

PENDULOS LOCOS - RETOS

Daniel Parra ^2

Daniel Espinel

José Gamboa

Análisis experimental



¿Cuál de los dos sistemas, el péndulo físico doble o el péndulo doble matemático, muestra mayor comportamiento caótico? ¿Y cómo se contrastan estos resultados con los datos experimentales?

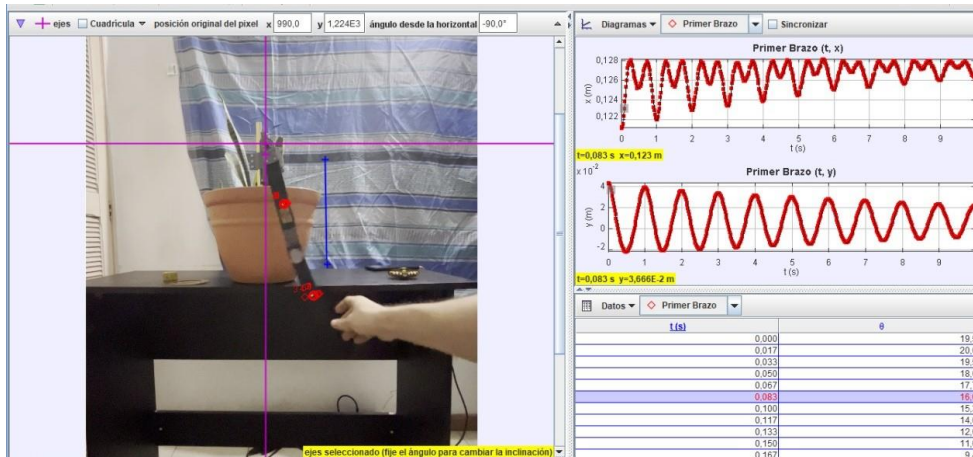
Setup experimental

- Longitud de los brazos:
Primer brazo "exterior": 21,3 cm
Primer brazo "interior": 21,3 cm
Segundo brazo: 19 cm
- Masa de los brazos:
Primer brazo "exterior": 17 gramos
Primer brazo "interior": 16 gramos
Segundo brazo: 29 gramos



Análisis experimental

Se tomo los datos con la herramienta de tracker para el péndulo físico doble:



Se exportaron los datos tomados del tiempo y para cada uno de los angulos correspondientes a cada brazo del péndulo θ_1 y θ_2

José tomando los datos:

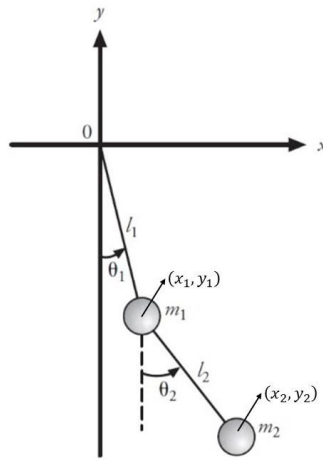


Pseudocódigo para la elaboración de las gráficas:

1. Leer los datos del archivo en un formato tabular y almacenarlos en un marco de datos (DataFrame).
2. Extraer las columnas relevantes del DataFrame:
 - Asignar la columna de tiempo a 'tiempo'.
 - Asignar la columna de ángulo teórico a `ángulo_teorico`.
 - Asignar la columna de ángulo experimental a `ángulo_experimental`.
3. Crear una nueva figura para la gráfica con un tamaño específico.
4. Agregar la línea de datos experimentales a la gráfica:
 - Usar `tiempo_experimental` como eje x y `ángulo_experimental` como eje y.
 - Estilo de línea: continuo, color: azul, etiqueta: "Experimental".
5. Agregar la línea de datos teóricos a la gráfica:
 - Usar `tiempo_teorico` como eje x y `ángulo_teorico` como eje y.
 - Estilo de línea: discontinua, color: rojo, etiqueta: "Teórico".
6. Personalizar la gráfica:
 - Agregar un título que describa el contenido de la gráfica.
 - Etiquetar los ejes (tiempo en el eje x y ángulo en el eje y).
 - Agregar una leyenda para identificar las líneas.
 - Habilitar una cuadrícula para facilitar la lectura de los datos.
7. Mostrar la gráfica.

