



## MEMORIA PRÁCTICA 2

Heurística y optimización

### Descripción breve

Enfoque práctico a la solución de problemas de satisfacción de restricciones y de la modelización y resolución de un problema de itinerarios usando algoritmos de búsqueda.

Daniel Zubieta Pascual 100346138

100346138@alumnos.uc3m.es

## Índice

|  |   |
|--|---|
| Introducción.....                              | 2 |
| Parte 1 .....                                  | 2 |
| Modelización parte 1 .....                     | 2 |
| Resolución y análisis de casos de pruebas..... | 5 |
| Parte 2 .....                                  | 9 |
| Modelización parte 2 .....                     | 9 |
| Implementación parte 2 .....                   | 9 |
| Conclusiones.....                              | 9 |

## Introducción

En esta segunda práctica de la asignatura Heurística y optimización el objetivo es conseguir resolver dos itinerarios pertenecientes a un colegio. Este documento estará dividido en tres partes.

La primera parte constará de la modelización, resolución y estudio de diferentes casos de pruebas para resolver el reparto de asignaturas en un horario de un colegio y definiendo los profesores usando satisfacción de restricciones, siendo programada la solución en el lenguaje Python.

La segunda parte constará también de la modelización, resolución y estudio de varios resultados (y heurísticas usadas) para resolver el camino óptimo usando el algoritmo de búsqueda A\* que un autobús debe realizar para llevar a todos los niños a sus respectivos colegios en el menor tiempo posible.

Por último, expondremos unas breves conclusiones acerca de la práctica y los diferentes problemas surgidos a lo largo de su resolución.

## Parte 1

### Modelización parte 1

La primera parte de la práctica consiste en encontrar configuraciones de horarios correctas para las clases de un grupo de cuarto de primaria de un colegio.

El colegio nos indica que cada semana se deben dar dos clases de las asignaturas Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Matemáticas e Inglés. Educación Física solo tendrá una clase semanal. El horario lectivo es de lunes a jueves, teniendo lunes, martes y miércoles tres horas de clase (de 9:00 a 12:00), con los jueves teniendo solo dos horas de clase (de 9:00 a 11:00). Además, el colegio tiene disponibles tres profesores (Andrea, Juan y Lucía) que podrán dar dos asignaturas. Se resolverá usando satisfacción de restricciones.

Dado que se resuelve con satisfacción de restricciones, el problema tiene la estructura definida en clase:  $R = (X, D, C)$ , donde  $X$  hacen referencia a las variables definidas,  $D$  al dominio que pueden tomar las variables y a  $C$  como el conjunto de restricciones del espacio del problema. Hemos definido dos conjuntos de variables.

En primer lugar, unas variables que hacen referencia a las asignaturas que el colegio puede dar,  $X = \sum_{i=0}^{11} x_i$ . Hemos doblado las asignaturas salvo Educación Física (se han definido CN1 y CN2 por ejemplo) para distinguir las clases en el horario. El dominio de  $X$  es 11 para poder contener las dos horas semanales disponibles para cada asignatura, menos en el caso de Educación Física y así, al definir el dominio de 0 a 11, podemos deducir que los días de la semana y su hora están en orden ascendente (esto es, 0 es lunes a las 9, 1 es lunes a las 10, 2 es lunes a las 11 y así sucesivamente).

En segundo lugar, hemos definido otras variables para contener a los profesores que pueden dar las asignaturas. En este caso,  $X = \sum_{i=0}^6 x_i$ . También se han doblado las variables ya que los tres profesores pueden dar dos asignaturas cada uno. El dominio de estas variables son las asignaturas que pueden dar en el colegio (Ciencias Naturales, Ciencias Sociales, Matemáticas, Inglés y Educación Física).

A continuación, definiremos formalmente el conjunto de restricciones  $C$  y como se han implementado en la solución final.

