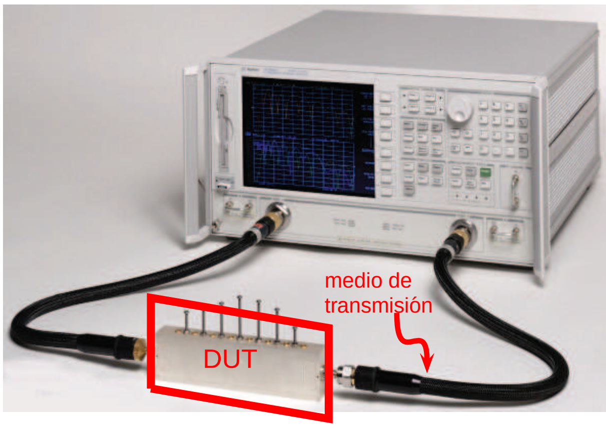
Errores de Medida y Calibración TRL

Circuitos de Alta Frecuencia

Departamento de Señales, Sistemas y Radiocomunicaciones
Grupo de Electromagnetismo y Teoría de Circuitos

El analizador de redes

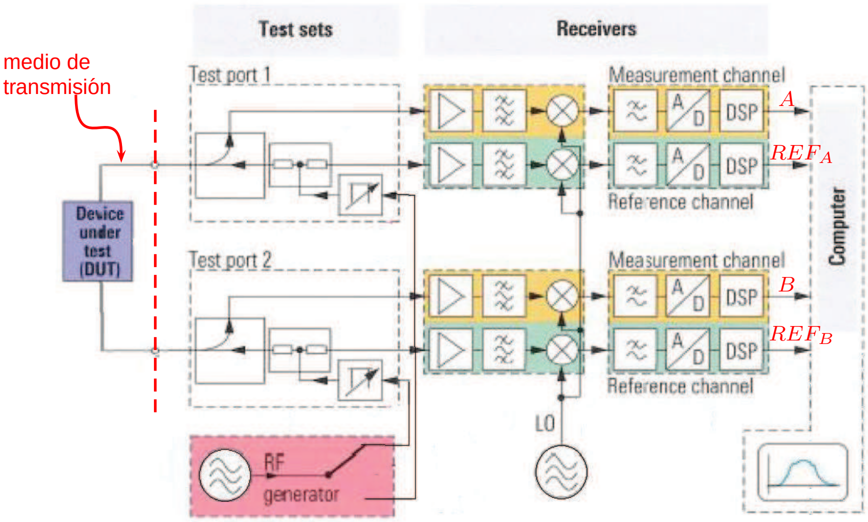
Un analizador de redes permite medir circuitos a través de sus parámetros S:



nº 2

El analizador de redes (II)

Esquema simplificado:



$\frac{A}{REF_A} \rightarrow S_{11}$ $\frac{B}{REF_A} \rightarrow S_{21}$ $\frac{A}{REF_B} \rightarrow S_{12}$ $\frac{B}{REF_B} \rightarrow S_{22}$

nº 3

El analizador de redes (y III)

Funcionamiento;

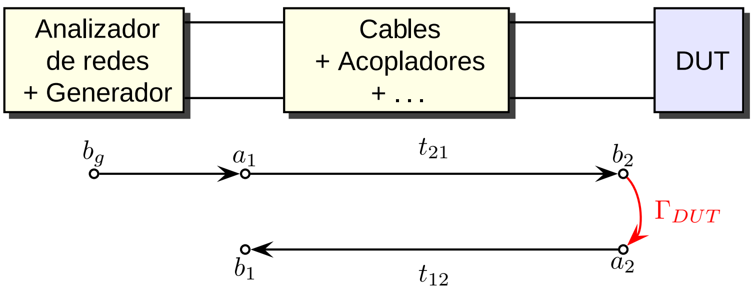
- El generador (oscilador) proporciona la señal de RF de la frecuencia adecuada.
- Los ‘Test Sets’ incluyen atenuadores, divisores, ‘switches’ y acopladores (circuitos de RF) que separan las señales.
- En los receptores se amplifican y mezclan las señales (‘down converters’) para pasar a frecuencia intermedia, donde se amplifican, se detectan, se digitalizan y se procesan.
- Los cocientes de las señales A, B y de referencia se muestran como parámetros S.