Módulo teórico y comparación

Péndulo doble:



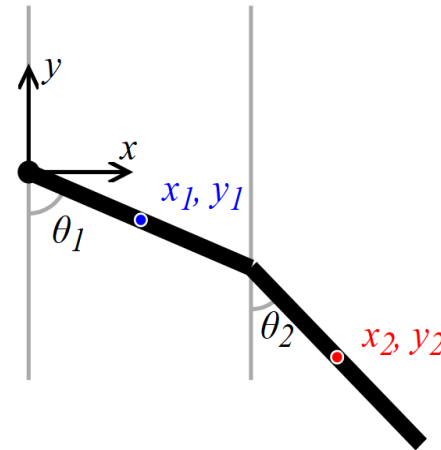
$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(m_1+m_2)l_1^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2}m_2l_2^2\dot{\theta}_2^2 + m_2l_1l_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + (m_1+m_2)l_1g \cos \theta_1 + m_2gl_2 \cos \theta_2$$

Ecuaciones de movimiento:

$$(m_1 + m_2)l_1\ddot{\theta}_1 + m_2l_2\ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + m_2l_2\dot{\theta}_2^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + (m_1 + m_2)g \sin \theta_1 = 0$$

$$m_2l_2\ddot{\theta}_2 + m_2l_1\ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - m_2l_1\dot{\theta}_1^2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + m_2g \sin \theta_2 = 0.$$

Péndulo físico doble:



$$\mathcal{L} = \frac{1}{6}m_1L_1^2\dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{6}m_2L_2^2\dot{\theta}_2^2 + \frac{1}{2}m_2 \left(L_1^2\dot{\theta}_1^2 + L_1L_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \right) + \dots$$

$$\dots + gL_1 \left(\frac{m_1}{2} + m_2 \right) \cos(\theta_1) + \frac{1}{2}m_2gL_2 \cos(\theta_2)$$

Ecuaciones de movimiento:

Para θ_1 :

