



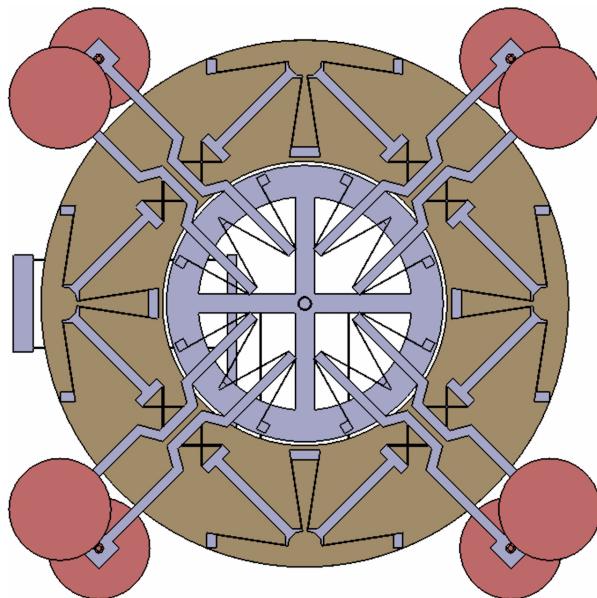
RAPPORT TECHNIQUE

PANTOGRAPHÉ PARALLÈLE

GROUPE 33

- BISO : Balanced-IsoSpring-Oscillator -

Oscillateur à deux degrés de liberté isotrope et insensible aux accélérations linéaires et angulaires pour base de temps de pendulette mécanique



Author :

Ben Abda Mohamed Habib
Elmaleh Daniel Abraham
Lanfermann Paul
Mouillet Jérémie
Wybaillie Alexis

Submitted to :
Prof. Simon Henein

Table des matières

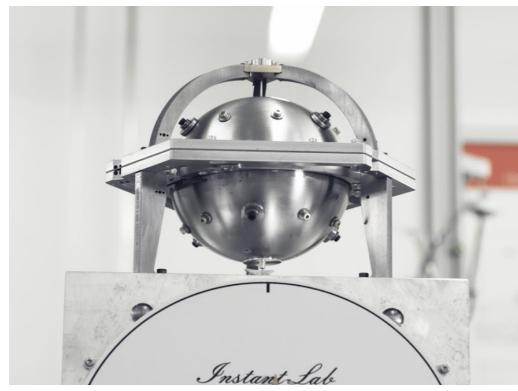
1	Introduction	2
2	Principe de fonctionnement	3
2.1	Explication du principe de fonctionnement	3
2.1.1	Architecture générale de la pendulette	3
2.1.2	Principe de l'oscillateur	3
2.1.3	Principe de l'équilibrage en force et en moment	4
2.2	Schéma cinématique de l'oscillateur représenté avec des articulations idéales	5
2.3	Calcul de la mobilité selon la méthode de Grübler et discussion des éventuels hyperstatismes	5
2.4	Implémentation de la cinématique de l'oscillateur en guidages flexibles	6
2.5	Discussion qualitative de l'isotropie de rigidité et de masse	7
2.6	Mise en évidence des concepts originaux et explications spécifiques à la solution retenue	7
3	Dimensionnement du mécanisme	8
3.1	Calcul des valeurs maximales des contraintes dans les articulations flexibles : rigidité et contraintes maximales	8
3.1.1	Pivot RCC	8
3.1.2	Pivot à lames croisées	9
3.1.3	Table à lames	10
3.1.4	Bras rigides	12
3.2	Détermination de la fréquence	13
3.2.1	Définitions géométriques et calculs préliminaires	13
3.2.2	Calcul de la rigidité équivalente	13
3.2.3	Calcul de la masse réduite	15
3.2.4	Fréquence	18
3.3	Chaîne de transmission	19
3.4	Couple maximum délivré par le bâillet	20
3.5	Puissance maximale délivrée par le bâillet	20
3.6	Rayon maximum	20
3.7	Puissance maximale dissipée par l'oscillateur	20
3.8	Puissance minimale dissipée par l'oscillateur	21
3.9	Couple minimal et puissance minimale délivrés par le bâillet	21
3.10	Détermination du nombre de tours effectués par le bâillet	21
3.11	Réserve de marche	21
4	Construction	22
4.1	Justifications des choix faits pour la construction	22
4.2	Argumenter les choix des matériaux	24
4.3	Estimation du coût de fabrication du mécanisme	26
5	Conclusion	27
6	Annexes	29

1 Introduction

Dans le cadre du cours de Conception de Mécanismes II enseigné par le Prof. Simon Henein, il nous a été demandé de travailler sur base du mécanisme IsoSpring développé en 2014 par le laboratoire Instant-Lab. Ce mécanisme répondait alors au besoin d'une alternative au système habituel de montres mécaniques qui génère d'importantes pertes par frottement. En effet, aucune amélioration significative n'a été trouvée depuis l'introduction du balancier-spiral en 1675. Depuis, le facteur de qualité est stagner et le rendement de l'échappement est faible. L'alternative proposée par IsoSpring repose sur l'utilisation d'un oscillateur à deux degrés de liberté, produisant des orbites elliptiques, et de guidages flexibles qui opèrent sans friction, supprimant ainsi l'essentiel des pertes énergétiques et augmentant d'un ordre de grandeur le facteur de qualité.



(a) Mécanisme planaire : *Wattwins*



(b) Mécanisme sphérique

FIGURE 1.1 – Réalisations du mécanisme IsoSpring par le laboratoire *Instant-Lab*

L'innovation que nous proposons avec notre projet est de rendre ce mécanisme également insensible aux accélérations, comme celle de la gravité ou celle d'un mouvement accéléré par exemple. Ainsi notre projet consiste en la réalisation d'un oscillateur à deux degrés de liberté dont le fonctionnement est isotrope et insensible aux accélérations linéaires et angulaires, le tout implémenté en guidages flexibles. L'objectif d'un tel système est de concevoir une base de temps utilisée en horlogerie mécanique pouvant être embarquée, donc adaptée au voyage, sans perte de précision chronométrique. Le projet acquiert ainsi le préfixe *Balanced* en référence à son équilibrage pour finalement se nommer *Balanced-IsoSpring-Oscillator*, abrégé BISO.

2 Principe de fonctionnement

2.1 Explication du principe de fonctionnement

2.1.1 Architecture générale de la pendulette

Le projet BISO s'appuie sur la même architecture que son prédeceseur. La figure ci-dessous explique son fonctionnement.

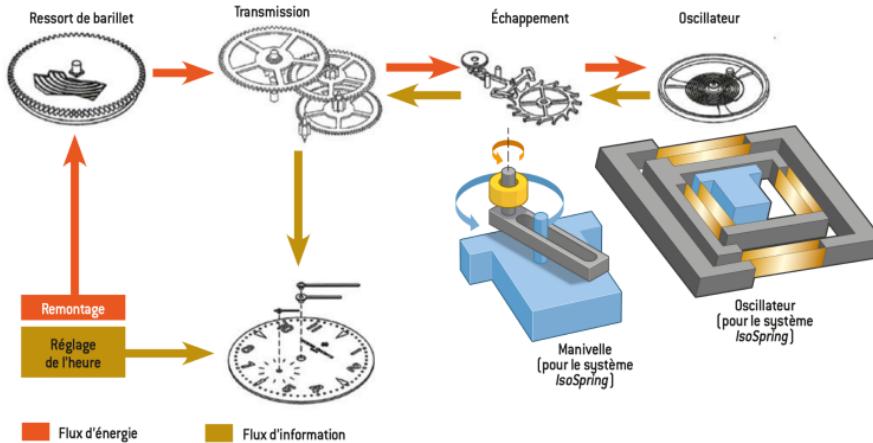


FIGURE 2.1 – Modèle de l'architecture de la pendulette

2.1.2 Principe de l'oscillateur

Le mécanisme s'inspire de travaux de Newton alors qu'il recherchait l'expression de la force de gravitation s'exerçant sur les corps célestes. Nous utilisons le principe de l'une des pistes de recherche consistant en une force de rappel linéairement croissante avec la distance, c'est-à-dire pareille à la force exercée par une fronde à ressort. Ce modèle possède la propriété qui nous intéresse d'être constant en fréquence sur la plage d'orbites où le ressort est linéaire.

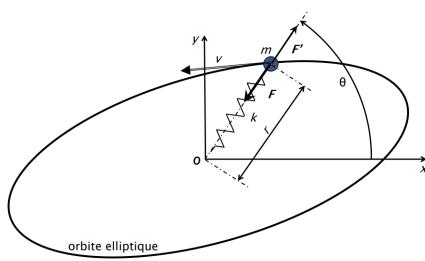


FIGURE 2.2 – Modèle idéal de l'oscillateur agissant comme une fronde à ressort

Afin d'obtenir une rigidité qui soit radiale, nous avons cherché à la décomposer en ses composantes horizontales et verticales. Ainsi, notre mécanisme repose sur la symétrie des quatre quadrants qui le composent. Notre mécanisme peut être assimilé au modèle ci-dessous, où des paires de ressorts s'occupent chacune de la rigidité sur leur axe principal.

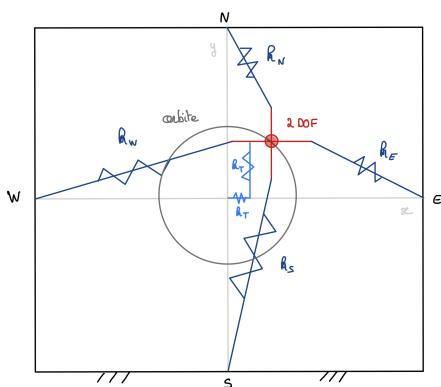


FIGURE 2.3 – Modèle équivalent de rigidité axiale

En réalité la rigidité ne dépend qu'indirectement de la distance car elle s'exprime de manière angulaire. La figure explique son fonctionnement.

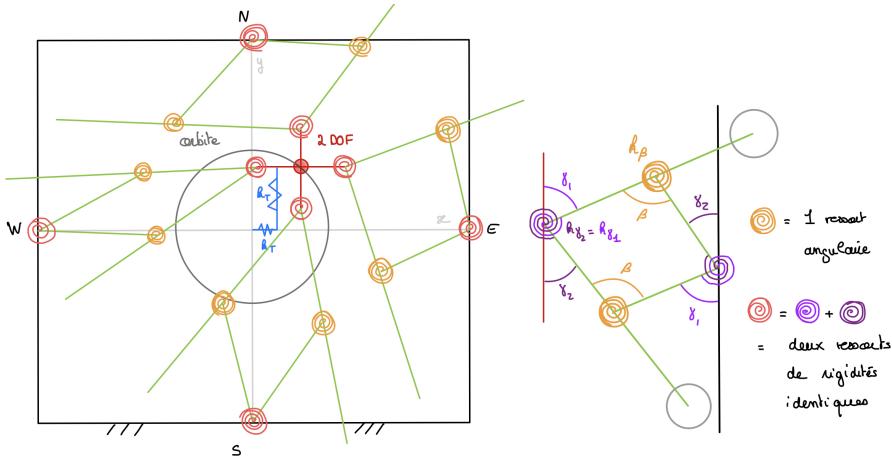


FIGURE 2.4 – Représentation réelle des rigidités angulaires

2.1.3 Principe de l'équilibrage en force et en moment

Pour ce qui est de l'équilibrage en moment, la symétrie du système est encore déterminante. En effet on remarque intuitivement à l'aide de la figure 2.6 présentée ultérieurement que lorsque les deux masses d'un pantographe sont en rotation alors celles du pantographe opposé tournent dans le sens inverse. Ainsi, aucun moment n'est créé.

Pour ce qui est de l'équilibrage en forces, les propriétés géométriques du pantographe contraignent les masses à des directions rectilignes opposées. Ce comportement est exposé sur la figure ci-dessous. Par conséquent, chaque pantographe est individuellement équilibré et le système total l'est aussi par extension.

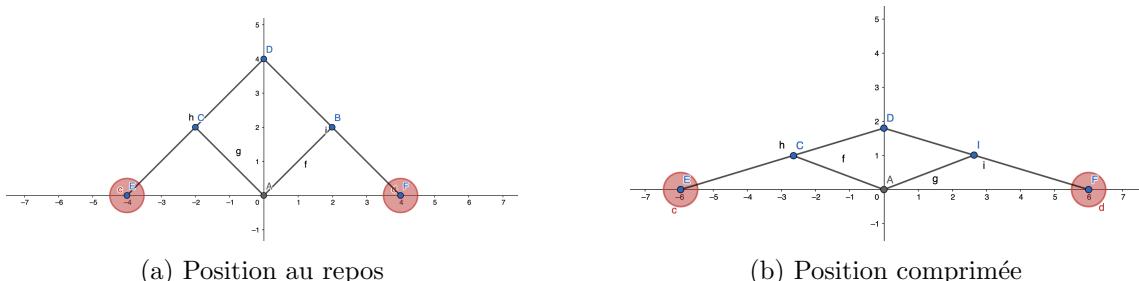


FIGURE 2.5 – Cinématique d'un pantographe

2.2 Schéma cinématique de l'oscillateur représenté avec des articulations idéales

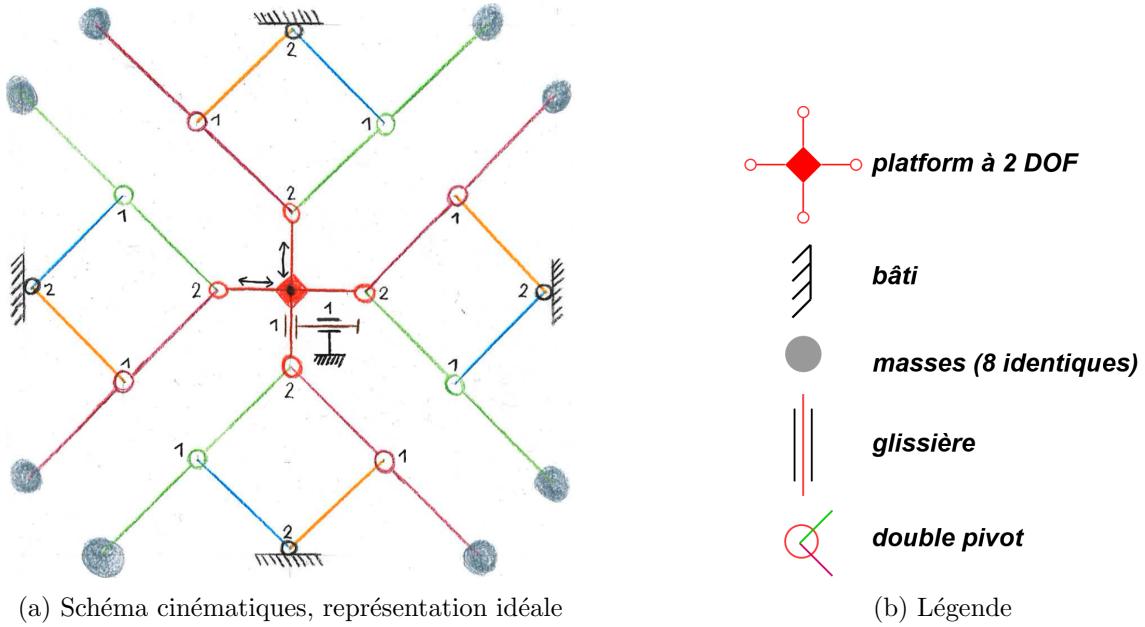


FIGURE 2.6 – Cinématique idéale

2.3 Calcul de la mobilité selon la méthode de Grübler et discussion des éventuels hyperstatismes

Le nombre de degrés de liberté recherché est $DOF = 2$. Pour chaque pantographe, on dénombre 4 segments et 6 degrés de libertés. En prenant compte du mobile central, des deux glissières et du socle, se trouvent également 3 segments et 2 articulations supplémentaires. Ainsi le nombre de segments $n = 4 \times 4 + 2 + 1 = 21$ et le nombre d'articulations $k = 4 \times (6 + 1) + 2 = 28$. On calcule le nombre de boucles $b = k - n + 1 = 28 - 21 + 1 = 8$. Par ailleurs, il y a 6 d_i par pantographe et 2 d_i pour les glissières, d'où $\sum_{i=1}^k d_i = 26$. On obtient :

$$M = \sum_{i=1}^k d_i - 3b = 26 - 3 \times 8 = 2$$

$$DOH = DOF - M = 2 - 2 = 0 \quad (\text{Il n'y a pas de DOI})$$

Conclusion : le système est dépourvu d'hyperstatismes.