- La duración de cada clase es de una hora y solo se puede impartir una materia.
  - Usando la funcionalidad `AllDifferentConstraint()` de Python, definimos que todas las variables de las asignaturas (recordemos que dobladas) deben ser diferentes entre sí para que en cada hora solo se pueda impartir una materia.
- Se deben impartir dos horas de cada materia salvo Educación Física que solo tiene una hora asignada.
  - En la declaración de las variables se tiene en cuenta esta restricción, porque así solo asignamos un valor del dominio a cada clase por separado. Esto es, que hay dos clases de cada materia excepto Educación Física que al declarar la variable se ha doblado. (CN1 y CN2, por ejemplo, nos aseguramos de que hay dos clases de cada materia y son únicas).
- Ciencias Naturales debe impartirse las dos horas de manera consecutiva, las demás pueden impartirse en días separados o de manera consecutiva.

- En primer lugar, definimos una función para comprobar que la segunda clase sea igual que la primera para conseguir que ambas clases sean consecutivas. En la segunda parte de la función obligamos que la primera clase de Ciencias Naturales no se de a última hora porque no contaría como válida. Después, con la funcionalidad de `addConstraint()` de Python, añadimos la función y los dos parámetros requeridos, que son las dos clases de Ciencias Naturales. Para las demás asignaturas, al no haber ninguna restricción, no añadimos nada.
- Matemáticas no se puede impartir el mismo día que Ciencias Naturales e Inglés.
  - Para esta restricción definimos una nueva función auxiliar para conseguir que se cumpla. En ella comparamos los días y sus horas. Es decir, comprobamos qué materia se imparte cada día a cada hora. La condición es comprobar que si alguna hora de matemáticas (MT1 o MT2 en la solución) se imparte en ese día, Naturales e Inglés no pueden ser asignadas a alguna otra hora disponible de ese día. Con la ayuda de la biblioteca añadimos dos `addConstraint()`, una para cada hora posible para dar Matemáticas, porque pueden darse en el mismo día o en días distintos.
- Matemáticas debe impartirse en las primeras horas y Ciencias Sociales en las últimas.
  - En esta restricción directamente usamos la funcionalidad `InSetConstraint()` de la biblioteca de Python `Constraint` para asignar las primeras horas siempre a Matemáticas (horas 0, 3, 6 y 9 en nuestra solución) y las últimas horas a Sociales (2, 5, 8, 10). En este caso puede haber un error de apreciación en cuanto a la última hora del jueves, porque podemos considerar que los jueves tienen su segunda hora como la última o no.
- Cada profesor debe impartir dos asignaturas que deben ser distintas entre ellas.
  - Para esta restricción nos ayudamos de la definición de las variables de los profesores. En primer lugar, al definir dos veces a cada profesor, obligamos a que la solución tenga dos materias asignadas a cada uno. Después, con la ayuda de `AllDifferentConstraint()` de la biblioteca, obligamos a que cada variable tenga un valor distinto en cada solución,

esto es, que cada uno tenga una asignatura distinta asignada.

- Lucía solo se encargará de Ciencias Sociales si Andrea se encarga de Educación Física.
  - Definimos una función para obligar que si Lucía se encarga de Ciencias Sociales en un posible horario, Andrea se encargará siempre de Educación Física. Después con `addConstraint()` añadiremos ambos profesores para que haga la comprobación.
- Juan no se encargará de Naturales o Sociales si se dan a primera hora de los lunes o jueves.
  - La función que nos ayudará a estudiar la asignación de materias comprobará que si las asignaturas se han asignado a primera hora del lunes (valor 0 de la asignación) o a primera hora del jueves (valor 9 de la asignación). En cuanto a las asignaturas, estudiamos ambos valores de Ciencias Sociales (CS1 y CS2) porque se pueden dar en varios días, pero solo hacemos el estudio de la primera hora de Naturales (CN1) porque se deben dar dos horas el mismo día y CN2 nunca se estudiaría. Después con `addConstraint()` hacemos la evaluación con las dos clases que puede dar Juan a lo largo de la semana.

