: $(\forall a \in A) \sim(aRa)$

Na matriz: A diagonal principal da matriz só apresenta valores lógicos falso
No grafo: Não tem dança do passarinho.

Relação Simétrica: Seja A um conjunto e R uma endorrelação em A. R será simétrica se:

$$(\forall a \in A)(\forall b \in A) (aRb \wedge bRa)$$

Matriz: A metade acima da diagonal principal é igual a metade de baixo, célula a célula.
No grafo: Entre dois nodos não há nenhuma seta, ou há duas setas que os ligam.

Ex.: X;=

Relação Antissimétrica: Seja A um conjunto e R uma endorrelação em A. R será assimétrica se:

$$(\forall a \in A)(\forall b \in A) (aRb \wedge bRa \rightarrow a = b)$$

Na matriz: A metade acima da diagonal principal é diferente da metade de baixo, célula a célula.

No grafo: Entre 2 nodos há no máximo uma seta.

Relação Transitiva: Seja A um conjunto e R uma endorrelação em A.

R será transitiva se:

$$(\forall a \in A)(\forall b \in A)(\forall c \in A) (aRb \wedge bRc \rightarrow aRc)$$

No grafo: Há a ideia de triangularidade entre 3 nodos, tal qual noção de vetor resultante.

Ex.:

$$A = \{1,2,3\} \quad R = \{(1;2),(1;3),(2;3)\}$$