¡Pero no lo son! Hay que corregir los efectos de todos los componentes no perfectos que hay en el equipo (acopladores, reflexiones,...). $\Rightarrow$ Calibración

nº 4

Medida en una puerta (un término de error)

Modelo simple (un término de error):

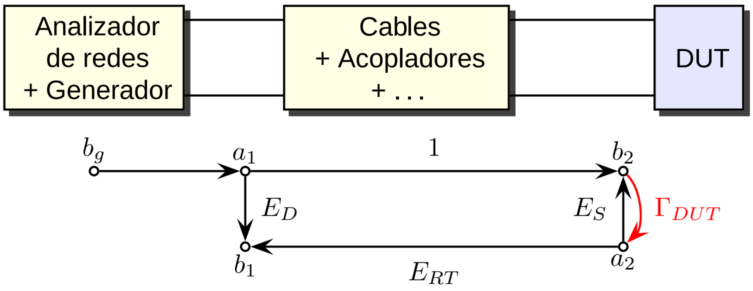


El valor medido es $S_{11m} = t_{21}\Gamma_{DUT}t_{12} = T\Gamma_{DUT}$ donde $T = t_{21}t_{12}$ es desconocido.
Si se mide un cortocircuito (con $\Gamma^{cc} = -1$) se tendrá $S_{11m}^{cc} = T\Gamma^{cc} = -T$, con lo que $T = -S_{11m}^{cc}$.
Y ahora, cuando mida mi DUT: $\Gamma_{DUT} = \dfrac{S_{11m}}{T} = -\dfrac{S_{11m}}{S_{11m}^{cc}}$

nº 5

Medida en una puerta (tres términos)

Un modelo algo más complicado (tres términos de error):



E_D: Directivity (imperfecciones acopladores).
E_{RT}: Reflection Tracking (diferencias de caminos de señal y referencia).
E_S: Source Match (desadaptación de la salida del analizador).

$$S_{11m} = E_D + \frac{E_{RT}\Gamma_{DUT}}{1 - E_S\Gamma_{DUT}}$$

y necesito estándares con los que calcular E_D, E_{RT} y E_S.

nº 6

Medida en una puerta (tres términos) (y II)

- Con una carga adaptada ($\Gamma^{ada} = 0$): $S^{ada}_{11m} = E_D$
- Con un cortocircuito ($\Gamma^{cc} = -1$): $S^{cc}_{11m} = E_D - \dfrac{E_{RT}}{1 + E_S}$
- Con un circuito abierto ($\Gamma^{ca} = +1$): $S^{ca}_{11m} = E_D + \dfrac{E_{RT}}{1 - E_S}$

Tres ecuaciones lineales con tres incógnitas...

$$E_D = S^{ada}_{11m}$$

$$E_{RT} = 2\frac{(S^{ada}_{11m} - S^{cc}_{11m})(S^{ada}_{11m} - S^{ca}_{11m})}{S^{cc}_{11m} - S^{ca}_{11m}}$$

$$E_S = \frac{2S^{ada}_{11m} - S^{cc}_{11m} - S^{ca}_{11m}}{S^{cc}_{11m} - S^{ca}_{11m}}$$

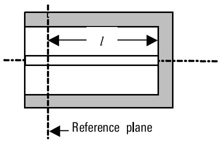
Y con estos valores: $\Gamma_{DUT} = \dfrac{S_{11m} - E_D}{E_{RT} + E_S\,(S_{11m} - E_D)}$

nº 7

Estándares alternativos

A altas frecuencias no es fácil conseguir un buen corto, un buen abierto, y una buena carga adaptada. Sí es posible substituirlos por estándares alternativos:

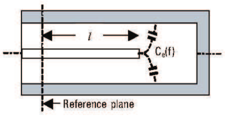
- 'Offset short': una línea de transmisión acabada en un cortocircuito.



El coeficiente de reflexión es $\Gamma^{Os} = -e^{-2j\theta}$ y la ecuación alternativa

$$S_{11m}^{Os} = E_D - \frac{E_{RT}e^{-2j\theta}}{1+E_S e^{-2j\theta}}$$

- 'Shielded open': un circuito abierto en una geometría cerrada (evitar la radiación).