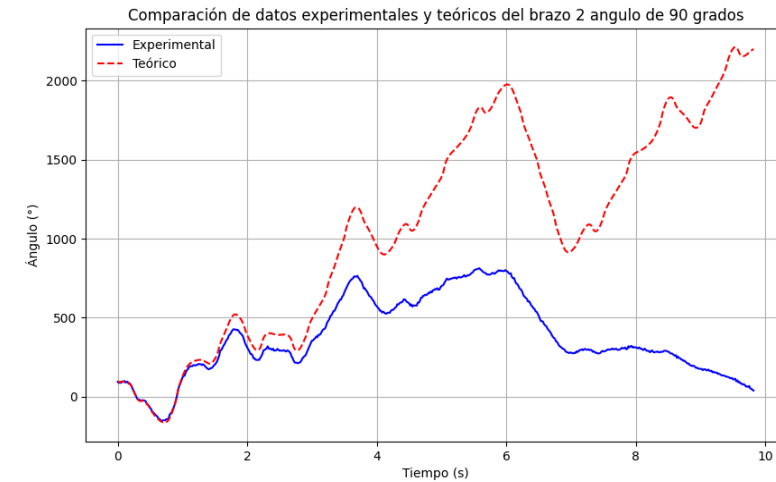
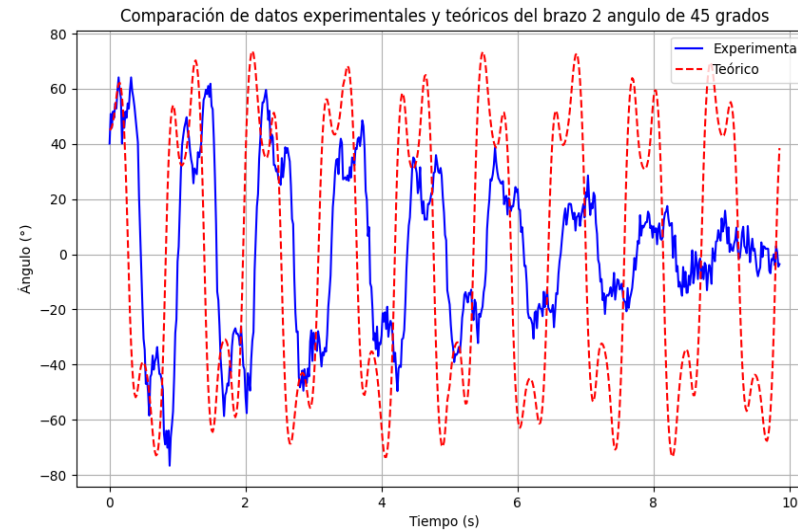
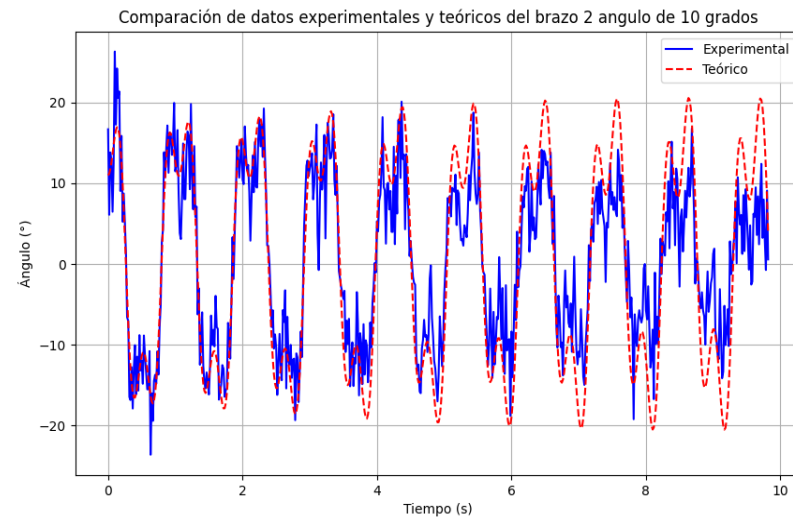
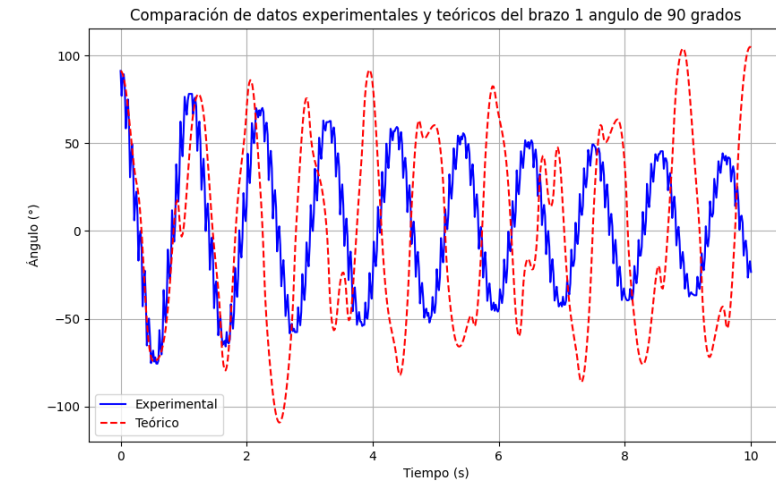
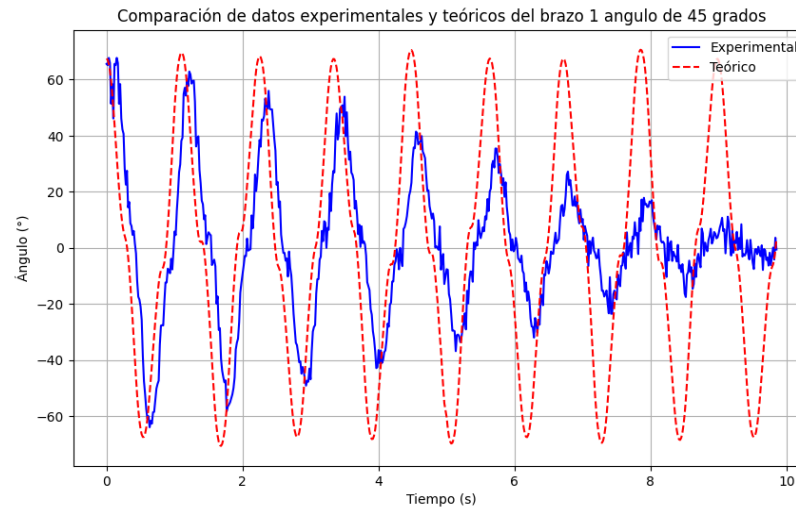
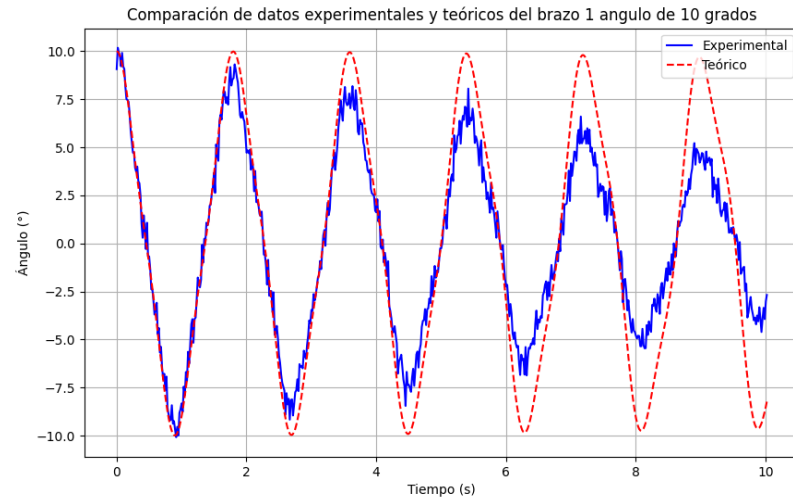
$$\frac{1}{3}m_1L_1^2\ddot{\theta}_1 + m_2L_1^2\ddot{\theta}_1 + \frac{1}{2}m_2L_1L_2\ddot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) - \dots$$