2.4 Implémentation de la cinématique de l'oscillateur en guidages flexibles

A la première itération du projet, le système avait atteint le stade montré dans la figure 2.7. Cependant, en faisant des essais numériques et en réfléchissant plus profondément à l'implémentation physique du système, il s'est avéré qu'il présentait de multiples problèmes. Premièrement, les pivots ne convenaient pas à l'application désirée. En effet, les pivots formés par une lame unique ont leur centre de rotation en leur milieu ce qui engendrait des écarts non négligeables par rapport au modèle théorique et remettait en cause l'équilibre en force du mécanisme. Étant donné que ce point représente un élément central du projet, nous avons dû trouver une autre implémentation flexible.

Les deux pivots simples de chaque pantographe ont été remplacés par des pivots à lames croisées. Les doubles pivots ont été remplacés par des pivots RCC avec un même axe virtuel.

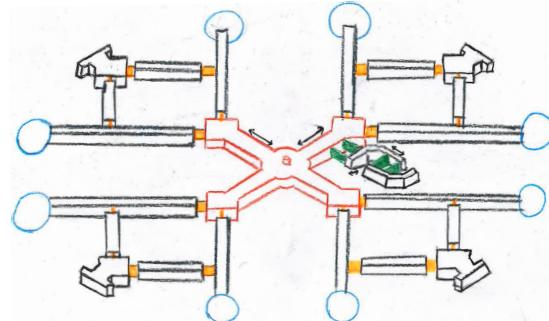
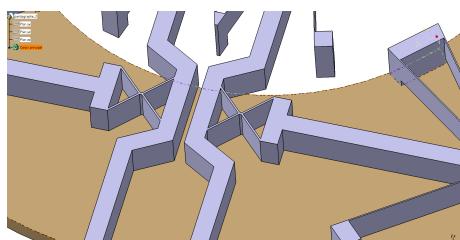
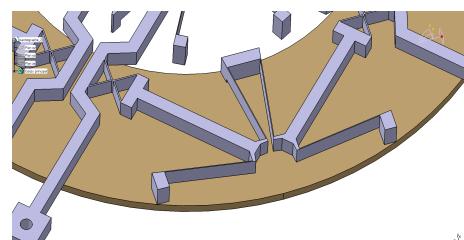


FIGURE 2.7 – Première version de l'implémentation en guidages flexibles



(a) Pivot à lames croisées



(b) Double pivot RCC

FIGURE 2.8 – Pivots en guidages flexibles (Images à modifier)

De plus, nous avons du modifier la table à lames puisqu'en restant dans le même plan, l'emcombrement empêchait l'oscillateur d'orbiter. Nous avons du la déplacer au dessous de la croix comme montré ci-dessous.

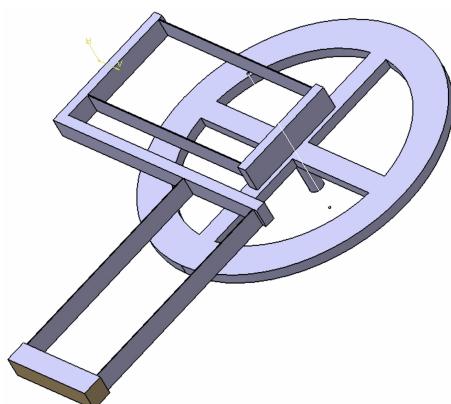
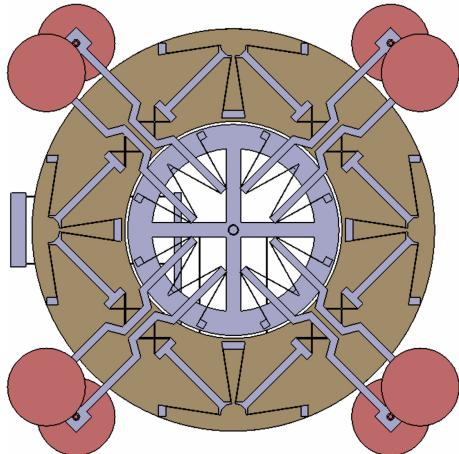
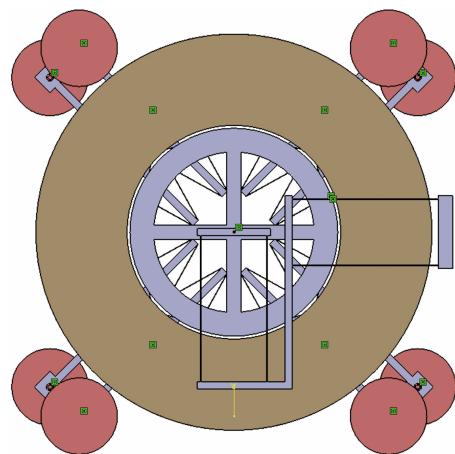


FIGURE 2.9 – Double table à lame

Le résultat final est le suivant :



(a) Vue de dessus



(b) Vue de dessous

FIGURE 2.10 – Version améliorée de l'implémentation du pantographe en guidage flexible

2.5 Discussion qualitative de l'isotropie de rigidité et de masse

Notre système est symétrique et on peut donc imaginer que la rigidité est répartie de façon homogène, comme le seraient des éventuels défauts. Par le même principe, on remarque aisément que la réaction en mouvement du système est la même pour chaque direction déphasée de 90 degrés. De plus, on imagine bien que les pantographes ont des comportements qui se compensent mutuellement pour des déplacements hors axes principaux, impliquant ainsi toujours la même quantité de masse dans le mouvement, ce qui justifie l'isotropie de la masse réduite. Ces deux propriétés d'isotropie admises qualitativement sont démontrées par le calcul dans la section 3.2.3.

2.6 Mise en évidence des concepts originaux et explications spécifiques à la solution retenue

Un problème auquel nous avons dû réfléchir est la réalisation des doubles pivots en mécanisme flexible, c'est à dire deux pivots séparés avec un centre de rotation commun. Nous avons finalement décidé de faire deux pivots RCC avec le même axe virtuel. Cela nous a aussi permis d'avoir un meilleur arrangement spatial du système et de faire des lames plus longues pour diminuer la rigidité.

Les pivots RCC n'ont pas de lames perpendiculaires entre elles comme celles montrées au cours. Les plus différentes à ce modèle sont celles au centre, fixées sur la croix, qui ont un angle bien plus aigu. Cette différence n'affecte pas la rigidité angulaire du pivot, mais le rendra plus résistant au contraintes selon la direction y et moins résistant selon x (voir figure 2.11).

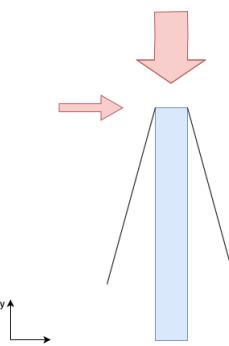


FIGURE 2.11 – Pivot RCC aigu

3 Dimensionnement du mécanisme

3.1 Calcul des valeurs maximales des contraintes dans les articulations flexibles : rigidité et contraintes maximales

Les pivots à lames croisées sont disposés sur les côtés du pantographe comme visible en figure 3.1. Afin de bénéficier d'une fabrication monolithique, la configuration à lames jointes a été retenue.

Pour déterminer les courses maximales des pivots et de la table à lames, nous nous sommes appuyés sur une simulation informatique basée sur la cinématique idéale de notre mécanisme. Les courses les plus grandes de notre mécanisme se créent lorsque la position coïncide avec un des axes principaux à orbite maximale. Nous avons choisi pour plus de sûreté de faire nos mesures à un rayon de 0.5mm, sachant que l'orbite maximale est de 0.4mm. Des écarts angulaires de maximum 2° , soit 0,035 radians, ont été mesurés pour les deux types de pivots présents dans le mécanisme.

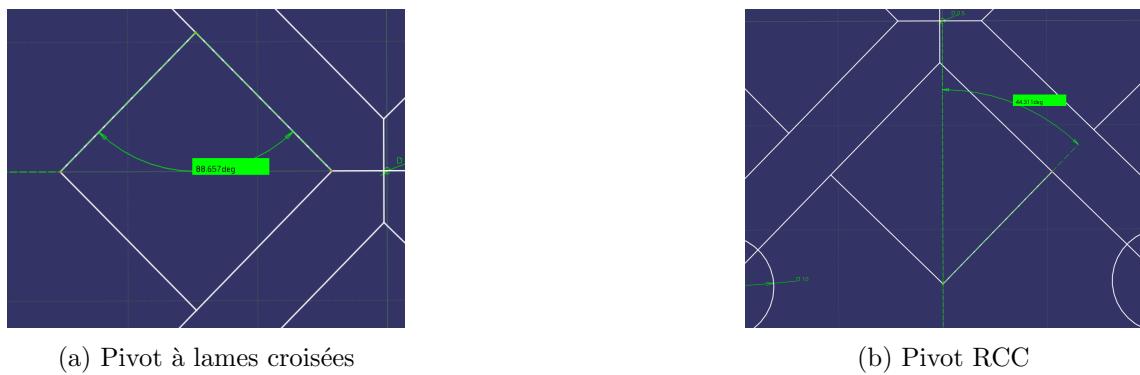


FIGURE 3.1 – Détermination écart angulaires maximum

3.1.1 Pivot RCC

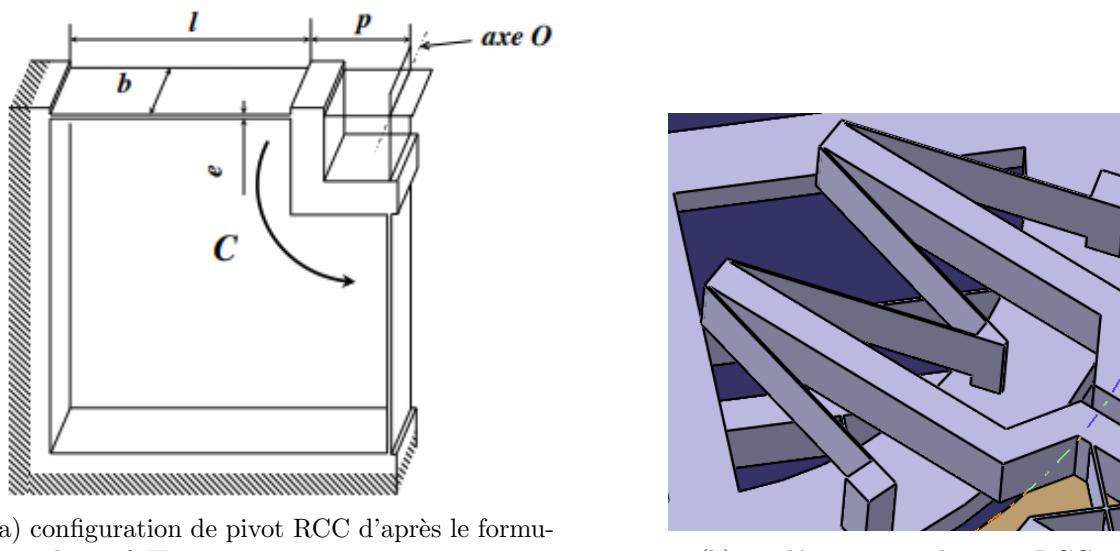


FIGURE 3.2 – Pivot RCC

La figure 3.2 montre les implémentations théorique et réelle du pivot RCC.

Le calcul du déplacement angulaire maximal avant défaillance donne :

$$\theta = \frac{\sigma_{adm} l^2}{E(2h_l + 3hp)} = 0,091 \text{ rad} > 0,035$$

ce qui garantit un facteur de sécurité de 2.6.

La rigidité de la liaison est donnée par :

$$k_\gamma = 8EI \frac{(l^2 + 3pl + 3p^2)}{l^3} = 7.85 \times 10^{-3} \text{ N.m}^{-1}$$

La contrainte en flexion dans la lame est :

$$\sigma = \alpha E \frac{(2.h.l + 3.h.p)}{l^2} = 78.5 \text{ MPa}$$

On obtient des facteurs de sécurités de : $SF_0 = \frac{1800}{78.5} = 22.9$ au premier cycle, avec $\sigma_y = 1800 \text{ MPa}$ à la limite élastique du matériau et $SF_{50} = \frac{205}{78.5} = 2.6$ après 50 ans d'utilisation.

En flexion sur l'arête on peut considérer un moment de $M = mgL = 5 \times 10^{-3} \text{ N.m}$ pour un bras de levier L de 30 mm maximum.

Le moment d'inertie s'écrit $I = \frac{hb^3}{12} = 4 \times 10^{-14} \text{ m}^{-4}$ et la contrainte en flexion est :

$$\sigma_{flex} = \frac{Mb}{2I} = 125 \text{ MPa}$$

Le facteur de sécurité, sachant qu'il n'y a pas de cycle de contrainte est $SF_{flex} = \frac{1800}{125} = 14.4$.

3.1.2 Pivot à lames croisées

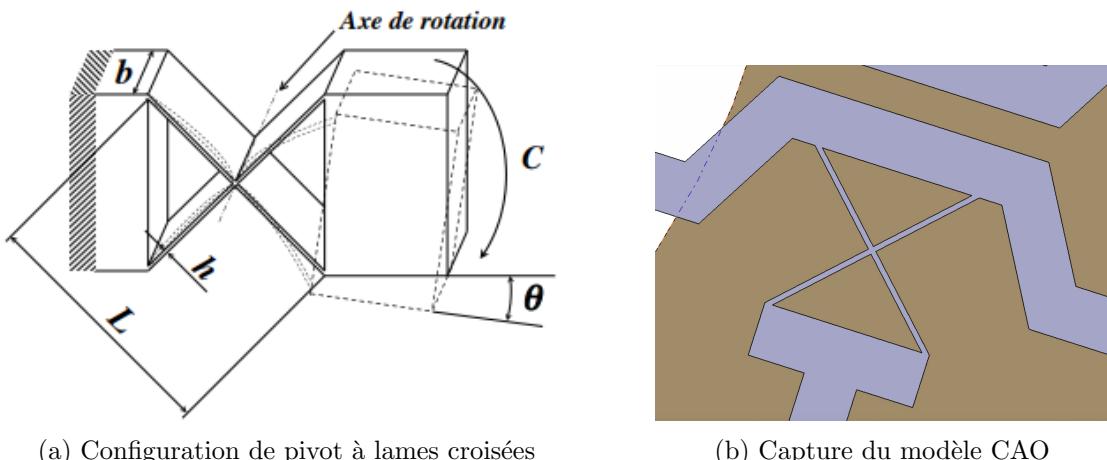


FIGURE 3.3 – Pivot à lames croisées

La figure 3.3 montre les implémentations théorique et réelle d'un pivot à lames croisées.

On obtient $\frac{l}{h} = 70.83 < 240$, le rapport maximal. Bien que $70.83 > 60$, un pont n'est pas nécessaire ici puisque la lame est déjà soutenue en son centre par une autre de même longueur comme on peut le voir en figure 3.3.