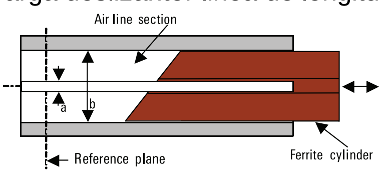
El coeficiente de reflexión Γ^{So} incluye un modelo de la capacidad $C_e(f)=C_0+C_1 f+C_2 f^2$.

$$S_{11m}^{So} = E_D + \frac{E_{RT}\Gamma^{So}}{1-E_S\Gamma^{So}}$$

nº 8

Estándares alternativos (y II)

- Carga deslizante: linea de longitud variable acabada en una carga (no especialmente buena).

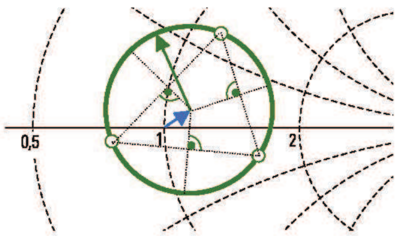


Se pretende medir el error de directividad sin necesidad de una carga perfecta ($\Gamma^{ada} = 0$).

Con una carga deslizante $\Gamma^{Cd} = \Gamma^{C} e^{-2j\theta}$ y

$$S_{11m}^{Cd} = E_D + \frac{E_{RT}\Gamma^{C}e^{-2j\theta}}{1-E_S\Gamma^{C}e^{-2j\theta}}$$

Al variar θ describe un círculo con centro E_D.



nº 9

Estándares no bien conocidos

La calibración exige el uso de 'estándares': componentes que estén disponibles y que tengan unos parámetros bien conocidos.

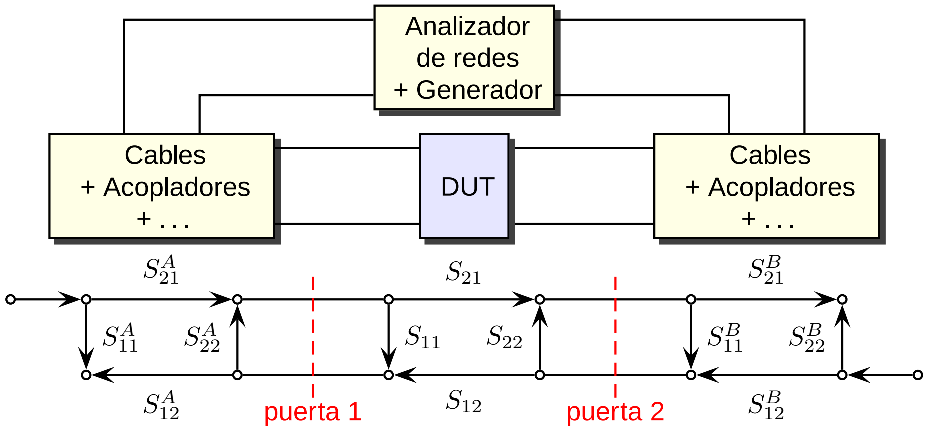
- En coaxial y en guía de onda es posible.
- En planares (microstrip) no es posible: los cortocircuitos son inductivos, los circuitos abiertos capacitivos (y radian), las cargas resistivas difíciles de obtener.

Pueden ser convenientes procedimientos que no requieran estándares 'completamente' conocidos. Un ejemplo es la calibración TRL ("Thru-Reflect-Line") que usa tramos del medio de transmisión en el que se mide ('Thru' y 'Line') y una carga de alta reflexión no completamente conocida ('Reflect').

nº 10

Medida en dos puertas (TRL)

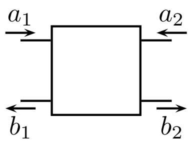
TRL es un modelo con siete términos de error:



Son coeficientes de error, pero los manejaremos como los parámetros de un cuadripolo. ¿Cómo obtenerlos?

nº 11

Parámetros de transmisión

En un cuadripolo 

se pueden definir tanto parámetros S como parámetros de transmisión R (¡no confundir con parámetros $ABCD$!):