$$\dots - \frac{1}{2}m_2L_1L_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + gL_1 \left(\frac{m_1}{2} + m_2 \right) \sin(\theta_1) = 0$$

Para θ_2 :

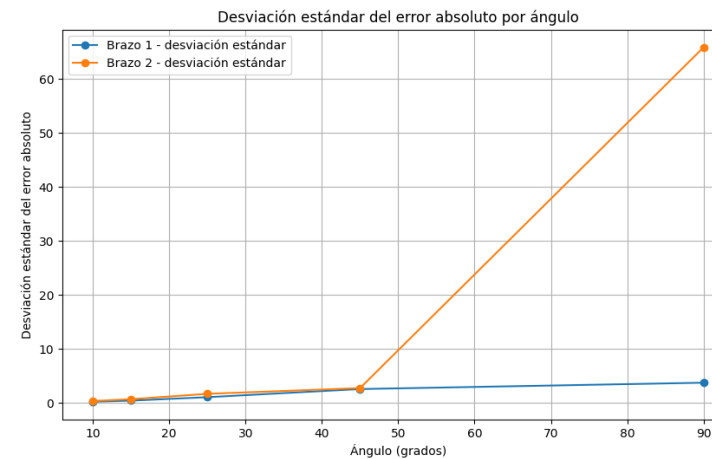
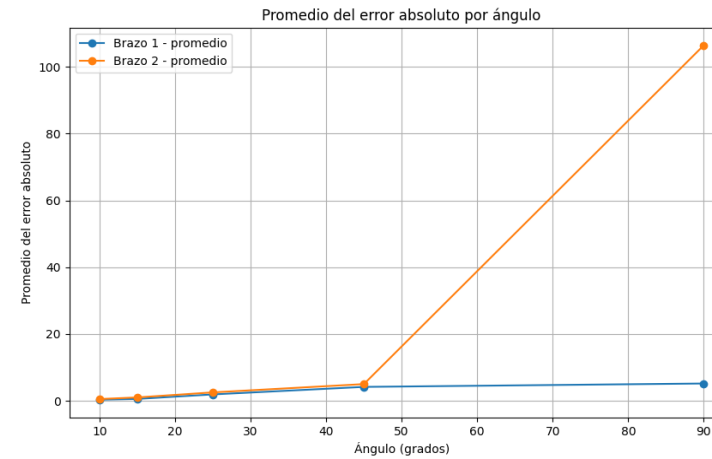
$$\frac{1}{3}m_2L_2^2\ddot{\theta}_2 + \frac{1}{2}m_2L_1L_2\ddot{\theta}_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) - \frac{1}{2}m_2L_1L_2\dot{\theta}_1\dot{\theta}_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) + \frac{1}{2}m_2gL_2 \sin(\theta_2) = 0$$