Le déplacement angulaire admissible est donné par : $\theta = \frac{\sigma_{adm} l}{2 E h} = 0.076 rad < 0.035$, ce qui nous assure un facteur de sécurité en matière de contrainte de 2.17.

La section de la lame fait apparaître une épaisseur de $h = 60 \mu m$ pour une largeur de $b = 2 mm$, nous obtenons donc une inertie de $I = 3.6 \times 10^{-17} m^4$.

On calcule la rigidité de la lame :

$$k_\beta = 8 E I L = 6.44 \times 10^{-3} N.m^{-1}$$

Nous pouvons enfin calculer calculons le moment externe maximal subit par le pivot :

$$M = K \alpha = 2.25 \times 10^{-4} N.m$$

avec le déplacement angulaire du pivot de 0,035 rad.

Ce déplacement angulaire correspond à la butée extérieure, on calcule la contrainte en flexion par :

$$\sigma = \frac{2 E h \alpha}{L} = 94 MPa$$

ce qui donne les facteurs de sécurités $SF_0 = \frac{1800}{94} = 19.2$ au premier cycle et $SF_{50} = \frac{205}{94} = 2.2$ après 50 ans.

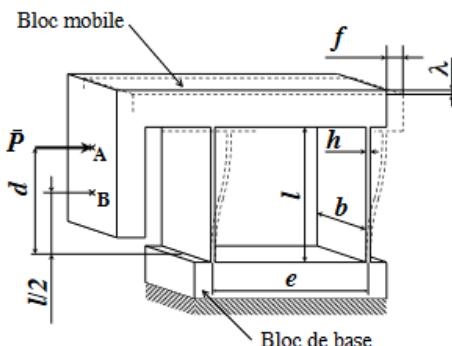
En flexion sur l'arête on peut considérer un moment de $M = m g L = 2.5 \times 10^{-3} N.m$ pour un bras de levier de 15 mm.

Le moment d'inertie s'écrit $I = \frac{h b^3}{12} = 4 \times 10^{-14} m^{-4}$ et la contrainte en flexion est :

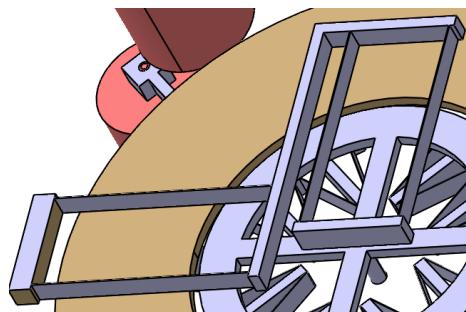
$$\sigma_{flex} = \frac{M b}{2 I} = 62.5 MPa$$

Le facteur de sécurité, sachant qu'il n'y a pas de cycle de contrainte est $SF_{flex} = \frac{1800}{62.5} = 28.8$

3.1.3 Table à lames



(a) Configuration de glissière à table à lames d'après le formulaire du prof. Henein



(b) Capture du modèle CAO

FIGURE 3.4 – Table à lames

Deux tables à lames telles que montrées en figure 3.4,sont mises en série afin d'assurer une translation verticale et horizontale de la sortie de l'oscillateur par rapport au bâti. La configuration est la suivante : **image** Le moment d'inertie du profil est :

$$I = \frac{h b^3}{12} = 9,65 \times 10^{-17} m^4$$

La rigidité d'une table seule est :

$$k_T = \frac{24EI}{l^3} = 27.5 N.m^{-1}$$

La course admissible est :

$$f_{adm} = \frac{\sigma_{adm} l^2}{3Eh} = 3,45 mm < r_{max} = 0.5 mm$$

Le rayon de l'orbite étant de $f = 0,5$ mm au maximum, la contrainte maximale dans les lames est :

$$\sigma = \frac{3 \cdot f \cdot E \cdot h}{l^2} = 30 MPa$$

On obtient les facteurs de sécurité : $SF_0 = \frac{1800}{30} = 60$ au premier cycle et $SF_{50} = \frac{205}{30} = 6.9$ après 50 ans.

En flexion sur l'arête une estimation serait que les lames portent 8×17 g, générant un moment de :

$$M = L_{ptl} g m = 9,81 \cdot 17 \cdot 10 - 3 \cdot 4 = 4,7 \times 10^{-2} N.m$$

Par lame pour un bras de levier L_{ptl} de 70 mm au maximum, et considérant que deux lames supportent la charge.

Le moment d'inertie s'écrit :

$$I = \frac{h b^3}{12} = 5,6 \times 10^{-14} m^{-4}$$

et la contrainte en flexion est :

$$\sigma_{flex} = \frac{M b}{2 I} = 828 MPa$$

Le facteur de sécurité, sachant qu'il n'y a pas de cycle de contrainte est $SF_{flex} = \frac{1800}{828} = 2,2$

Le tableau en figure 3.5 récapitule le dimensionnement des liaisons flexibles ainsi que leur rigidité et les contraintes maximales endurées.

Module de Young	Limite de contrainte	limite d'élasticité	Largeur b	course angulaire maximale pour les pivots C	course maximale pour la table à lames
95 GPa	205 MPa	1800 MPa	2 mm	0,035 rad	0,5 mm

	pivots lames croisées	pivots lames RCC	double table à lames
longueur de lame l	4,25 mm	7,2 mm	20 mm
épaisseur de lame h ($\geq 60 \mu m$)	60 μm	60 μm	83,3 μm
rapport l/h (≤ 240)	70,8	120	240
course angulaire admissible θ	0,076 rad	0,091 rad	3,45 mm
rigidité k	0,0064 N.m.rad $^{-1}$	0,0079 N.m.rad $^{-1}$	13,7 N.m $^{-1}$
contrainte maximale dans la lame σ	94 MPa	125 MPa	830 MPa
facteur de sécurité après 50 ans	2,2	14,4	2,2

FIGURE 3.5 – Tableau récapitulatif du dimensionnement des liaisons flexibles

3.1.4 Bras rigides

Les bras rigides qui supportent les masses ont une section définie par les dimensions $h = 1$ mm en épaisseur et $b = 2$ mm en largeur. Avec un moment d'inertie de :

$$I = \frac{hb^3}{12} = 1,67 \times 10^{-13} m^4$$

et un bras de levier maximal de 30 mm au bout duquel une masse de 17g est fixée, le moment de flexion subit par le bras en négligeant la masse de celui-ci est :

$$M = 30 \times 10^{-3}, 81.17 \times 10^{-3} = 5 \times 10^{-3} N.m$$

soit une contrainte de :

$$\sigma = \frac{Mb}{2I} = 30 MPa \text{ et un facteur de sécurité } S = \frac{1800}{30} = 60.$$

La déflection maximale du bras considéré comme une poutre subissant en son extrémité un poids de $P = 17 g \times 9,81 \text{ m.s}^{-1}$ est donnée par :

$$\delta = \frac{PL^3}{3EI} = 95 \mu m.$$

En conclusion de cette partie, le mécanisme se révèle robuste en termes de résistance aux efforts appliqués.

3.2 Détermination de la fréquence

3.2.1 Définitions géométriques et calculs préliminaires

Les dimensions présentées sur la figure ci-dessous sont déterminantes dans l'ensemble des calculs. Il s'agit des longueurs associées à la diagonale du losange formée par un pantographe. On note d la longueur de la diagonale, $d\theta$ sa longueur projetée sur l'axe de la position stable du pantographe, $d1$ sa longueur projetée sur l'axe restant. L'axe de repos est l'axe confondu avec la diagonale lorsque le centre du système est à la position centrale, $(0,0)$.

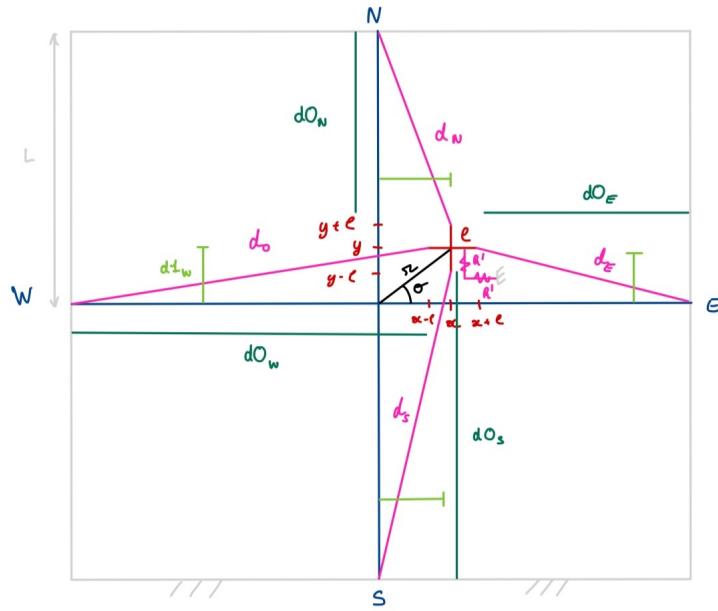


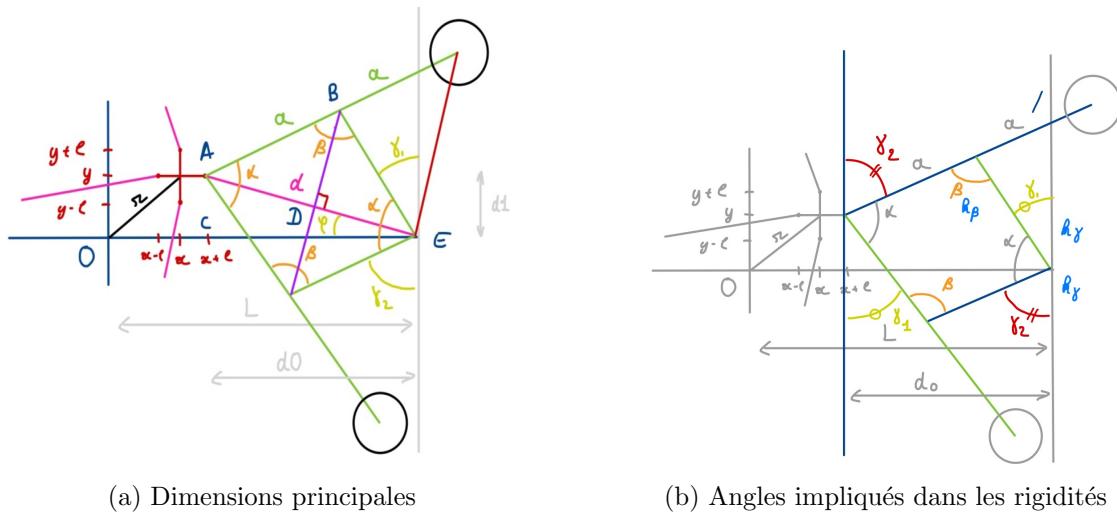
FIGURE 3.6 – Dimensions principales du système

$$\text{On a : } \begin{cases} d0_N = L - (y + l), & d1_N = x \\ d0_S = L + (y - l), & d1_S = x \\ d0_E = L - (x + l), & d1_E = y \\ d0_W = L + (x - l), & d1_W = y \end{cases}$$

Et de manière générale on écrit : $d = \sqrt{d0_X^2 + d1_X^2}$ et $r^2 = x^2 + y^2$, $x = r \cos(\theta)$, $y = r \sin(\theta)$

3.2.2 Calcul de la rigidité équivalente

On effectue le calcul pour un des pantographes, celui *Est* dans l'exemple qui suit :

FIGURE 3.7 – Caractéristiques du pantographe, celui *Est* dans l'exemple présenté

Des propriétés du losange formé par les quatre segments égaux a , on obtient les résultats suivants. Dans $\triangle ABD$:

$$\alpha + \beta = \pi, \sin(\beta/2) = \frac{d}{2a} \iff \beta = 2\arcsin(\frac{d}{2a}) \iff \alpha = \pi - 2\arcsin(\frac{d}{2a}).$$

On note $\delta = \arcsin(\frac{d}{2a})$. Alors $\beta = 2\delta$ et $\alpha = \pi - 2\delta$.

$$\text{Dans } \triangle AEC : \phi = \arccos(\frac{d_0}{d}) = \arccos\left(\frac{L-(x+l)}{\sqrt{(L-(x+l))^2+y^2}}\right).$$

Au sommet E on a :

$$\gamma_1 = \frac{\pi}{2} - \phi - \frac{\alpha}{2} = \delta - \phi = \arccos(\frac{d}{2a}) - \arccos(\frac{d_0}{d}).$$

$$\gamma_2 = \pi - \alpha - \gamma_1 = \delta + \phi = \arccos(\frac{d}{2a}) + \arccos(\frac{d_0}{d}).$$

Les rigidités angulaires de γ_1 et γ_2 sont les mêmes par conception. Elles sont également symétriques sur les 4 pantographes.

Calcul des angles au repos, γ_0 et β_0 :

La position initiale est $(x, y) = (0, 0)$. On remarque que $\phi = 0, d_0 = L - l, d_1 = 0, d = d_0$ et donc $\beta_0 = 2\arccos(\frac{L-l}{2a})$ et $\gamma_0 = \frac{L-l}{2a}$.

Bilan Energetique et détermination de k_{eq} :

On définit k_P et k_T les rigidités liées respectivement aux pantographes et à la table à lames. Puisque :

$$E_{pot,tot} = E_{pot,P} + E_{pot,T} \iff \frac{1}{2}k_{eq}r^2 = \frac{1}{2}k_P r^2 + \frac{1}{2}k_T x^2 + \frac{1}{2}k_T y^2$$

On obtient finalement que $k_{eq} = k_P + k_T$.

Pour un pantographe : $\frac{1}{2}k_P r^2 = \sum E_{pot,P,X}$, où X indique le pantographe (N, S, W, E).

$$E_{pot,P,X} = \frac{1}{2}[2k_\gamma[(\gamma_1 - \gamma_0)^2 + (\gamma_2 - \gamma_0)^2] + 2k_\beta(\beta - \beta_0)^2]$$

Ainsi, k_P s'exprime comme suit :

$$\sum_X \frac{1}{r^2} [2k_\gamma[(\gamma_1 - \gamma_0)^2 + (\gamma_2 - \gamma_0)^2] + 2k_\beta(\beta - \beta_0)^2]$$

Nous déterminons ensuite numériquement la valeur de k_P . Le programme permettant d'obtenir les résultats suivant se trouve en annexe.

3.2.3 Calcul de la masse réduite

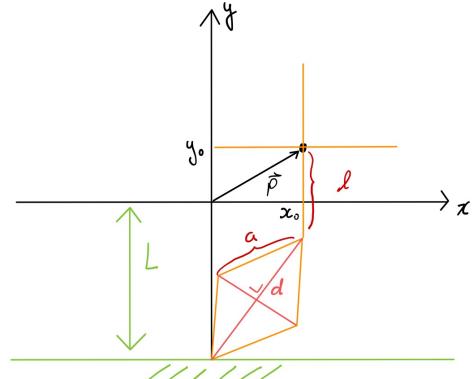
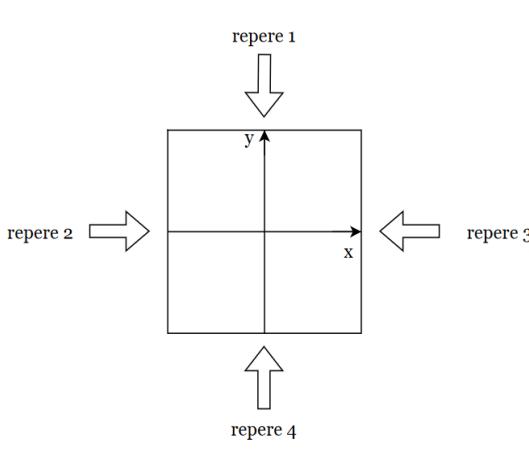


FIGURE 3.8 – Notations géométriques

Dans le repère n°4 on obtient les relations géométriques suivantes (3.8b) :

$$\begin{aligned} \vec{d} + \vec{l} &= \vec{p}, \quad d_x = x_0, \\ d_y &= y_0 - l + L, \quad d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} \\ \alpha + \beta &= \pi \\ \sin(\beta/2) &= \frac{d}{2a} \iff \beta = 2\arcsin(\frac{d}{2a}) \iff \\ \alpha &= \pi - 2\arcsin(\frac{d}{2a}). \end{aligned}$$

Ceci pour le pantographe 4 vu à partir du repère 4.