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 \\ b_2 \end{bmatrix}$$

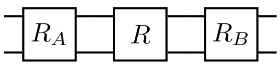
Poner en cascada cuadripolos implica sólo multiplicar matrices, y hay relaciones sencillas con los parámetros S:

$$[R] = \frac{1}{S_{21}} \begin{bmatrix} -\Delta_S & S_{11} \\ -S_{22} & 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad [S] = \frac{1}{R_{22}} \begin{bmatrix} R_{12} & \Delta_R \\ 1 & -R_{21} \end{bmatrix}$$

nº 12

Términos de TRL

En cualquier medida lo que se obtiene es la cascada de tres cuadripolos:



Es decir, que mido $R_M = R_A R_{DUT} R_B$ y busco $R_{DUT} = R_A^{-1} R_M R_B^{-1}$.
Escribo

$$R_A = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix} = r_{22} \begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad R_A^{-1} = \frac{1}{r_{22}(a-bc)} \begin{bmatrix} 1 & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

$$R_B = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix} = \rho_{22} \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad R_B^{-1} = \frac{1}{\rho_{22}(\alpha-\beta\gamma)} \begin{bmatrix} 1 & -\beta \\ -\gamma & \alpha \end{bmatrix}$$

Por tanto

$$R_{DUT} = \frac{1}{r_{22}\rho_{22}(a-bc)(\alpha-\beta\gamma)} \begin{bmatrix} 1 & -b \\ -c & a \end{bmatrix} R_M \begin{bmatrix} 1 & -\beta \\ -\gamma & \alpha \end{bmatrix}$$

Necesito siete valores: a, b, c, α, β, γ y el producto $r_{22}\rho_{22}$.

nº 13

Términos de TRL (II)

Se conecta el 'Thru' (conexión directa de puertas 1 y 2) y se mide

$$R_T = R_A R_B \Rightarrow R_B = R_A^{-1} R_T$$

Se conecta el 'Line' (una línea de longitud l, en principio, arbitraria) y se mide

$$R_L = R_A \begin{bmatrix} e^{-\gamma_m l} & 0 \\ 0 & e^{+\gamma_m l} \end{bmatrix} R_B \Rightarrow$$

$$R_L = R_A \begin{bmatrix} e^{-\gamma_m l} & 0 \\ 0 & e^{+\gamma_m l} \end{bmatrix} R_A^{-1} R_T \quad \Rightarrow \quad R_L R_T^{-1} R_A = R_A \begin{bmatrix} e^{-\gamma_m l} & 0 \\ 0 & e^{+\gamma_m l} \end{bmatrix}$$

$T = R_L R_T^{-1}$ es conocida: $T = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix}$, por lo que se puede escribir

$$\begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e^{-\gamma_m l} & 0 \\ 0 & e^{+\gamma_m l} \end{bmatrix} \Rightarrow$$

nº 14

Términos de TRL (III)

$t_{11}a + t_{12}c = ae^{-\gamma_m l}$ (1) $\qquad$ $t_{11}b + t_{12} = be^{+\gamma_m l}$ (2)

$t_{21}a + t_{22}c = ce^{-\gamma_m l}$ (3) $\qquad$ $t_{21}b + t_{22} = e^{+\gamma_m l}$ (4)

Dividiendo (1) entre (3): $\frac{t_{11}a + t_{12}c}{t_{21}a + t_{22}c} = \frac{a}{c} = \frac{t_{11}\frac{a}{c} + t_{12}}{t_{21}\frac{a}{c} + t_{22}} \Rightarrow$ tengo una ecuación cuadrática en $\frac{a}{c}$:

$$t_{21}\left(\frac{a}{c}\right)^2 + (t_{22} - t_{11})\frac{a}{c} - t_{12} = 0$$

Dividiendo (2) entre (4) llego a la misma ecuación en b:

$$t_{21}b^2 + (t_{22} - t_{11})b - t_{12} = 0$$

Si divido (4) entre (3): $e^{2\gamma_m l} = \frac{t_{21}b + t_{22}}{t_{21}\frac{a}{c} + t_{22}}$. Salvo que $e^{2\gamma_m l} = 1$ entonces $b \neq \frac{a}{c}$ y son las dos soluciones distintas de $t_{21}x^2 + (t_{22} - t_{11})x - t_{12} = 0$.