Módulo teórico y comparacion



Análisis de errores

| Ángulo (grados) | Brazo | Promedio del Error Absoluto | Desviación Estándar del Error Absoluto |
|-----------------|-------|-----------------------------|----------------------------------------|
| 10 | 1 | 0,2979 | 0,2362 |
| 10 | 2 | 0,4802 | 0,3489 |
| 15 | 1 | 0,5211 | 0,4277 |
| 15 | 2 | 0,969 | 0,6937 |
| 25 | 1 | 1,8691 | 1,0628 |
| 25 | 2 | 2,4767 | 1,6852 |
| 45 | 1 | 4,1204 | 2,5675 |
| 45 | 2 | 4,9567 | 2,7435 |
| 90 | 1 | 5,1371 | 3,7423 |
| 90 | 2 | 106,4482 | 65,8178 |

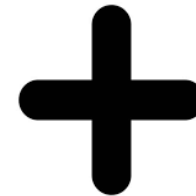


Caos

"Un sistema caótico es un sistema dinámico que evoluciona en el tiempo y es extremadamente sensible a las condiciones iniciales"



$t=0$



Caos

"Un sistema caótico es un sistema dinámico que evoluciona en el tiempo y es extremadamente sensible a las condiciones iniciales"

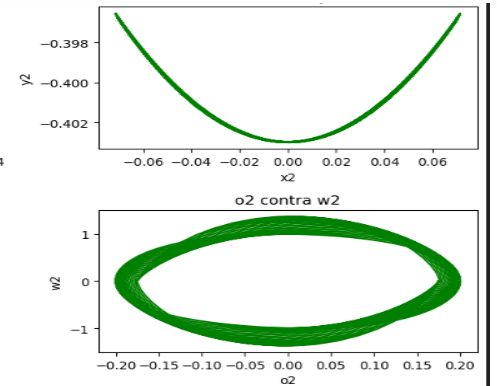
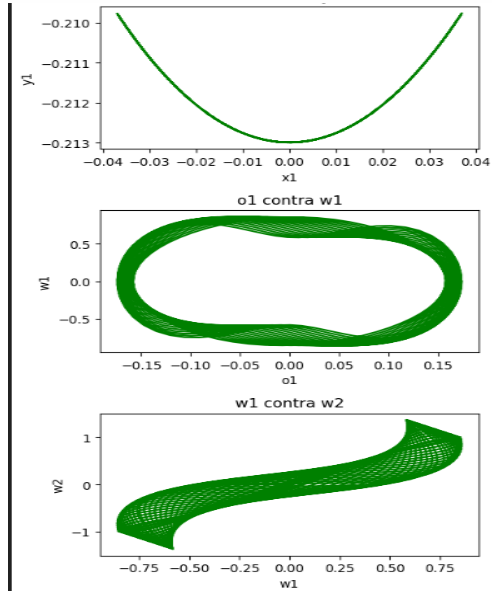