Pour chaque repère on a donc :

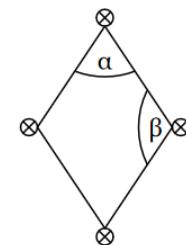


FIGURE 3.9 – les angles α et β

$$\alpha_1(x_0, y_0) = \alpha_4(-x_0, -y_0), \quad \alpha_2(x_0, y_0) = \alpha_4(-y_0, x_0), \quad \alpha_3(x_0, y_0) = \alpha_4(y_0, -x_0)$$

Le mouvement de la masse réduite peut être supposé circulaire à vitesse angulaire constante, $\omega = 2\pi f$, décrit par :

$$\vec{P}(x, y) = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \sin(\omega t) \\ r \cos(\omega t) \end{bmatrix}$$

Les équations qui décrivent la position de chaque masse au cours du temps sont données par : cf figure 3.10

$$\overrightarrow{Pm_{i,1}}(x_0, y_0) = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ l \end{bmatrix} + 2a \begin{bmatrix} -\cos(\alpha/2) \\ -\sin(\alpha/2) \end{bmatrix}$$

$$\overrightarrow{Pm_{i,2}}(x_0, y_0) = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ l \end{bmatrix} + 2a \begin{bmatrix} \cos(\alpha/2) \\ -\sin(\alpha/2) \end{bmatrix}$$

ou (x_0, y_0) est un point quelconque sur la trajectoire, i représente le pantographe (1,2,3,4) et j la masse du pantographe (1 ou 2 signifiant gauche ou droite resp.).

l est la distance du pantographe au centre, a représenté la cote de pantographe. cf figure 3.10.

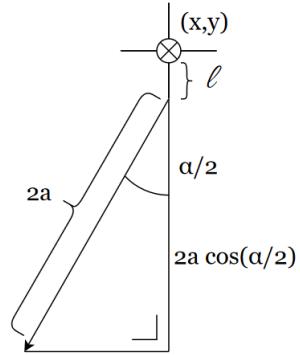


FIGURE 3.10 – Définitions des paramètres de position

Nous définissons ainsi les deux vecteurs suivants afin d'alléger la notation :

$$\begin{bmatrix} -\cos(\alpha/2) \\ -\sin(\alpha/2) \end{bmatrix} = \overrightarrow{trig}_1, \quad \text{pour les masses de gauche.}$$

$$\begin{bmatrix} \cos(\alpha/2) \\ -\sin(\alpha/2) \end{bmatrix} = \overrightarrow{trig}_2, \quad \text{pour les masses de droite.}$$

Finalement il est possible de noter les équations du mouvement pour chaque masse :

$$\overrightarrow{Pm_{i1}}(x, y) = \vec{P}(x, y) - \vec{l} - 2a * \overrightarrow{trig}_1(\alpha_i(\vec{p}))$$

$$\overrightarrow{Pm_{i2}}(x, y) = \vec{P}(x, y) + \vec{l} - 2a * \overrightarrow{trig}_2(\alpha_i(\vec{p})), \quad \text{avec } \vec{l} = \begin{bmatrix} 0 \\ l \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{2} J_r \omega^2 = \sum_{i=1}^8 [\frac{1}{2} m_i v_i^2] = E_c(f, r) \propto r^2 f^2$$

$$\text{Car } \frac{1}{2} m_r r^2 (2\pi f)^2 = E_c \Rightarrow m_r = \frac{2E_n c_{in}}{4\pi^2 r^2 f^2} \text{ (*) et la masse réduite doit être constante.}$$

Le calcul numérique consiste à poser une matrice (illustrée en fig.3.11) de position, puis effectuer une dérivée suivant une formule de différences finies sur 360 pas de temps d'une période, afin d'obtenir une matrice de vitesses correspondante.

Finalement on calcule la moyenne de l'énergie cinétique sur un cycle et ce résultat numérique est injecté dans la formule (*) pour obtenir la masse réduite.

Nos calculs numériques donnent une masse réduite égale à **14 fois** la masse oscillante. Nous avons choisi des masses identiques de **17g**, ce qui résulte **238g** pour la masse réduite du système.

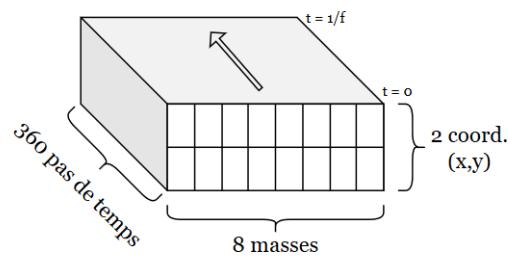


FIGURE 3.11 – Illustration des matrices de position de vitesse au cours du temps (sur un cycle)

Isotropie de la masse et de rigidité k :

Afin de démontrer l'isotropie de la masse de ce mécanisme et calculer l'erreur éventuelle en position de la distribution des masses au cours du temps nous utilisons une méthode numérique (calculer dans le même code de la masse réduite en faisant appel à la même matrice de position en pas de temps discrets), qui consiste à calculer l'écart entre la position des masses au cours du temps et le centre du mécanisme, qui devrait être en théorie le centre de masse. Ce calcul n'utilise pas la pondération des masses car les masses sont identiques et le reste du mécanisme a une masse négligeable devant leur masse. On peut constater sur le graphique 3.12 que l'erreur commise en moyenne (pour toute la plage des fréquences, 7Hz par exemple) en supposant le CM au point du centre est pratiquement 0% chose qui confirme les hypothèses pour le fonctionnement du mécanisme.

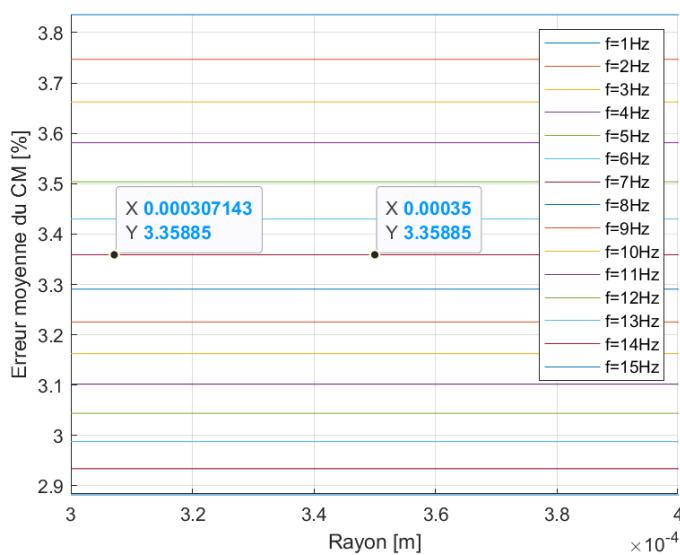


FIGURE 3.12 – Erreur moyenne du CM en fonc. du rayon pour des valeurs différentes de fréquences

Pour démontrer l'isotropie de rigidité de notre mécanisme nous utilisons le calcul numérique effectué afin de calculer la rigidité équivalente, puis on peut observer sur le graphique polaire en 3D (3.13) la rigidité en fonction du rayon et de la position angulaire. On constate que la rigidité a une déviation maximale de de 0.018%. Ces valeurs sont largement négligeables.

calcul de la déviation en fonction du rayon pour valeur max. $\frac{508.295 - 508.203}{508.203} * 100 = 0.018\%$

calcul de la déviation en fonction du rayon pour valeur min. $\frac{508.292 - 508.201}{508.201} * 100 = 0.018\%$

calcul de la déviation maximale pour rayon max. $\frac{508.295 - 508.292}{508.292} * 100 = 0.0006\%$

calcul de la déviation maximale pour rayon min. $\frac{508.203 - 508.201}{508.201} * 100 = 0.0004\%$

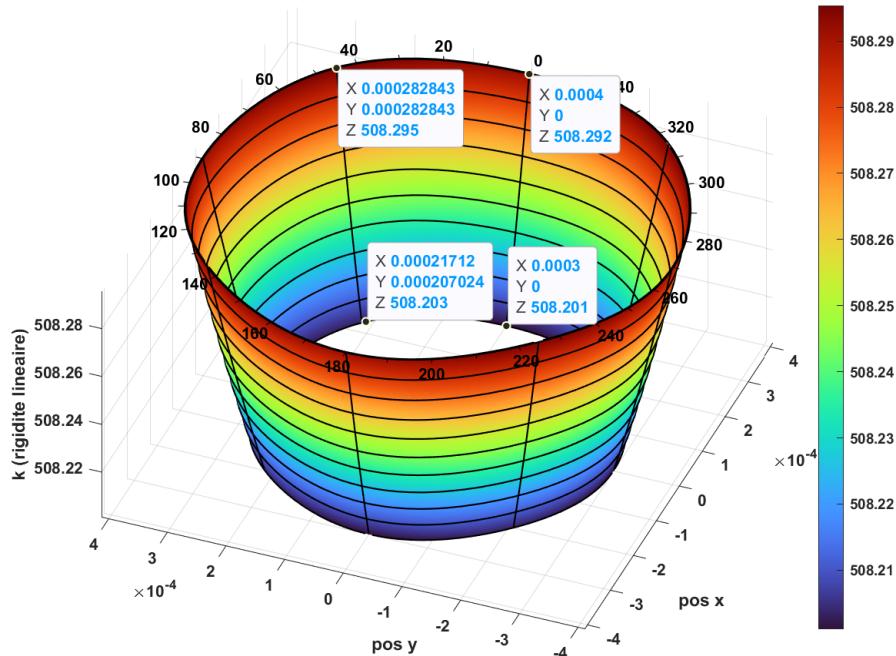


FIGURE 3.13 – Illustration des matrices de position de vitesse au cours du temps (sur un cycle)

3.2.4 Fréquence

Finalement, après détermination de la rigidité équivalente, combinant la rigidité des quatre pantographes et celle de la table à lames, et de la masse réduite dépendante de l'inertie des huit masses, il devient possible de calculer la fréquence. En effet, sous les hypothèses justifiées en 2.5, on peut appliquer la formule correspondant à la fréquence d'une masse à l'extrémité d'un ressort, explicitée ci-dessous.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_{eq}}{m_r}}$$

$$AN : f = 7.500 \text{ Hz}$$

3.3 Chaîne de transmission

La chaîne de transmission doit prendre en compte les contraintes suivantes :

1. La roue reliée au bâillet comporte 80 dents.
2. Le module du premier engrenage est de 0,41 mm, par simplicité et parce que c'est possible, nous prenons un module identique pour chaque engrenage.
3. L'un des mobiles doit avoir une vitesse angulaire d'un tour par minute.

Nous choisissons un rapport de multiplication $i = \frac{\omega_O}{\omega_B} = 648000$. Ce choix est motivé par la différence de couple entre celui fourni par le bâillet et celui que peut supporter l'oscillateur. Les documents suivant explicitent notre choix d'engrenages ainsi que leurs dimensions.

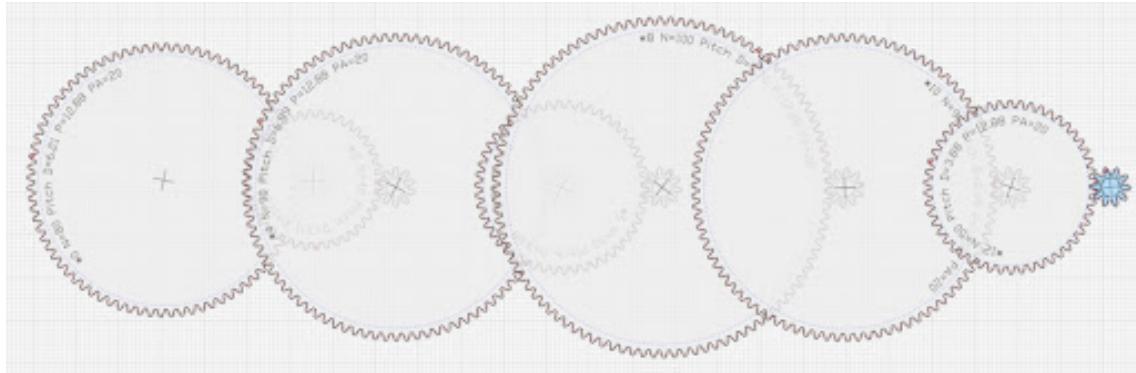


FIGURE 3.14 – Représentation schématique des engrenages

Engrenage	Module	Nombre de dents (Z)	i	Multiplication	Entraxe (mm)	Largeur totale (mm)	diamètre primitif grande roue (mm)	diamètre extérieur grande roue (mm)
Bâillet	0.41	80	1	1	18.45	37.72	32.8	33.62
1	0.41	40 / 10	8	8	10.25	21.32	16.4	17.22
2	0.41	90 / 10	4	32	20.5	41.82	36.9	37.72
3	0.41	50 / 10	9	288	12.3	25.42	20.5	21.32
4 (Secondes)	0.41	100 / 10	5	1440	22.55	45.92	41	41.82
5	0.41	90 / 10	10	14400	20.5	41.82	36.9	37.72
6	0.41	50 / 10	9	129600	12.3	25.42	20.5	21.32
Oscillateur	0.41	10	5	64800				

Tous les pignons ont 10 dents, totalisant un diamètre primitif de $d = m.Z = 4.1$ mm, que nous avons considéré comme le minimum appréciable. La plus grande roue possède 100 dents, soit 41 mm de diamètre primitif, nous assurant que le train d'engrenages peut être compacté dans la surface projetée de l'oscillateur. Cette roue correspond au rapport de multiplication de 1440 recherché. Le tableau suivant résume les couples encaissés par chaque engrenage, la vitesse angulaire de chaque roue ainsi que la puissance requise en considération du rendement des rouages.