Es de esperar que el 'cuadripolo' S_A tenga $|S_{11}| \ll 1$ y $|S_{22}| \ll 1$. Por tanto $|b| \ll 1$ y $|c| \ll 1$, y $|\frac{a}{c}| \gg 1$.

b es la solución de menor módulo y $\frac{a}{c}$ la de mayor.

nº 15

Términos de TRL (IV)

La medida del 'Thru': $R_T = R_A R_B = r_{22}\begin{bmatrix} a & b \\ c & 1 \end{bmatrix}\rho_{22}\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & 1 \end{bmatrix} = g\begin{bmatrix} d & e \\ f & 1 \end{bmatrix}$ donde d, e, f y g son conocidos.

$$r_{22}\rho_{22}\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & 1 \end{bmatrix} = \frac{g}{a-bc}\begin{bmatrix} 1 & -b \\ -c & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} d & e \\ f & 1 \end{bmatrix} = \frac{g}{a-bc}\begin{bmatrix} d-bf & e-b \\ af-cd & a-ce \end{bmatrix}$$

Comparando: $r_{22}\rho_{22} = g\dfrac{a-ce}{a-bc} = g\dfrac{1-e\frac{c}{a}}{1-b\frac{c}{a}}$. Con este valor:

$$\begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{a-ce}\begin{bmatrix} d-bf & e-b \\ af-cd & a-ce \end{bmatrix}$$

De donde: $\gamma = \dfrac{af-cd}{a-ce} = \dfrac{f-d\frac{c}{a}}{1-e\frac{c}{a}}$.

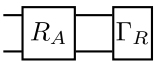
No puedo tener α y β, pero sí: $\alpha a = \dfrac{d-bf}{1-e\frac{c}{a}}$ y $\frac{\beta}{\alpha} = \dfrac{e-b}{d-bf}$

nº 16

Términos de TRL (V)

Hasta ahora tengo $\frac{c}{a}$, b, γ, αa, $\frac{\beta}{\alpha}$ y $r_{22}\rho_{22}$. Sólo necesito a ...

Se conecta el 'Reflect' (carga con una reflexión alta, $|\Gamma_R| \approx 1$) en la puerta 1:



$$\left.\begin{aligned} b_1 &= r_{11}a_2 + r_{12}b_2 = r_{22}(aa_2 + bb_2) \\ a_1 &= r_{21}a_2 + r_{22}b_2 = r_{22}(ca_2 + b_2) \end{aligned}\right\} \rho_{m1} = \frac{b_1}{a_1} = \frac{aa_2 + bb_2}{ca_2 + b_2} = \frac{a\Gamma_R + b}{c\Gamma_R + 1}$$

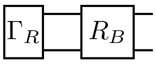
Ecuación que relaciona a con c. Junto con el valor de $\frac{c}{a}$ me permite obtener ambas. ¡Pero conociendo perfectamente el valor de Γ_R!

Mejor despejo así: $a = \dfrac{\rho_{m1} - b}{\Gamma_R\left(1 - \rho_{m1}\frac{c}{a}\right)}$

nº 17

Términos de TRL (y VI)

Se conecta el 'Reflect' en la puerta 2:



$$\left.\begin{aligned} b_1 &= \rho_{11}a_2 + \rho_{12}b_2 = \rho_{22}(\alpha a_2 + \beta b_2) \\ a_1 &= \rho_{21}a_2 + \rho_{22}b_2 \ = \rho_{22}(\gamma a_2 + b_2) \end{aligned}\right\} \Gamma_R = \frac{a_1}{b_1} = \frac{\gamma a_2 + b_2}{\alpha a_2 + \beta b_2} = \frac{\gamma + \rho_{m2}}{\alpha + \beta\rho_{m2}}$$

Y despejo: $\alpha = \dfrac{\gamma + \rho_{m2}}{\Gamma_R\left(1 + \rho_{m2}\frac{\beta}{\alpha}\right)}$

Si divido las dos últimas expresiones... $\dfrac{a}{\alpha} = \dfrac{(\rho_{m1} - b)\left(1 + \rho_{m2}\frac{\beta}{\alpha}\right)}{(\rho_{m2} + \gamma)\left(1 - \rho_{m1}\frac{c}{a}\right)}$

