

Matemáticas Discretas 2023-1

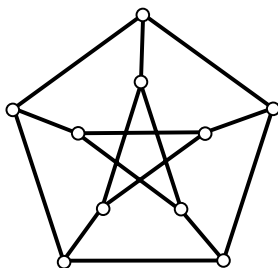
Examen 1

Este es un examen de trabajo individual. Debes entregarlo mediante Moodle, con todas las indicaciones precisadas en la actividad correspondiente.

1. (2.5 pts) Recuerda que la sucesión de Fibonacci está dada por $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ y $F_{n+2} = F_n + F_{n+1}$ para cada entero $n \geq 0$.
 - Encuentra, con demostración, todos los valores de n para los cuales F_n es múltiplo de 7.
 - Demuestra que la siguiente fórmula para los números de Fibonacci es válida.

$$F_n = \frac{\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n}{\sqrt{5}}.$$

2. (2.5 pts) Demuestra que todo árbol con n vértices tiene $n - 1$ aristas y que cualquier bosque con n vértices y k componentes conexas tiene $n - k$ aristas.
3. (2.5 pts) Considera la siguiente gráfica:



- Encuentra su número de independencia.
 - Encuentra su número cromático.
 - Encuentra su índice cromático.
4. (2.5 pts) Sea G una gráfica bipartita cuyo conjunto de vértices está partido en conjuntos A y B , y en donde cada vértice tiene grado 3.

- Muestra que $|A| = |B|$.
 - Muestra que G tiene un emparejamiento que cubre a A . Como sugerencia, tendrás que usar el teorema de Hall.
 - Muestra que G tiene una 3-coloración propia de sus aristas. Como sugerencia, tendrás que usar repetidas veces el teorema de Hall.
5. (+2 pts extra) Una gráfica es *de intervalos* si se puede tomar un conjunto finito de intervalos cerrados y acotados I de la recta real, y a partir de ahí tomar un vértice por cada intervalo, y poner una arista si se intersectan. Supongamos que gráfica de intervalos G no tiene a la gráfica completa en 6 vértices como subgráfica. Muestra que G tiene una 5-coloración propia de sus vértices.