Numéro de mobile	1	2	3	4
	bâillet	pignon	roue	pignon
Nombre de dents	80	10	40	10
Rapport de multiplication de vitesses	8	4	9	5
Couple max/min (N.m)	1,10 e-01	1,35 e-02	3,30 e-03	3,59 e-04
Vitesse (rad/s)	7,00 e-02	8,58 e-03	2,10 e-03	2,29 e-04
Puissances (W)	8,00 e-06	5,82 e-04	2,33 e-03	2,09 e-02
	5,09 e-6	7,84 e-06	7,86 e-06	7,53 e-06
		4,99 e-06	4,89 e-06	4,79 e-06

Numéro de mobile	5	6	7	8
	pignon	roue	pignon	roue
Nombre de dents	10	100	10	90
Rapport de multiplication de vitesses		10	9	5
Couple max/min (N.m)	7,05 e-05	6,90 e-06	7,52 e-07	9,02 e-08
Vitesse (rad/s)	4,48 e-05	4,39 e-06	4,78 e-07	5,74 e-08
Puissances (W)	1,05 e-01	1,05	9,42	4,71 e+01
	7,38 e-06	7,23 e-06	7,09 e-06	4,25 e-06
	4,70 e-06	4,60 e-06	4,51 e-06	2,71 e-06

Rapport Total	648 000	Rendement manivelle	0,6
Couple max	1,10E-01	Rendement rouage	0,98
Couple min	7,00E-02	Rendement total	0,53
Fréquence de l'oscillateur (Hz)	7,5		

FIGURE 3.15 – Tableaux des couples et des puissances des engrenages

3.4 Couple maximum délivré par le bâillet

On détermine le couple maximum délivré par le bâillet par lecture graphique de la courbe de désarmage. Son illustration est présentée en figure 3.16 et sa valeur est de 110 N.mm

3.5 Puissance maximale délivrée par le bâillet

$$\text{Par la définition de la puissance on a : } P_{B,max} = C_{max} \omega_B \Leftrightarrow P_{B,max} = C_{max} \omega_O$$

$$\Leftrightarrow P_{B,max} = \frac{2\pi f}{i} C_{max}$$

$$AN : P_{B,max} = 8.00 \times 10^{-6} \text{ W}$$

3.6 Rayon maximum

Avec l'égalité des puissances on obtient :

$$\eta P_{B,max} = P_{O,max} \Leftrightarrow \eta P_{B,max} = \frac{(2\pi f)^3 m_r}{Q} r_{max}^2$$

$$\Leftrightarrow r_{max} = \sqrt{\frac{Q \eta P_{B,max}}{(2\pi f)^3 m_r}}$$

$$AN : r_{max} = 0.39 \text{ mm}$$

3.7 Puissance maximale dissipée par l'oscillateur

$$P_{O,max} = \eta P_{B,max}$$

$$AN : P_{O,max} = 4.00 \times 10^{-6} \text{ W}$$

3.8 Puissance minimale dissipée par l'oscillateur

Le rayon minimum défini est de 0.3 mm. De manière analogue au calcul présenté en Rayon maximum, on obtient : $P_{O,min} = \frac{(2\pi f)^3 m_r}{Q} r_{min}^2 AN$: $P_{O,min} = 2.44 \times 10^{-6} \text{ W}$

3.9 Couple minimal et puissance minimale délivrés par le barillet

Avec l'égalité des puissances on obtient :

$$\begin{aligned} \eta P_{B,min} &= P_{O,min} \Leftrightarrow \eta P_{B,min} = \frac{1}{\eta} P_{O,min} \\ \Leftrightarrow C_{min} &= \frac{1}{\eta \omega_B} P_{O,min} \\ \Leftrightarrow C_{min} &= \frac{1}{\eta 2\pi f} P_{O,min} \\ AN : C_{min} &= 67 \text{ N.mm} \end{aligned}$$

3.10 Détermination du nombre de tours effectués par le barillet

On reporte sur la figure ci-dessous les positions du barillet correspondant aux couples minimum et maximum. Le nombre de tours N est défini comme la différence entre les deux abscisses des couples en image.

Ici, 110 N.mm^{-1} est l'image de 10.75 et 67 N.mm^{-1} est l'image de 2.25 tours.

$AN : N = 10.75 - 2.25 = 8.5$ tours

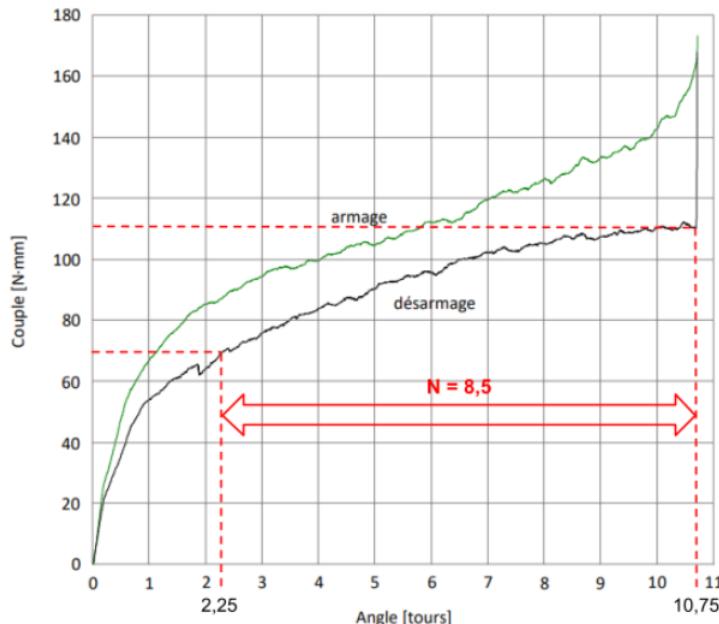


FIGURE 3.16 – Détermination de N, l'espacement entre couple minimal et maximal

3.11 Réserve de marche

$$\omega_B = \frac{2\pi N}{H} = \frac{2\pi f}{i} \Leftrightarrow H = \frac{i N}{f} AN : H = 734400 \text{ s}$$

L'objectif de durée est de 8 jours, soit 691200 secondes. La valeur de H obtenue constitue ainsi une augmentation de 6.25% par rapport à l'objectif.

4 Construction

4.1 Justifications des choix faits pour la construction

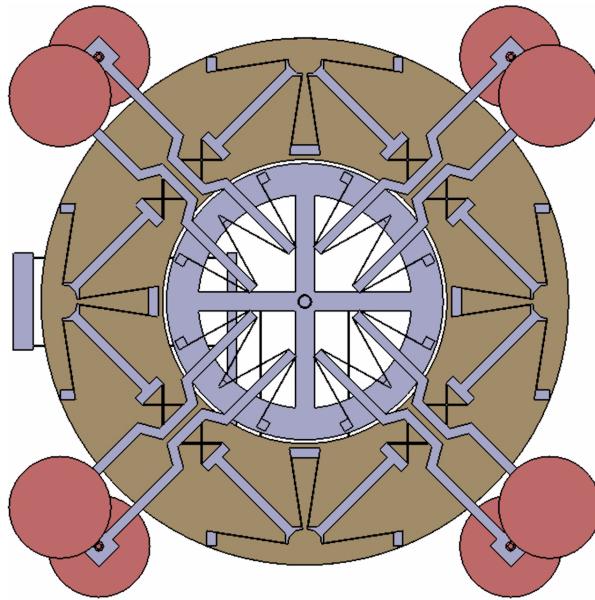


FIGURE 4.1 – Pantographe parallèle

Nous avons décidé de rester dans des dimensions macroscopique pour la forme générale de l'oscillateur en exploitant l'encombrement maximum permis en largeur et profondeur. Ceci est principalement dû au fait qu'au dessous de cette échelle on pouvait de moins en moins avoir une idée intuitive sur les résistances des structures de notre système et on risquait de choisir des dimensions non cohérentes. Cependant, nous pensons que le système peut être miniaturisé pour rentrer dans une montre bracelet.

L'un des défis de ce projet a été de faire coïncider les résultats théoriques et les dimensions réelles envisageable. Nous avons dû passer plusieurs fois de l'un à l'autre jusqu'à trouver une solution qui satisfasse tout les critères.

Pour avoir une première idée sur la taille de nos pantographes, des orbites et des courses admissibles, nous nous sommes basés dans un premier temps sur une esquisse en cinématique idéale facilement modifiable où l'on pouvait simuler rapidement la cinématique de notre système. Une fois validé, nous l'avons réalisé en modèle 3D pour nous vérifier l'encombrement du système, c'est à dire les éventuelles collisions entre les pièces.

Orbite :

Pour des raisons de sécurité, il est nécessaire d'empêcher l'oscillateur de faire des orbites de rayon au dehors de l'intervalle [0.3mm, 0.4mm]. La limite inférieure est garantie grâce à la manivelle. Quant à la limite supérieure, elle est définie grâce à la structure. En effet, la croix oscillante a un diamètre extérieur de 28.5mm et le bâti a un diamètre intérieur de 29.3mm, ce qui satisfait la fonction.

Usinage

L'oscillateur se constitue de trois pièces principales : le pantographe lié au bâti, la croix oscillante avec la table à lames, et enfin les 8 masses. Ces 8 masses sont destinées à être calibré pour ajuster précisement la fréquence d'oscillation.

La croix oscillante comporte des lames où les pivots RCC centraux viendront s'imbriquer avec serrage. Cette séparation en deux parties du mécanisme flexible permet d'avoir un système plus planaire qui facilite l'usinage.

L'usinage des tiges flexibles en BMG peut être réalisé en micro-EDM (micro electro-discharge machining), micro-USM (micro ultrasonic machining), par découpage laser ou par une combinaison de ces derniers qui permet d'avoir le meilleur résultat et optimiser le coût.

Il est à noter aussi qu'il faut ajouter des ponts sur les lames des pivots RCC et les lames de la table flexible à cause du rapport l/h qui dépasse 60.

Manivelle

La conception de la manivelle a demandé de bien détailler la partie centrale du système, c'est à dire le point où l'oscillation est récupérée. Le choix a été fait d'avoir une simple tige verticale dont le mouvement sera récupéré et entraîné par la manivelle. Elle dispose à cet effet d'un trou oblong dans lequel viendra se placer la tige en question.

Le trou est décalé par rapport à l'axe de rotation de la manivelle de 0.3mm, pour garantir que le système ne sera jamais dans la singularité centrale, c'est à dire le point où la manivelle peut tourner sans transmettre de couple à l'oscillateur. Ce décalage sert aussi à fixer le rayon minimum de l'orbite de notre mécanisme à celui donnée dans le cahier des charges.(voir figure 4.2).

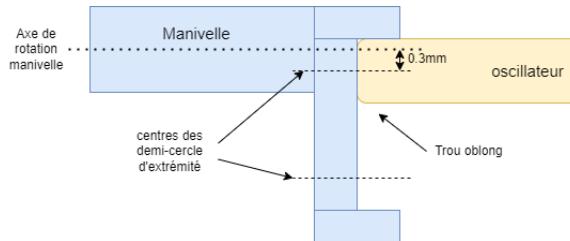


FIGURE 4.2 – manivelle

Les tolérances de cette partie de la manivelle ont été choisies pour minimiser les frottements et donc la perte d'énergie en chaleur. Cela permet aussi d'augmenter la durée de vie de la pièce.

L'arbre de la manivelle a quant à lui demandé de la réflexion sur le lien entre la manivelle et le reste du système, que ça soit le bâti ou le train d'engrenage.

Pour l'engrenage, il a été choisi de le fixer à l'arbre à l'aide d'une goupille cylindrique montée en serrage. Ce choix a été réalisé car nous avions besoin d'une bonne précision dans le guidage. Un perçage circulaire de petite taille pour une goupille est aussi plus facile à réaliser qu'une gorge pour une clavette.

Le palier à roulement est réalisé comme sur la figure 4.3. Ces deux roulements permettent d'avoir une bonne rigidité axiale. Il a été choisi de mettre un ressort pour nous assurer un guidage sans jeu. Les roulements seront tenus en place par un écrou qui viendra se fixer sur un filetage réalisé au bout de la manivelle. Il permettra de mettre le ressort en pré-compression. Deux segments d'arrêt de sécurité complètent le mécanisme. Ils sont là pour bloquer un éventuel glissement des roulements hors de leurs logements. Des roulements à gorges profondes sont suffisants car le système manivelle-roulements ne subira pas de contraintes axiales.

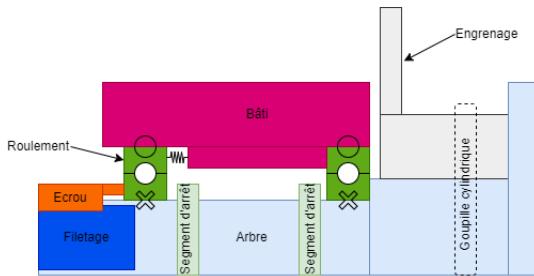


FIGURE 4.3 – Palier à roulement

4.2 Argumenter les choix des matériaux

Les spécifications finales qui sont présentées par la suite sont issues d'un compromis global entre rigidité, fréquence, réserve de marche et encombrement. De fait, il faut réduire la rigidité afin d'augmenter la réserve de marche, ce qui accroît la longueur des lames et la difficulté de les usiner. Comme conseillé, nous avons considéré que $60 \mu\text{m}$ est l'épaisseur minimale possible pour nos lames, et que le rapport l/h ne peut pas dépasser 240, nécessitant 3 ponts lors de l'usinage par électroérosion à fil.

Le matériau choisi est un critère fondamental pour le fonctionnement du mécanisme. Un matériau intrinsèquement flexible étant caractérisé par une faible rigidité pour une capacité accrue de supporter des contraintes de déformations élevées, il convient de maximiser le rapport $\frac{\sigma}{E}$. Avec E le module d'Young du matériau et sa limite de rupture par fatigue en flexion au bout de 50 ans à 7,5 Hz, soit 12 milliards de cycles. D'une manière générale, ce sont les verres métalliques qui l'emportent avec un module d'Young de l'ordre de 100 GPa pour des limites élastiques supérieures au GPa et des limites de fatigue élevées qui en découlent. Nous comparons en figure 4.5 3 matériaux possibles pour la réalisation de notre structure flexible : l'acier, peu cher et facilement usinable, l'aluminium, à la rigidité faible, le titane, connu pour son utilisation dans des guidages flexibles, et le BMG vit-1b, un verre métallique très performant alliant Zirconium et titane.

Vit 1b	Zr _{67,0%}	Cu _{10,6%}	Ni _{9,80%}	Ti _{8,80%}	Be _{3,80%}
--------	---------------------	---------------------	---------------------	---------------------	---------------------

FIGURE 4.4 – Composition de l'alliage vit-1b

Cet alliage dont la constitution est détaillée en figure 4.4 est commercialisé par la marque BMG RS alloys pour des applications telles que machines industrielles, instruments de chirurgie et clubs de golf (pour sa grande restitution d'énergie). (voir lien vers datasheet du materiaux dans Annexes)

Matériaux	module de Young E (GPa)	limite d'élasticité (MPa)	limite de fatigue conventionnelle en traction σ_d (MPa)	rapport $\frac{\sigma_d}{E}$ (%)
acier	210	300	200	0,14
aluminium	70	100	140	0,20
titane	115	1200	400	0,35
verre métallique Vit 1b	95	1800	615	0,65

FIGURE 4.5 – Comparaison des propriétés mécaniques fondamentales de quelques matériaux

Pour que l'oscillateur fonctionne correctement, il faut que la masse des tiges flexibles soit négligeable par rapport à celle des masses extérieures. Pour cela on a besoin d'un matériau avec une haute densité. Sur la figure 4.6 on voit le graphe des matériaux en fonction du prix et de la densité. Puisque que l'uranium est radioactif, le meilleur choix rapport densité prix est le **Tungsten, commercial purity, R07004, annealed**. Son usinage n'est pas très facile, mais les formes des masses sont simples donc ça ne cause pas de problème.