## Resolución y análisis de casos de pruebas

En primer lugar, haremos el estudio y análisis del caso base, que es ejecutar el programa con los datos del enunciado. Nos salen 138240 posibles resultados, y viendo que es imposible plasmar todas las soluciones, en esta memoria haremos el estudio de determinadas soluciones. Iremos con la primera solución que nos da la biblioteca y las soluciones 12000 y 60000 para ver cómo se comportan.

Primera solución:

|                      | <b>Lunes</b> | <b>Martes</b> | <b>Miércoles</b> | <b>Jueves</b> |
|----------------------|--------------|---------------|------------------|---------------|
| <i>9:00 – 10:00</i>  | Inglés       | Mates         | Mates            | Naturales     |
| <i>10:00 – 11:00</i> | Inglés       | Lenguaje      | Lenguaje         | Naturales     |
| <i>11:00 – 12:00</i> | Sociales     | E. Física     | Sociales         | -             |

|               | <b>Asignatura 1</b> | <b>Asignatura 2</b> |
|---------------|---------------------|---------------------|
| <i>Juan</i>   | Matemáticas         | Lenguaje            |
| <i>Andrea</i> | E. Física           | C. Naturales        |
| <i>Lucía</i>  | C. Sociales         | Inglés              |

Solución 12000

|                      | <b>Lunes</b> | <b>Martes</b> | <b>Miércoles</b> | <b>Jueves</b> |
|----------------------|--------------|---------------|------------------|---------------|
| <i>9:00 – 10:00</i>  | Mates        | Mates         | Lenguaje         | Naturales     |
| <i>10:00 – 11:00</i> | E. Física    | Lenguaje      | Inglés           | Naturales     |
| <i>11:00 – 12:00</i> | Sociales     | Sociales      | Inglés           | -             |

|               | <b>Asignatura 1</b> | <b>Asignatura 2</b> |
|---------------|---------------------|---------------------|
| <i>Juan</i>   | Inglés              | Lenguaje            |
| <i>Andrea</i> | Matemáticas         | E. Física           |
| <i>Lucía</i>  | Lenguaje            | Inglés              |

Solución 60000

|                      | <b>Lunes</b> | <b>Martes</b> | <b>Miércoles</b> | <b>Jueves</b> |
|----------------------|--------------|---------------|------------------|---------------|
| <i>9:00 – 10:00</i>  | Naturales    | Mates         | Inglés           | Mates         |
| <i>10:00 – 11:00</i> | Naturales    | Lenguaje      | E. Física        | Sociales      |
| <i>11:00 – 12:00</i> | Inglés       | Sociales      | Lenguaje         | -             |

|               | <b>Asignatura 1</b> | <b>Asignatura 2</b> |
|---------------|---------------------|---------------------|
| <i>Juan</i>   | Inglés              | Matemáticas         |
| <i>Andrea</i> | E. Física           | C. Naturales        |
| <i>Lucía</i>  | Lenguaje            | C. Sociales         |

Las restricciones se cumplen como podemos comprobar, y en cuanto a los profesores casi siempre Lucía se encargará de Sociales y Andrea de Educación Física.

Otro caso de estudio es restringir que los jueves de 10:00 a 11:00 no los consideramos última hora. En este caso, nos salen 78336 soluciones porque restringimos que sociales no se pueden dar en esa hora los jueves, y los profesores en las mismas ejecuciones que en las arriba mostradas son los mismos.

Vamos a probar otro caso. Tenemos los jueves que también tenemos clase de 11 a 12 pero todas las restricciones impuestas en el enunciado también las contemplamos. Con esto, nos encontramos que suben a 10506254 soluciones posibles. Con las mismas soluciones que en los apartados anteriores tenemos:

Primera solución:

|                      | <b>Lunes</b> | <b>Martes</b> | <b>Miércoles</b> | <b>Jueves</b> |
|----------------------|--------------|---------------|------------------|---------------|
| <i>9:00 – 10:00</i>  | Inglés       | Mates         | Mates            | Naturales     |
| <i>10:00 – 11:00</i> | Lenguaje     | Lenguaje      | -                | Naturales     |
| <i>11:00 – 12:00</i> | Inglés       | E. Física     | Sociales         | Sociales      |

|               | <b>Asignatura 1</b> | <b>Asignatura 2</b> |
|---------------|---------------------|---------------------|
| <i>Juan</i>   | Matemáticas         | Lenguaje            |
| <i>Andrea</i> | E. Física           | C. Naturales        |
| <i>Lucía</i>  | C. Sociales         | Inglés              |