Tenía αa y ahora tengo $\frac{a}{\alpha}$. Basta calcular $a = \pm\sqrt{\alpha a \frac{a}{\alpha}}$. Para determinar el signo uso $\Gamma_R = \dfrac{\rho_{m1} - b}{a\left(1 - \rho_{m1}\frac{c}{a}\right)}$, por lo que necesito saber la fase de Γ_R con un error de $\pm 90^{\circ}$. Para acabar... $c = a\frac{c}{a} \Rightarrow \alpha = \dfrac{\alpha a}{a} \Rightarrow \beta = \alpha\frac{\beta}{\alpha}$.

nº 18

Información adicional

- Obtenidos los términos de error se puede obtener el coeficiente de reflexión del 'Reflect':

$$\Gamma_R = \frac{\rho_{m1} - b}{a - \rho_{m1}c} \qquad\qquad \Gamma_R = \frac{\gamma + \rho_{m2}}{\alpha + \beta\rho_{m2}}$$

- Si se conoce l, a partir de la medida del 'Line' calibrada $S^L = \begin{bmatrix} \approx 0 & e^{-\gamma_m l} \\ e^{-\gamma_m l} & \approx 0 \end{bmatrix}$ se puede obtener γ_m y el retardo τ_l:

$$\gamma_m = \frac{\ln(S_{21}^L)}{-l} = \alpha_m + j\beta_m \qquad ; \qquad \tau_l = \frac{\beta_m l}{\omega}$$

nº 19

Limitaciones

- "Salvo que $e^{2\gamma_m l} = 1 \ldots$"
  En el caso sin pérdidas $e^{2j\beta_m l} = 1 \Rightarrow \beta_m l = n\pi \Rightarrow l = n\frac{\lambda}{2}$. Habrá que evitar que $\theta = \beta_m l = n180^{\text{o}}$. La recomendación habitual es $20^{\text{o}} < \theta < 160^{\text{o}}$.

- Los 'cuadripolos' S_A y S_B deben cumplir $|S_{11}| \ll 1$, $|S_{22}| \ll 1$ y $|S_{21}| \approx 1$.

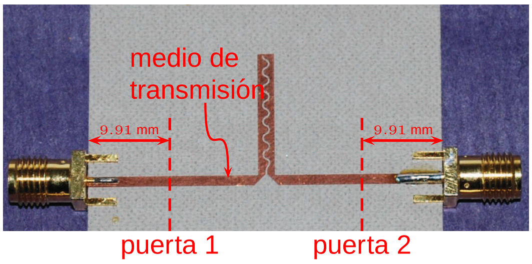
- Debe conocerse $\angle\Gamma_R \pm 90^{\text{o}}$.

nº 20

Ejemplo de medida y calibración

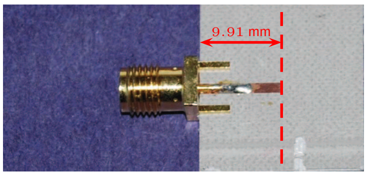
Dispositivo a medir:

DUT.s2p



'Reflect':

reflect1.s1p
reflect2.s1p

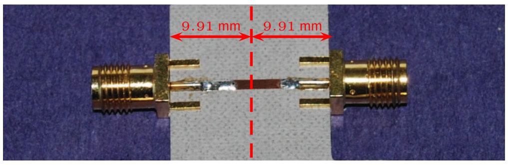


nº 21

Ejemplo de medida y calibración (y II)

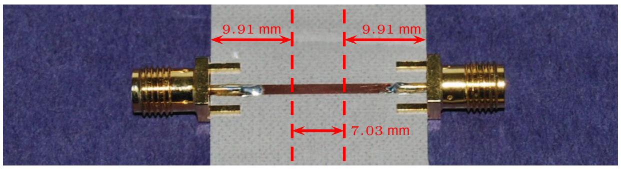
'Thru':

thru.s2p



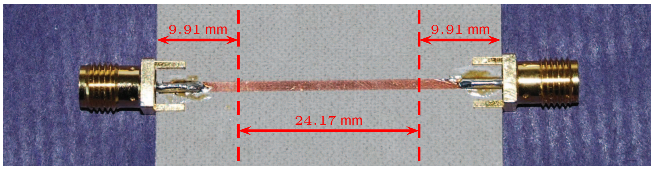
'Line':

line1.s2p



'Line (2)':

line2.s2p



nº 22