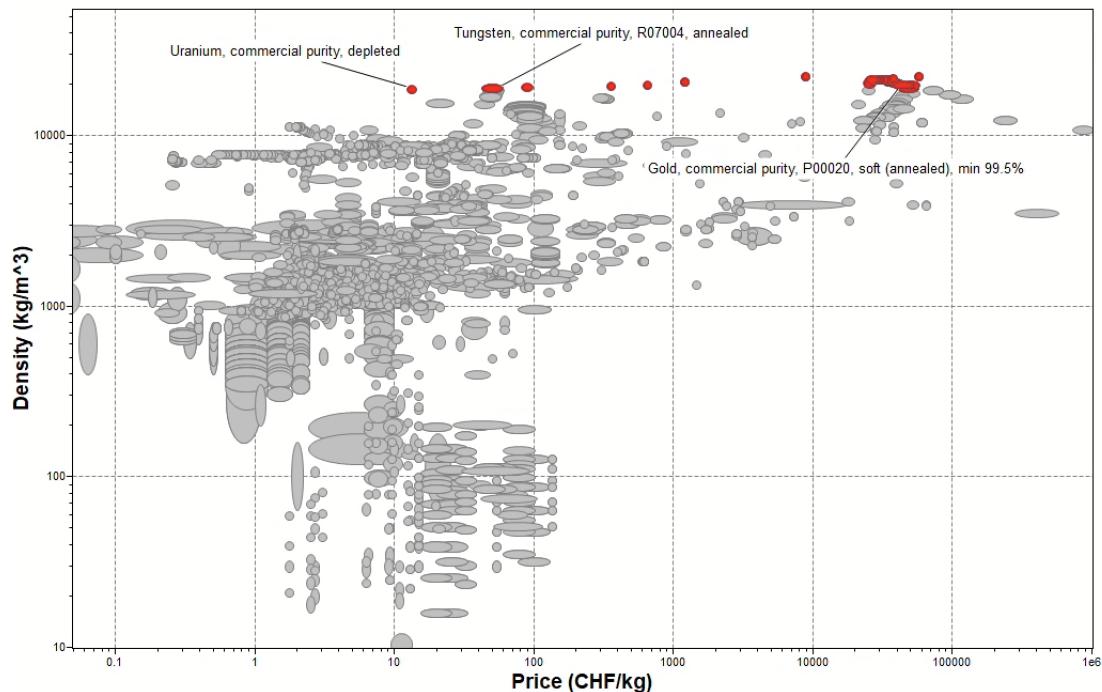


FIGURE 4.6 – diagramme matériaux

4.3 Estimation du coût de fabrication du mécanisme

Bloc de verre métallique (100 CHF/kg)	35
Bloc de tungstène (60 CHF/kg)	15
Electroérosion à fil (100 CHF/600mm)	200 - 400
Roues dentées	100 - 200
Autre (structure, bâti)	500 - 1000
main d'oeuvre (40 CHF/h)	1400
Total (CHF)	2250 - 3050

FIGURE 4.7 – tableau coût de fabrication

La figure 4.7 donne une grossière estimation du coût de fabrication d'une unité, ce qui permet de constater que le mécanisme respecte la limite de 7000 CHF. On notera notamment que les matériaux employés sont peu onéreux.

5 Conclusion

Nous avons donc tout d'abord expliqué le mécanisme de fonctionnement simplifié, qui est basé sur la théorie originale de Newton pour la gravitation, qui ultérieurement s'avérerait fausse, mais consiste quand même d'une propriété intéressante, à savoir, une masse qui oscille avec période fixe autour d'un point ; une base de temps ! Ce fait est donc à la base de notre projet horloger, qui consiste à réaliser un mécanisme basé sur des liaisons flexibles ayant cette propriété de période fixe comme base de temps. Nous avons présenté le développement de notre mécanisme à 2 degrés de liberté, simple à usiner (la majorité de la partie en flexible est sur une surface qu'on peut usiner par EDM en une fois) et qui répond à toutes les exigences du cahier des charges, à savoir - le prix, 8 jours de fonctionnement en une décharge du barillet, équilibré en forces et en moments et respectant les dimensions et les limites du rayon d'oscillation. Nous avons dimensionné le mécanisme et fait nos choix de matériaux en considérant la durée de vie, la rupture à la fatigue, contraintes maximales etc. afin de répondre aux limites physiques et technologique. Nous avons trouvé mathématiquement et démontré de façon numérique notre masse réduite et notre constante de ressort équivalente k_{eq} ainsi que l'isotropie du système pour ces derniers.

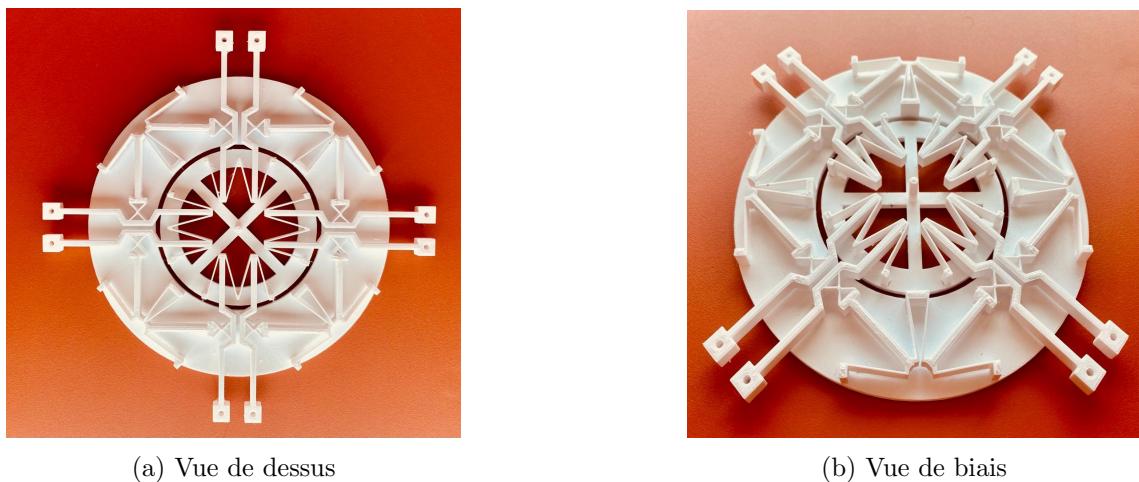


FIGURE 5.1 – Prototype

Quelques critiques sont tout de même à faire car, même si nous ne les avons pas développées, il existe de nombreuses pistes d'améliorations possibles. La plus évidente concerne le choix de négliger la masse du mécanisme flexible et de tout ce qui n'est pas les masses en tungstène situé aux extrémités des bras, hypothèse raisonnable mais inexacte. Par ailleurs, nous n'avons utilisé qu'une plage de d'orbites de 0.1mm, entre 0.3mm et 0.4mm, valable théoriquement et répondant au cahier des charges, mais risquant d'être une limitation pratique ou tout du moins une source de problèmes liés à la singularité au centre du mécanisme. La solution la plus simple que l'on pourrait mettre en oeuvre serait de diminuer la rigidité des articulations flexibles, ce qui permettrait une réduction de la masse et une baisse de la fréquence.

Enfin, nous aimerais remercier le Prof. Simon Henein qui nous a permis de travailler sur ce projet, ainsi que les assistants qui ont été toujours présent pour nous aider à le mener à bien. Ce fut l'occasion de nous rapprocher des tâches quotidiennes de l'in-

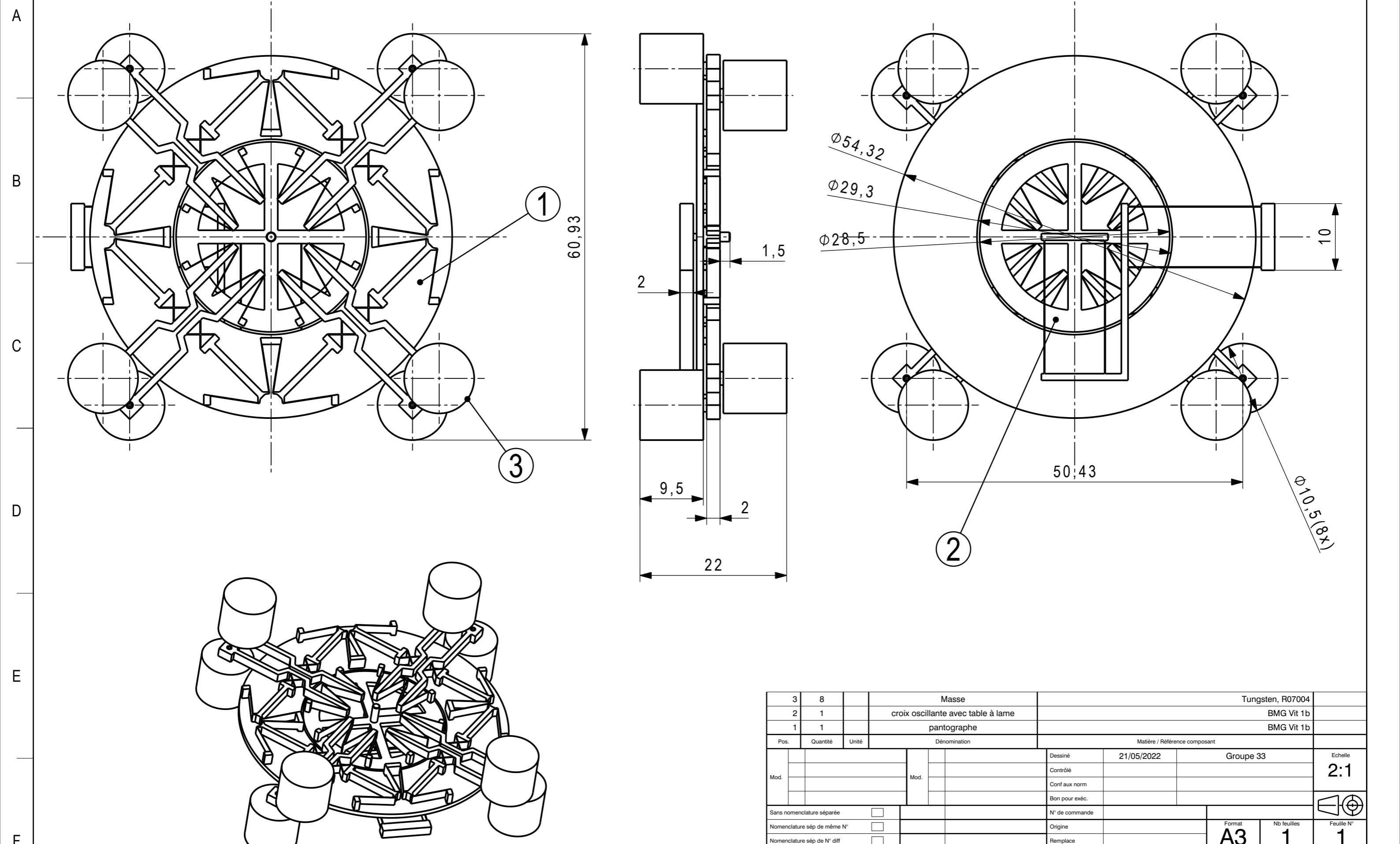
génieur, de mettre à l'épreuve et d'approfondir nos connaissances acquises en cours. Des compétences transversales et pratiques ont également été développées comme le travail en équipe ou nos expérimentations avec les imprimantes 3D. Nous avons effectivement eu l'opportunité de concrétiser notre projet en réalisant un prototype de notre mécanisme en impression 3D, visible ci-dessus (5.1), dont la dynamique se révèle conforme à nos attentes théoriques.

6 Annexes

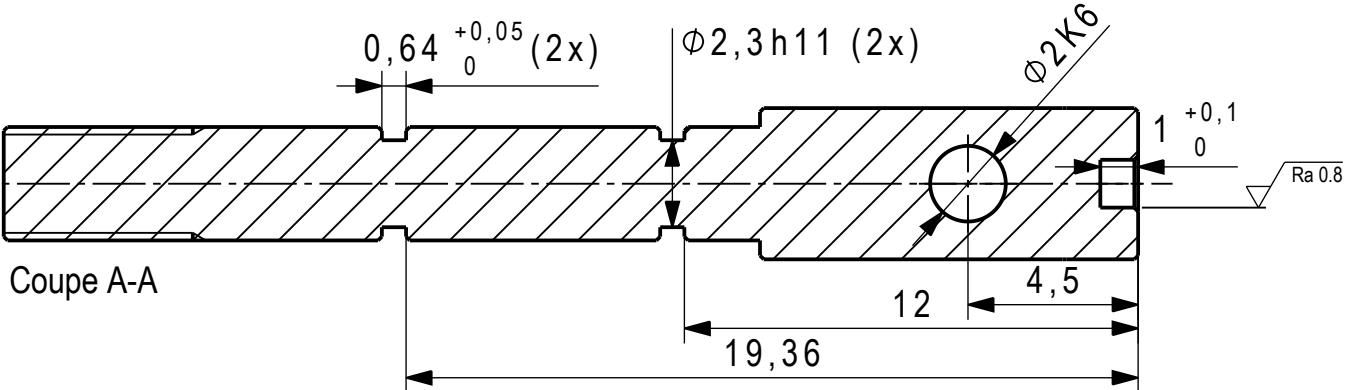
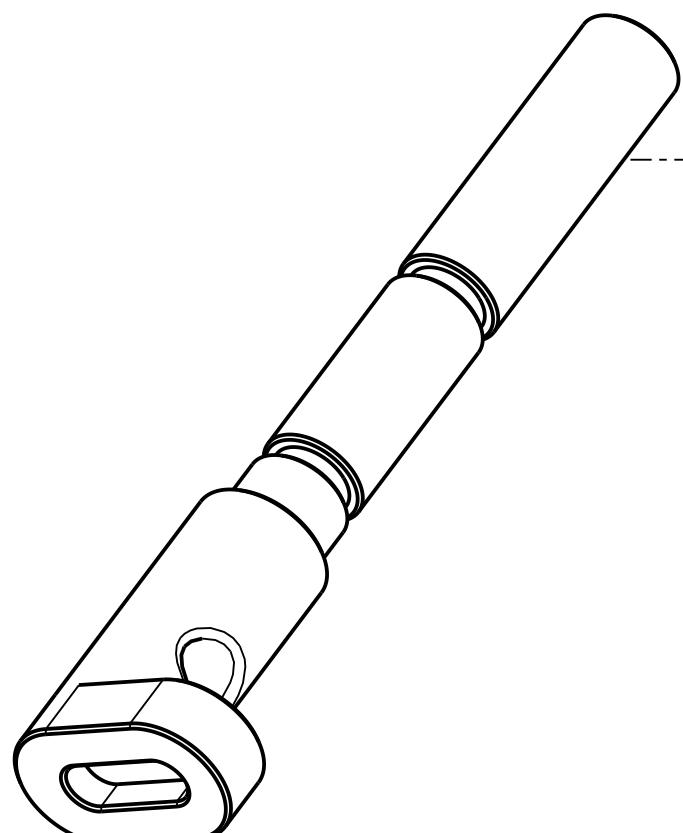
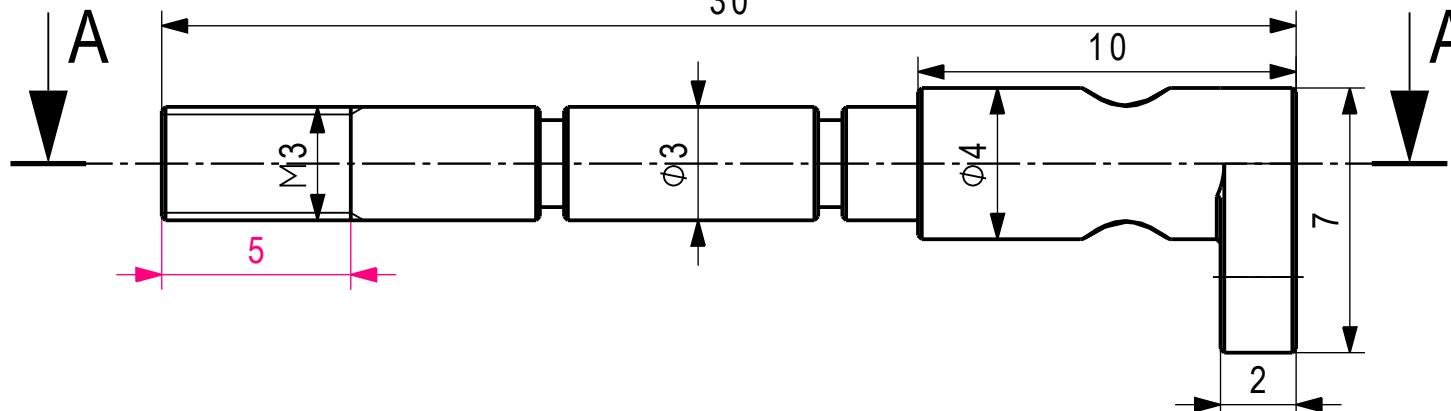
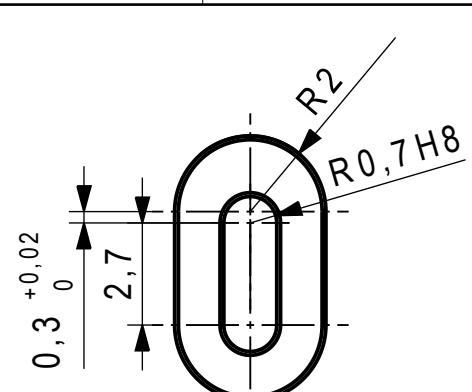
Datasheet matériaux BMG Vit 1b :

