11/28/2021

Daniel Cargar Mahyar (dani002h)

EUC SJælland

Aflevering 47B

Mateamtik A - Aflevering

# Opgave 1

1. **Bestem ved beregning værdien for t , så vektorerne er parallelle.**

# Opgave 2

# Opgave 3

Bestem diskriminanten d for andengradsligningen

# Opgave 4

Chart, line chart

Description automatically generated

# Opgave 5

Chart, line chart

Description automatically generated

# Opgave 6

Chart, box and whisker chart

Description automatically generated

# Opgave 7

Graphical user interface, text, application

Description automatically generated

# Opgave 8

1. **Argumenter for at vinkel er**

For det første, så kan man lægge mærke til, at der faktisk dannes en mindre ligesidet trekant mellem punkterne Q, P og R. Se figuren herunder:

Shape

Description automatically generated

Figur 1: Ligesidet trekant inde i "racken"

På figur 1, så er det tydeligt, at der er blevet dannet en ligesidet trekant mellem punkterne Q, P og R. Det giver også god mening, da alle kuglerne har en diameter på , hvilket betyder, at alle kuglernes centrum rundt i kanterne er forskudt med samme afstand. Med informationen om, at der bliver dannet en ligesidet trekant i midten, så kender vi også til den regel som siger, at en ligesidet trekant har 3 vinkler på . Det kan også ses, at vinkel er halvdelen af vinkel . Derfor halverer man denne vinkel på og får :

Så ved at kigge på den indre ligesidet trekant, så kan man bestemme vinkel ved at halvere vinklen .

1. **Bestem afstanden**

For at finde , så kan vi starte med at finde og derfra finde . Det vides fra opgaven, at en kugle har en diameter på:

Mellem punkt og er der 3 kugler. Da alle kuglerne deler den samme diameter, så kan vi tage produktet af 3 kugler og diameteren af kuglen for at finde afstanden :

Da vi har fundet , så kan vi begynde at kigge på punktet S. Det kan ses, at punkterne P, Q og S danner en retvinklet trekant, hvor er hypotenusen og hvor er de hosliggende katete ift. vinklen . Derfor kan vi gøre brug af cosinus relationen i en retvinklet trekant til at bestemme afstand :

Vi isolerer i ligningen overfor:

Vi indsætter vores værdier og finder afstanden :

**Det kan herfra konkluderes, at afstanden er omkring .**

1. **Bestem omkredsen af den røde trekant**

For at finde omkredsen af den røde trekant, så starter vi med at kigge på hjørnerne af trekanten. Se figuren herunder for yderligere reference:

Shape

Description automatically generated

Figur 2: Hjørnerne på røde trekant

Det kan ses, at der dannes en retvinklet trekant (den røde markerede trekant på figur 2). Vi ønsker at finde længden , som står modsat vinklen . Vinkel må være , da den røde trekant er en ligesidet trekant, som har 3 ensartede vinkler på , hvor vinkel udgør halvdelen af denne vinkel. Siden må være radius af kuglen, som har centrum i punkt . Derfor kan vi godt bestemme længden ved at gøre brug af tangens i en retvinklet trekant:

Nu mangler vi at bestemme vinklen . Vi ved, at vinkelsummen i en trekant er , det er en retvinklet trekant, og at vinkel A er . Derfor kan vi finde vinkel P på følgende måde:

Da vi har fundet vinkel , så kan vi nu beregne, hvad siden er:

Da vi nu har siden , så kan vi kigge på en af siderne i den røde trekant. Den består af to af længderne og så længden mellem punkt P og R (). Derfor kan vi formulere det på denne måde:

Kigger man på trekanten, så kan det ses, at der er 3 kuglers afstand mellem punkt og . Derfor kan vi bare tage produktet af diameteren og 3 for at finde afstanden:

Med denne information, så kan vi beregne sidelængden på den røde trekant.

For at finde omkredsen af hele den røde trekant, så skal vi have 3 af disse sidelængder. Derfor tage vi produktet af en af siderne og 3:

**Det kan nu konkluderes, at omkredsen af den røde trekant er**

# Opgave 9

1. **Beregn vinklen , der er vist på figur 6, når radius**

Vi betragter ligningen for længden af en cirkelbue, der spænder over en vinkel

Da vi skal finde vinklen, så indsætter vi væres cirkelbue længde og den radius, som rammer afgrænser cirkelbuen:

**Det kan nu konkluderes, at vinklen er , når radius er**

1. **Bestem tværsnitsarealet, der er vist gråtonet på figur 6**

Vi betragter ligningen for areal af cirkelafsnit med udgangspunkt i vinkel og radius:

Da vi nu kender radius og vinklen , så kan vi bare indsætte vores værdier og beregne arealet af det gråtonede område:

**Det kan nu konkluderes, at arealet af det gråtonede område også kaldt cirkelafsnittet, er**

1. **Bestem det størst mulige tværsnitsareal**

Vi betragter arealfunktionen som funktion af radius:

,

Jeg starter med at indtegne arealfunktionen ind i GeoGebra. Det skal siges, at GeoGebra ikke kan håndtere , som at være den variable, så på figuren herunder, så er . Se figuren herunder:

Text, letter

Description automatically generated

Chart

Description automatically generated

Figur 3: Arealfunktion som funktion af radius. Det skal nævnes, at x=r på denne figur

Det kan ses, at figuren er tegnet indenfor afgrænsede område som blev beskrevet i opgaven. Herefter anvender jeg mig af ”ekstrema”-værktøjet, som markerer alle maxima/minima på grafen. Her er der modtaget et resultat, hvor det største areal, som GeoGebra giver er . Vi skal dog stadig bevise, at dette er det største areal, som funktionen kan give. Dog har CAS-værktøjet svært ved at differentiere arealfunktionen. Derfor er vi nødt til at bevise dette grafisk. Vi kigger stadig på vores arealfunktion, hvor vi sætter to punkter ved siden af maksimum-punktet, og bestemmer deres hældning. Se figuren herunder:

Chart

Description automatically generated

Figur 4: Bestemmelse af monotoniforhold

Det kan ses, at der, hvor arealfunktionen har nået sit maks er omkring . Ved at sætte et punkt, som er mindre end , så kan det ses, at tangenten i punktet D er voksende. Dog når der indsættes et punkt efter maksimum punktet, så er tangentfunktionen aftagende. Dette bekræfter, at maksimumpunktet er i . I andre ord, så er areal størst, når radius er . Vi indsætter det radius ind i arealfunktionen og får det størst mulige tværsnitsareal:

**Det kan nu konkluderes, at det størst mulige areal er**

# Opgave 10

1. **Bestem linjeelementerne i punkterne og**

For at bestemme linjelementerne, så skal vi beregne hældningskoefficienterne i de forskellige punkter. Dette gøres ved at indsætte punktets koordinater ind i differentialligningen herunder:

Beregningerne for de enkelte hældningskoefficienter kan ses herunder:

**Da vi nu har hældningerne for de enkelte punkter, så kan vi opskrive linjeelementerne herunder:**

1. **Opskriv rekursionsligningen for differentialligningen svarende til Eulers metode**

Eulers metode beskrives således:

Det vil sige, at for vores differentialligning, så opskriver man således:

Når vi har identificeret , så kan vi kigge på den generelle rekursionsligning for tangenten i et bestemt punkt:

**Da vi har , så kan vi direkte opskrive rekursionsligningen for differentialligningen:**

1. **Benyt Eulers metode til at bestemme en tilnærmet løsning til differentialligningen for , og**

For at bestemme en tilnærmet løsning, så kigger vi på rekursionsligningen fundet i tidligere opgave:

For at beregne , så kræver det, at vi kender dens tidligere værdi i talfølgen. For eksempel, for at beregne , så kræver det at vi kender . Og er jo allerede givet som at være fra opgave sættet. Derfor kan vi indsætte 30 i stedet for , og dermed beregne en tilnærmet løsning for :

Da vi nu har beregnet en tilnærmet løsning for , så kan vi bruge denne værdi til at beregne den næste værdi i talfølgen, nemlig :

**På den måde, har vi nu beregnet tilnærmede løsninger for og , hvor faktisk er givet på forhånd som .**

1. **Bestem, hvor mange procent den tilnærmede løsning afviger fra den eksakte løsning for**

For at bestemme den procentvise afvigelse fra, så skal vi gøre brug af følgende formel:

Da vi ved, at det er den eksakte løsning som teoretisk skal give den præcise værdi, så er det den værdi vi bruger til at sammenligne med den ikke-eksakte værdi nemlig den tilnærmede fra Eulers metode. Vi indsætter vores værdier i ligningen og finder afvigelsesprocenten:

**Det kan ses, at Eulers metode afviger med , hvilket betyder, at Eulers metode faktisk er mindre end den eksakte løsning**

# Opgave 11

1. **Indtegn datasættet i et retvinklet koordinatsystem**

Ved at indtaste datasættet i en tabel i GeoGebra, så kan vi lave vækstregression af datasættet, og skitsere datasættet i et retvinklet koordinatsystem. Skitsen ses herunder:

Chart, line chart

Description automatically generated

Ligningen, som GeoGebra giver lyder som følgende:

1. **Bestem konstanterne i modellen**

Når der arbejdes med vækst, så er den overordnede formel:

**Ud fra regressionsanalysen, kan det så konkluderes, at konstanterne og er:**