$t > 0$



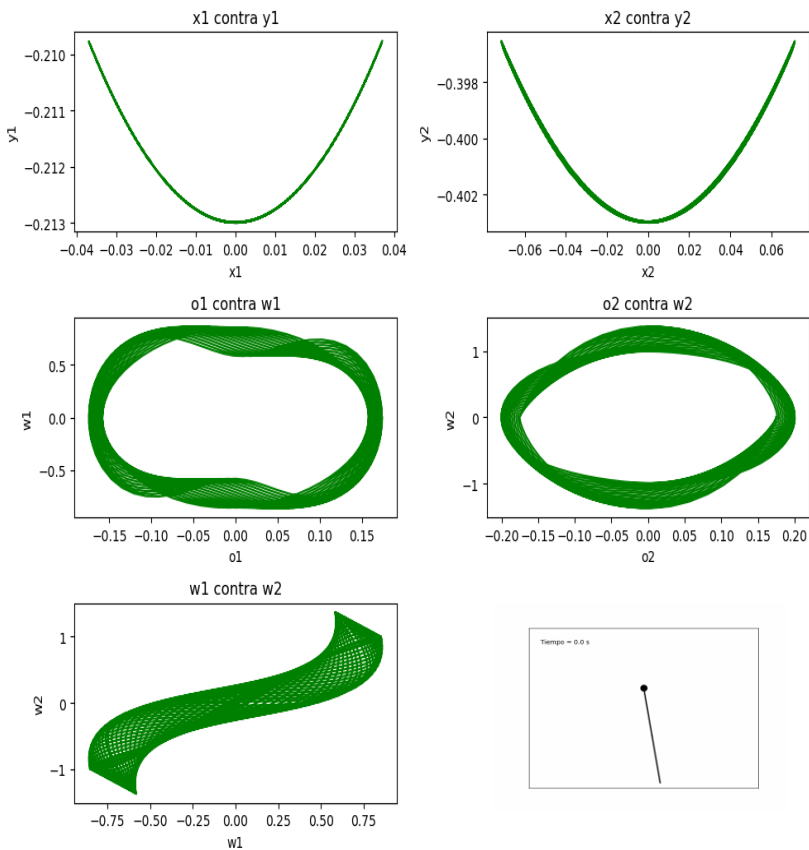
Analisis péndulo doble matemático

Tiempo = 0.0 s

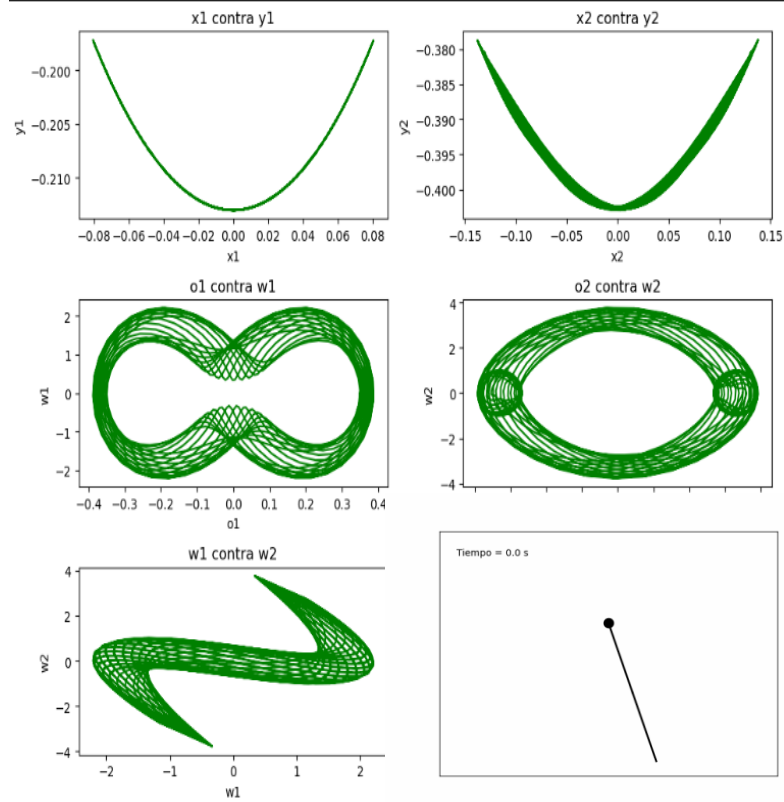


Péndulo doble matemático

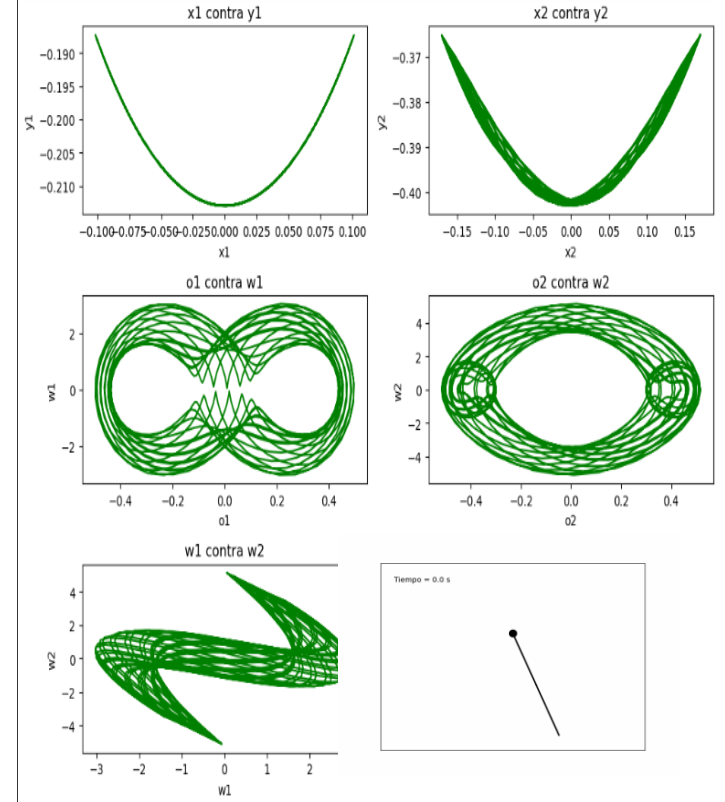
$O1(0)=O2(0)=10$ $w1(0)=w2(0)=0$