<https://www.bulkmetallicglass.it/bulk-metallic-glass-rs-alloys.pdf>

1 2 3 4 5 6 7 8



1 2 3 4 5 6 7 8



Tolérances générales ISO 2768 -fH
Chanfreiné : 0.1x45deg

Mod.	Mod.	Dessiné	18/05/2022	JMOULLET	Echelle
		Contrôlé			5:1
		Conf aux norm			
		Bon pour exéc.			
Sans nomenclature séparée	<input type="checkbox"/>	N° de commande			
Nomenclature sép. de même N°	<input type="checkbox"/>	Matière	X 10 Cr Ni S 18 10	Origine	
Nomenclature sép. de N° diff	<input type="checkbox"/>	Masse	0.002 kg	Remplace	
Dénomination		Format	A4	Nb feuilles	Feuille N°
EPFL			1	1	1
Manivelle_GRP33		N° de dessin			

K Equivalent

Table of Contents

COMMENTS	1
CONSTANTS, VECTORS & MATRIXES GENERATION	1
PLOTS	1
FUNCTIONS	2

COMMENTS

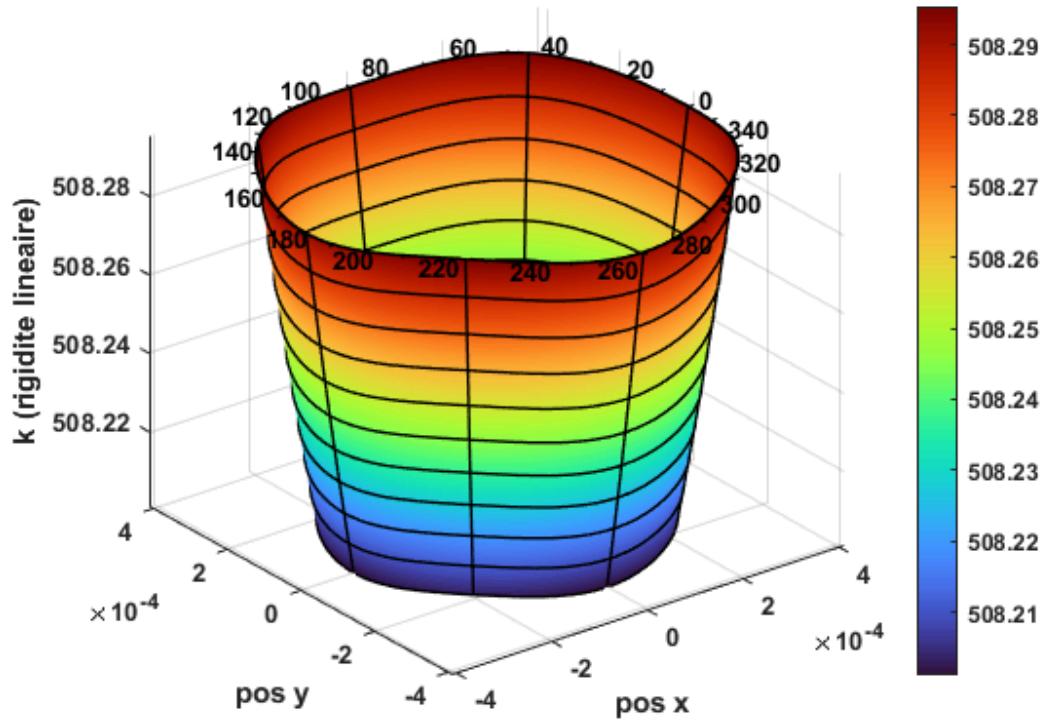
```
% Zp - k_r constante de ressort equivalente du systeme
% r - rayon effectif de l'orbit [m]
% theta - angle de la masse reduite dans un repere polaire
% f - frequence propre d'oscillations du systeme [Hz]
% rho_min - rayon minimale d'orbit - fixe 0.4mm [m]
% rho_max - rayon maximale d'orbit - fixe 4mm [m]
% w - vitesse angulaire de la masse oscillante [rad/sec]
% k_beta/k_gamma - constantes de ressort en 2 points pivots du pantographe
% a, l, L, d0, d1 - variable geometriques de distances importante dans le
% systeme au cours du mouvement
```

CONSTANTS, VECTORS & MATRIXES GENERATION

```
rho_min = 0.3e-3;
rho_max = 0.4e-3;
rho = linspace(rho_min,rho_max);
theta = linspace(0,2*pi);
Zp = k_equi(rho,theta);
```

PLOTS

```
plot = polarplot3d(Zp, 'RadialRange', [rho_min, rho_max]);
xlabel ("pos x")
ylabel ("pos y")
zlabel ("k (rigidite lineaire)")
grid on
axis tight
shading interp
colorbar
colormap("turbo")
```



FUNCTIONS

```

function [Zp] = k_equi(rho,theta)

% CONSTANTS
L = 25.213e-3;
l = 4e-3;
a = 15e-3;

k_gamma = 7.85e-3;
k_beta = 6.44e-3;

d00 = L-l;
delta0 = asin((d00/2)/a);

beta0 = 2*delta0;
gamma0 = delta0;

% MATRIX GENERATION
Zp = zeros(100,100);

for r = 1:numel(rho)
    for t = 1:numel(theta)

```

```
x = rho(r)*cos(theta(t));
y = rho(r)*sin(theta(t));

% For East
d0 = L-(x+1);
d1 = y;
Zp(r,t) =
rigidite(a,d0,d1,k_gamma,k_beta,gamma0,beta0,r,t,Zp,rho);
% For West
d0 = L+(x-1);
d1 = y;
Zp(r,t) =
rigidite(a,d0,d1,k_gamma,k_beta,gamma0,beta0,r,t,Zp,rho);
% For North
d0 = L-(y+1);
d1 = x;
Zp(r,t) =
rigidite(a,d0,d1,k_gamma,k_beta,gamma0,beta0,r,t,Zp,rho);
% For South
d0 = L+(y-1);
d1 = x;
Zp(r,t) =
rigidite(a,d0,d1,k_gamma,k_beta,gamma0,beta0,r,t,Zp,rho);

end
end
end

function [k] = rigidite(a, d0, d1, k_gamma, k_beta, gamma0, beta0, r, t, Zp, rho)
d = sqrt(d0^2+d1^2);

phi = acos(d0/d);
delta = asin((d/2)/a);
beta = 2*delta;

gamma1 = delta-phi;
gamma2 = delta+phi;
e_gamma = 2*k_gamma*((gamma1-gamma0)^2+((gamma2-gamma0))^2);
e_beta = 2*k_beta*(beta-beta0)^2;
k = Zp(r,t)+1/rho(r)^2*(e_gamma+e_beta);
end
```

Published with MATLAB® R2021b

Masse Reduite

Table of Contents

COMMENTS	1
CONSTANTS & VECTOR DEFINITIONS	1
KINETIC ENERGY & REDUCTED MASS MATRIXES FILLING + MASS ISOPTROPY CALCULATION BY RELATIVE CM ERROR (NORMALIZED TO RADIUS)	1
PLOTS	2
FUNCTIONS	6

COMMENTS

```
% m - masse ponctuelle dans le systeme [kg]
% pos_mi - position de la ieme masses du systeme au cours du temps [i =
1,...,8]
% vitesses - matrice des vitesses de toute les masses a 360 moments dun tours
de la masse reduite
% masse_reduite - masse reduite equivalente du systeme [kg]
% r - rayon effectif de l'orbit [m]
% alpha - angle interne du point accrocher au cetre du systeme dun losange
[rad]
% f - frequence propre d'oscillations du systeme [Hz]
% rho_min - rayon minimale d'orbit - fixe 0.4mm [m]
% rho_max - rayon maximale d'orbit - fixe 4mm [m]
% w - vitesse angulaire de la masse oscillante [rad/sec]
% k_beta/k_gamma - constantes de ressort en 2 points pivots du pantographe
% a, l, L, d0, d1 - variable geometriques de distances importante dans le
systeme au cours du mouvement
```

CONSTANTS & VECTOR DEFINITIONS

```
rho_min = 0.3e-3;
rho_max = 0.4e-3;
f = linspace(1,15,15);
r = linspace(rho_min,rho_max,15);
[R,F] = meshgrid(r,f);
TblEnC = zeros(15,15,1);
```

KINETIC ENERGY & REDUCTED MASS MATRIXES FILLING + MASS ISOPTROPY CALCULATION BY RELATIVE CM ERROR (NORMALIZED TO RADIUS)

```
masse_reduite = zeros(15,15);
iso_m_err = zeros(15,15);
```

```

for i = 1:15
    for j = 1:15
        TblEnC(i,j) = EnC(f(i),r(j));
        iso_m_err(i,j) = isotropie_m(f(i),r(j));
        iso_m_err(i,j) = (iso_m_err(i,j)/r(j))*100;
    end
end
for i = 1:15
    for j = 1:15
        masse_reduite(i,j) = (2*TblEnC(i,j))./(4*pi*pi*f(i)*f(i)*r(j)*r(j));
    end
end

```

PLOTS

```

figure
surf(F,R,masse_reduite)
xlabel ('frequence [Hz]')
ylabel ('Rayon [m]')
zlabel ('Massee Reduite')
grid on
axis tight
shading interp
colorbar
colormap(jet(100))

figure
hold on
plot(r,masse_reduite)
legend
('f=1Hz', 'f=2Hz', 'f=3Hz', 'f=4Hz', 'f=5Hz', 'f=6Hz', 'f=7Hz', 'f=8Hz', 'f=9Hz', 'f=10Hz')
axis tight
grid on
ylabel ('Massee Reduite [kg]')
xlabel ('Rayon [m]')
hold off

figure
hold on
plot(f,masse_reduite)
legend
('r=0.3mm', 'r2', 'r3', 'r4', 'r5', 'r6', 'r7', 'r8', 'r9', 'r10', 'r11', 'r12', 'r13', 'r14')
axis tight
grid on
ylabel ('Massee Reduite [kg]')
xlabel ('Frequence [Hz]')
hold off

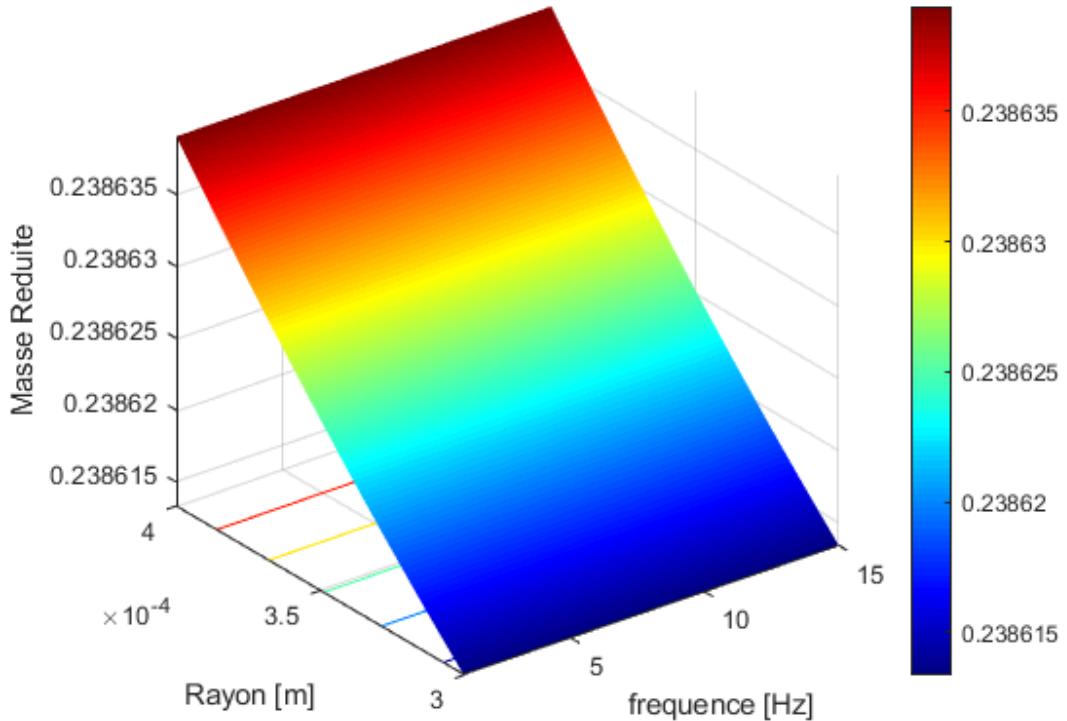
figure
hold on
plot(r,iso_m_err)
legend
('f=1Hz', 'f=2Hz', 'f=3Hz', 'f=4Hz', 'f=5Hz', 'f=6Hz', 'f=7Hz', 'f=8Hz', 'f=9Hz', 'f=10Hz')