Solución 12000

|                      | <b>Lunes</b> | <b>Martes</b> | <b>Miércoles</b> | <b>Jueves</b> |
|----------------------|--------------|---------------|------------------|---------------|
| <i>9:00 – 10:00</i>  | Inglés       | Mates         | Mates            | Naturales     |
| <i>10:00 – 11:00</i> | Inglés       | -             | Lenguaje         | Naturales     |
| <i>11:00 – 12:00</i> | E. Física    | Lenguaje      | Sociales         | Sociales      |

|               | <b>Asignatura 1</b> | <b>Asignatura 2</b> |
|---------------|---------------------|---------------------|
| <i>Juan</i>   | Inglés              | Matemáticas         |
| <i>Andrea</i> | Lenguaje            | E. Física           |
| <i>Lucía</i>  | C. Sociales         | C. Naturales        |



## Solución 60000

|                      | <b>Lunes</b> | <b>Martes</b> | <b>Miércoles</b> | <b>Jueves</b> |
|----------------------|--------------|---------------|------------------|---------------|
| <i>9:00 – 10:00</i>  | Mates        | Mates         | Inglés           | Naturales     |
| <i>10:00 – 11:00</i> | -            | Lenguaje      | Inglés           | Naturales     |
| <i>11:00 – 12:00</i> | Sociales     | Sociales      | E. Física        | Sociales      |

|               | <b>Asignatura 1</b> | <b>Asignatura 2</b> |
|---------------|---------------------|---------------------|
| <i>Juan</i>   | Lenguaje            | Matemáticas         |
| <i>Andrea</i> | E. Física           | Inglés              |
| <i>Lucía</i>  | C. Naturales        | C. Sociales         |

Como podemos observar, al tener 11 asignaturas para 12 horas disponibles y eliminando la restricción de que los jueves tienen 3 horas también, la hora de descanso se va cambiando respecto a cualquier hora de la semana.

Casos de prueba en los que la solución final da como resultado 0 soluciones sería, por ejemplo, añadir sobre la codificación inicial un nuevo profesor que pueda dar dos clases también, o rebajarlo a una sola, ya que todos los profesores tienen que dar dos asignaturas diferentes y solo hay 6.

Hemos intentado realizar más pruebas añadiendo un día más, un profesor más y dos asignaturas para intentar dar un horario semanal, pero ha tardado mucho la ejecución y no hemos podido sacar solución. Imaginamos que, al añadir asignaturas, días y profesores, el número de soluciones se tratará de un problema exponencial a la hora del número de soluciones.

## Parte 2

### Modelización parte 2

### Implementación parte 2

La implementación y estudio de la parte 2 no se ha podido llevar a cabo por lo que en este apartado y sucesivos respecto a la parte 2 no se puede añadir nada.

## Conclusiones

La primera parte de la práctica, la relativa a satisfacción de restricciones, me ha parecido muy interesante a la hora de hacerla. Hacer un horario con esta biblioteca cumpliendo las restricciones del colegio me ha parecido un ejemplo muy representativo de como funciona y las aplicaciones que tiene en la vida real. El principal problema encontrado, además de considerar los jueves a las 10 como última hora o no, es que dependiendo de como interpretes las restricciones y las codifiques, no sabemos si las soluciones arrojadas están bien hechas o no, puesto que algunas veces salen más y otras menos pero no se pueden comprobar todas por el tiempo que se lleva. Estudiando varios casos supondremos que están todas bien.

Sin embargo, la parte 2 me ha parecido bastante difícil que ni siquiera he podido sacar más que un planteamiento inicial del problema. La codificación al final ha sido imposible de sacar y penalizará sobre eso en la nota.