```

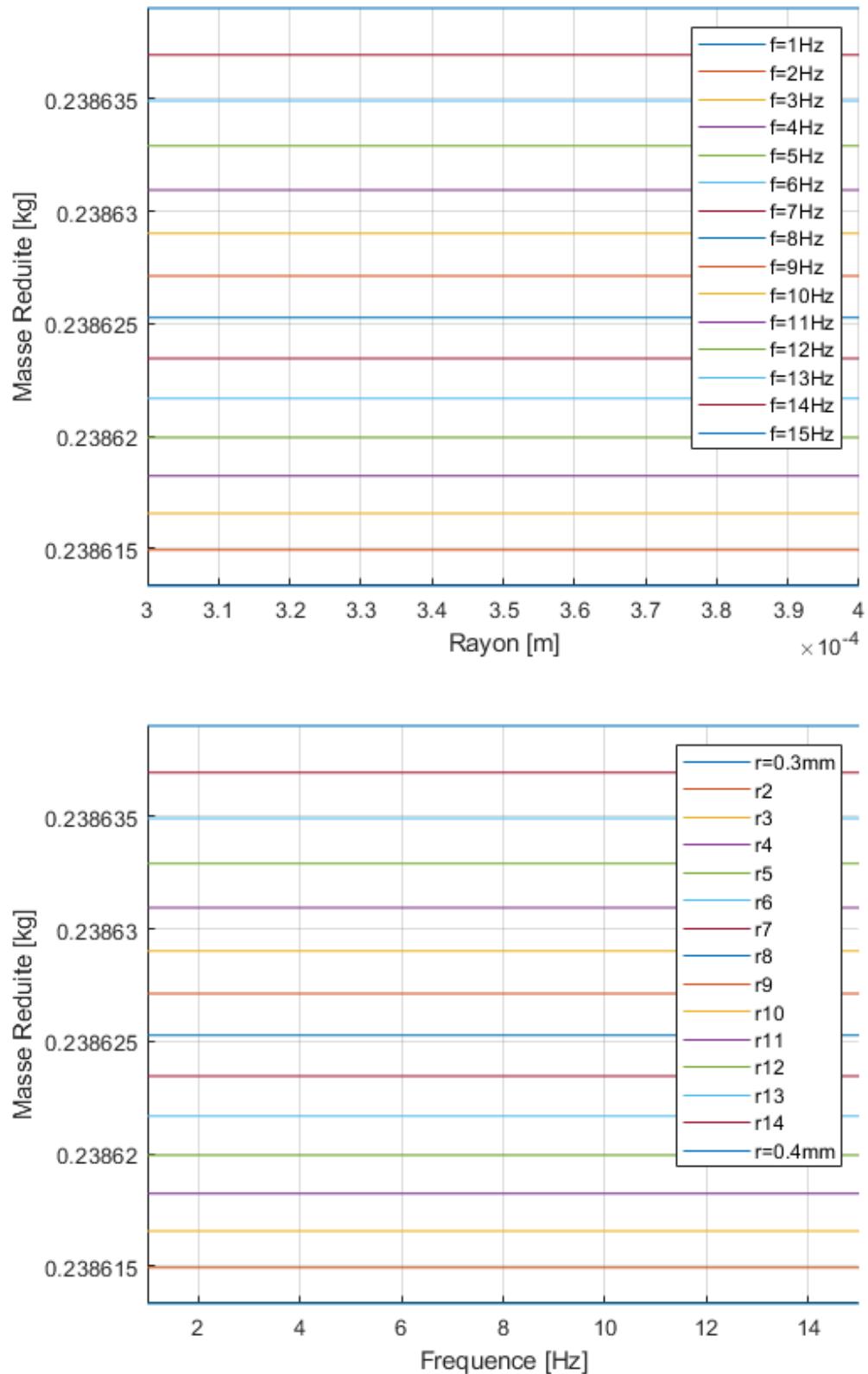
Masse Reduite

```
axis tight
grid on
ylabel ('Erreur moyenne du CM [%]')
xlabel ('Rayon [m]')
hold off

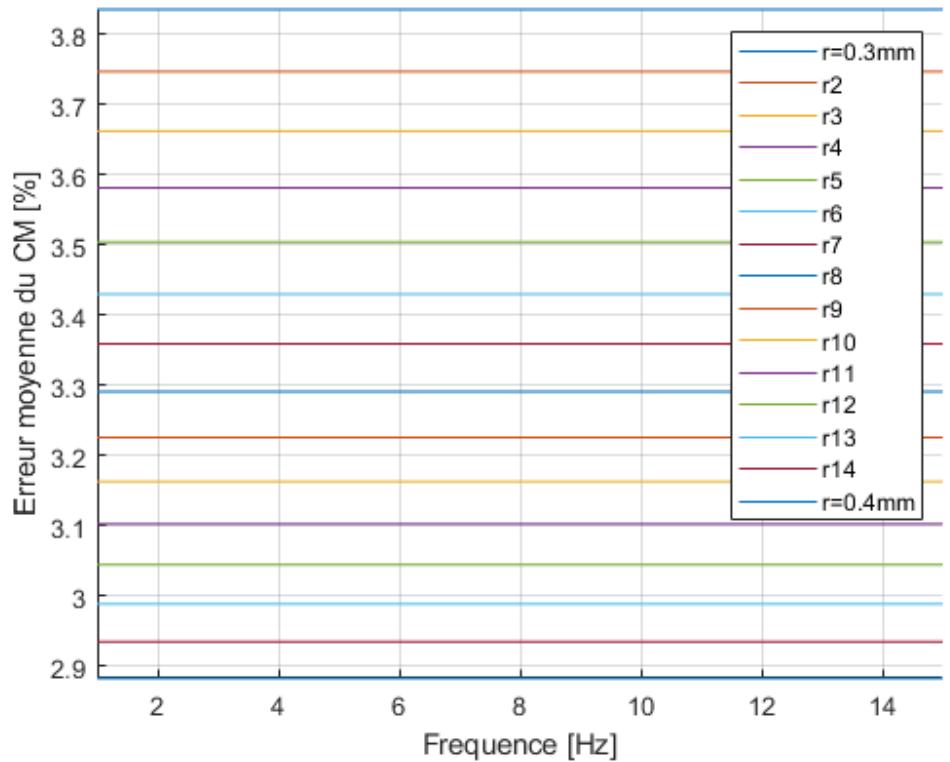
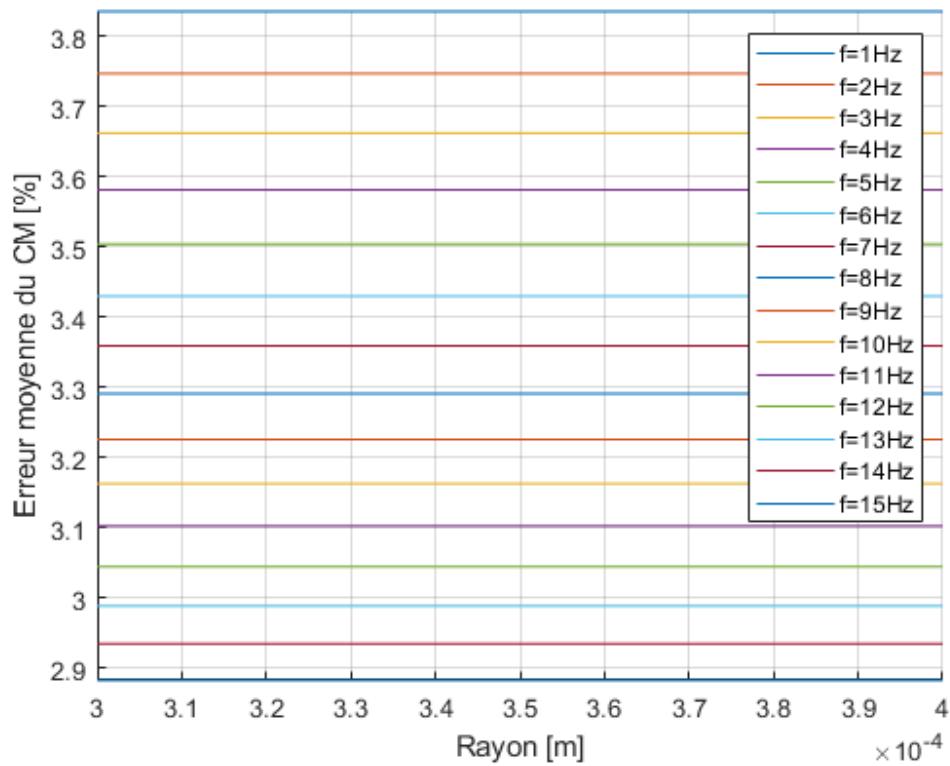
figure
hold on
plot(f,iso_m_err)
legend
('r=0.3mm', 'r2', 'r3', 'r4', 'r5', 'r6', 'r7', 'r8', 'r9', 'r10', 'r11', 'r12', 'r13', 'r14')
axis tight
grid on
ylabel ('Erreur moyenne du CM [%]')
xlabel ('Frequence [Hz]')
hold off
```



Massreduktion



Massre Reduite



FUNCTIONS

```

function [Ec] = EnC(f,r)
% CONSTANTS
L = 25.213e-3;
l = 4e-3;
a = 15e-3;
w = 2*pi*f;
m = 17.11e-3;

% MATRIXES GENERATION (CENTER & 8 MASSES)
pos = zeros(2,1);
TblPos_m = zeros(2,8,360); % (cood x/y, masse 1...8, temps i)

vitesses = zeros(2,8,360);

% POSITION VECTORS OF MASSES FILLING IN 360 CENTER POSTIONS
for i = 1:360

    t = (i*2*pi)/(360*w);

    pos(1) = r*cos(w*t);
    pos(2) = r*sin(w*t);

    %pan1
    TblPos_m(1,1,i) = pos(1)-2*a*trigx(pi+angle(r,t,w,L,l,a));
    TblPos_m(2,1,i) = pos(2)-l-2*a*trigy(pi+angle(r,t,w,L,l,a));
    TblPos_m(1,2,i) = pos(1)+2*a*trigx(pi+angle(r,t,w,L,l,a));
    TblPos_m(2,2,i) = pos(2)-l-2*a*trigy(pi+angle(r,t,w,L,l,a));

    %pan2
    TblPos_m(1,3,i) = pos(1)-2*a*trigx((pi/2)+angle(r,t,w,L,l,a));
    TblPos_m(2,3,i) = pos(2)-l-2*a*trigy((pi/2)+angle(r,t,w,L,l,a));
    TblPos_m(1,4,i) = pos(1)+2*a*trigx((pi/2)+angle(r,t,w,L,l,a));
    TblPos_m(2,4,i) = pos(2)-l-2*a*trigy((pi/2)+angle(r,t,w,L,l,a));

    %pan3
    TblPos_m(1,5,i) = pos(1)-2*a*trigx(-angle(r,t,w,L,l,a));
    TblPos_m(2,5,i) = pos(2)-l-2*a*trigy(-angle(r,t,w,L,l,a));
    TblPos_m(1,6,i) = pos(1)+2*a*trigx(-angle(r,t,w,L,l,a));
    TblPos_m(2,6,i) = pos(2)-l-2*a*trigy(-angle(r,t,w,L,l,a));

    %pan4
    TblPos_m(1,7,i) = pos(1)-2*a*trigx(angle(r,t,w,L,l,a));
    TblPos_m(2,7,i) = pos(2)-l-2*a*trigy(angle(r,t,w,L,l,a));
    TblPos_m(1,8,i) = pos(1)+2*a*trigx(angle(r,t,w,L,l,a));
    TblPos_m(2,8,i) = pos(2)-l-2*a*trigy(angle(r,t,w,L,l,a));
end

% VELOCITY VECTORS OF 8 MASSES FILLING IN 360 CENTER POSITIONS
for i = 1:359
    pas_temps = (2*pi)/(360*w);
    %pan1

```

```

%masse1
    vitesses(1,1,i) = (TblPos_m(1,1,i+1)-TblPos_m(1,1,i))/pas_temps;
    vitesses(2,1,i) = (TblPos_m(2,1,i+1)-TblPos_m(2,1,i))/pas_temps;

%masse2
    vitesses(1,2,i) = (TblPos_m(1,2,i+1)-TblPos_m(1,2,i))/pas_temps;
    vitesses(2,2,i) = (TblPos_m(2,2,i+1)-TblPos_m(2,2,i))/pas_temps;

%pan2
%masse3
    vitesses(1,3,i) = (TblPos_m(1,3,i+1)-TblPos_m(1,3,i))/pas_temps;
    vitesses(2,3,i) = (TblPos_m(2,3,i+1)-TblPos_m(2,3,i))/pas_temps;

%masse4
    vitesses(1,4,i) = (TblPos_m(1,4,i+1)-TblPos_m(1,4,i))/pas_temps;
    vitesses(2,4,i) = (TblPos_m(2,4,i+1)-TblPos_m(2,4,i))/pas_temps;

%pan3
%masse5
    vitesses(1,5,i) = (TblPos_m(1,5,i+1)-TblPos_m(1,5,i))/pas_temps;
    vitesses(2,5,i) = (TblPos_m(2,5,i+1)-TblPos_m(2,5,i))/pas_temps;

%masse6
    vitesses(1,6,i) = (TblPos_m(1,6,i+1)-TblPos_m(1,6,i))/pas_temps;
    vitesses(2,6,i) = (TblPos_m(2,6,i+1)-TblPos_m(2,6,i))/pas_temps;

%pan4
%masse7
    vitesses(1,7,i) = (TblPos_m(1,7,i+1)-TblPos_m(1,7,i))/pas_temps;
    vitesses(2,7,i) = (TblPos_m(2,7,i+1)-TblPos_m(2,7,i))/pas_temps;

%masse8
    vitesses(1,8,i) = (TblPos_m(1,8,i+1)-TblPos_m(1,8,i))/pas_temps;
    vitesses(2,8,i) = (TblPos_m(2,8,i+1)-TblPos_m(2,8,i))/pas_temps;

end

% CALCULATION OF ABSOLUT VELOCITY OF THE 8 MASSES AND TOTAL KINETIC ENERGY
v = zeros(8,360,1);
EnergieCin = zeros(1);

for i = 1:360
    for k = 1:8
        v(k,i) =
            vitesses(1,k,i)*vitesses(1,k,i)+vitesses(2,k,i)*vitesses(2,k,i);
        EnergieCin = EnergieCin+EnCin(v(k,i),m);
    end
end

Ec = EnergieCin/360;

end

function [Moyenne] = isotropie_m(f,r)
% CONSTANTS
L = 25.213e-3;
l = 4e-3;
a = 15e-3;
w = 2*pi*f;

```

```
% MATRIXES DEFINITION & FILLING
TblPos = zeros(2,8,360);
Moyenne = zeros(1);
for t = 1:359
    temps = (t*2*pi)/(360*w);

    pos(1) = r*cos(w*temps);
    pos(2) = r*sin(w*temps);

    %pan1
    TblPos(1,t) = pos(1)-2*a*trigx(pi+angle(r,temps,w,L,l,a));
    TblPos(2,t) = pos(2)-l-2*a*trigy(pi+angle(r,temps,w,L,l,a));
    TblPos(1,t) = pos(1)+2*a*trigx(pi+angle(r,temps,w,L,l,a));
    TblPos(2,t) = pos(2)-l-2*a*trigy(pi+angle(r,temps,w,L,l,a));

    %pan2
    TblPos(1,t) = pos(1)-2*a*trigx((pi/2)+angle(r,temps,w,L,l,a));
    TblPos(2,t) = pos(2)-l-2*a*trigy((pi/2)+angle(r,temps,w,L,l,a));
    TblPos(1,t) = pos(1)+2*a*trigx((pi/2)+angle(r,temps,w,L,l,a));
    TblPos(2,t) = pos(2)-l-2*a*trigy((pi/2)+angle(r,temps,w,L,l,a));

    %pan3
    TblPos(1,t) = pos(1)-2*a*trigx(-angle(r,temps,w,L,l,a));
    TblPos(2,t) = pos(2)-l-2*a*trigy(-angle(r,temps,w,L,l,a));
    TblPos(1,t) = pos(1)+2*a*trigx(-angle(r,temps,w,L,l,a));
    TblPos(2,t) = pos(2)-l-2*a*trigy(-angle(r,temps,w,L,l,a));

    %pan4
    TblPos(1,t) = pos(1)-2*a*trigx(angle(r,temps,w,L,l,a));
    TblPos(2,t) = pos(2)-l-2*a*trigy(angle(r,temps,w,L,l,a));
    TblPos(1,t) = pos(1)+2*a*trigx(angle(r,temps,w,L,l,a));
    TblPos(2,t) = pos(2)-l-2*a*trigy(angle(r,temps,w,L,l,a));

% SUM & AVERAGE OF DISTANCES TO THE CENTER, AT TIME t OF THE 8 EQUAL MASSES
Moyenne_t = zeros(1);
for i = 1:8
    Moyenne_t = Moyenne_t +
    sqrt(TblPos(1,i,t)*TblPos(1,i,t)+TblPos(2,i,t)*TblPos(2,i,t));
end
Moyenne = Moyenne + Moyenne_t/8;
end
Moyenne = Moyenne/360;
end

function [trig_x] = trigx(alpha)
    trig_x = cos(alpha/2);
end

function [trig_y] = trigy(alpha)
    trig_y = sin(alpha/2);
end

function [alpha] = angle(r,t,w,L,l,a)
    num = sqrt(r*r*cos(w*t)*cos(w*t)+(r*sin(w*t)+L-l)^2);
```

```
den = 2*a;
alpha = pi-2*asin(num/den);
end

function [E_c] = EnCin(v2,m)
E_c = 0.5*m*v2;
end
```

Published with MATLAB® R2021b