$O1(0)=O2(0)=20$ $w1(0)=w2(0)=0$

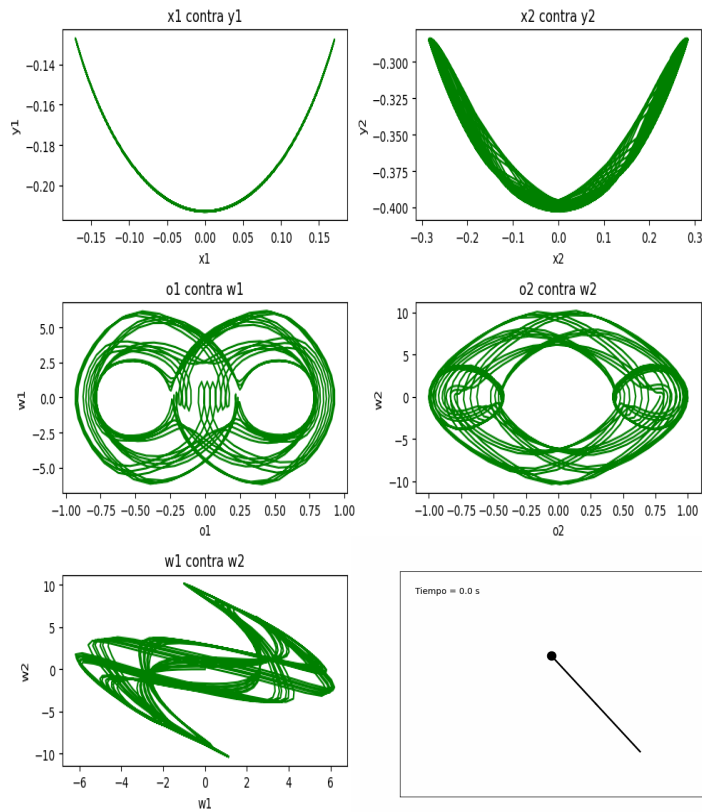


$O1(0)=O2(0)=25$ $w1(0)=w2(0)=0$

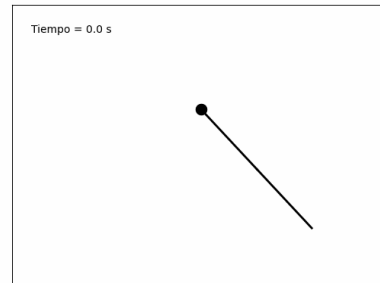


Péndulo doble matemático

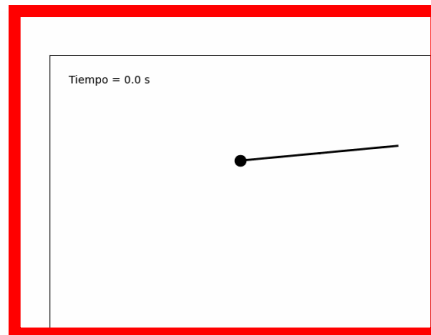
$O1(0)=O2(0)=45$ $w1(0)=w2(0)=0$



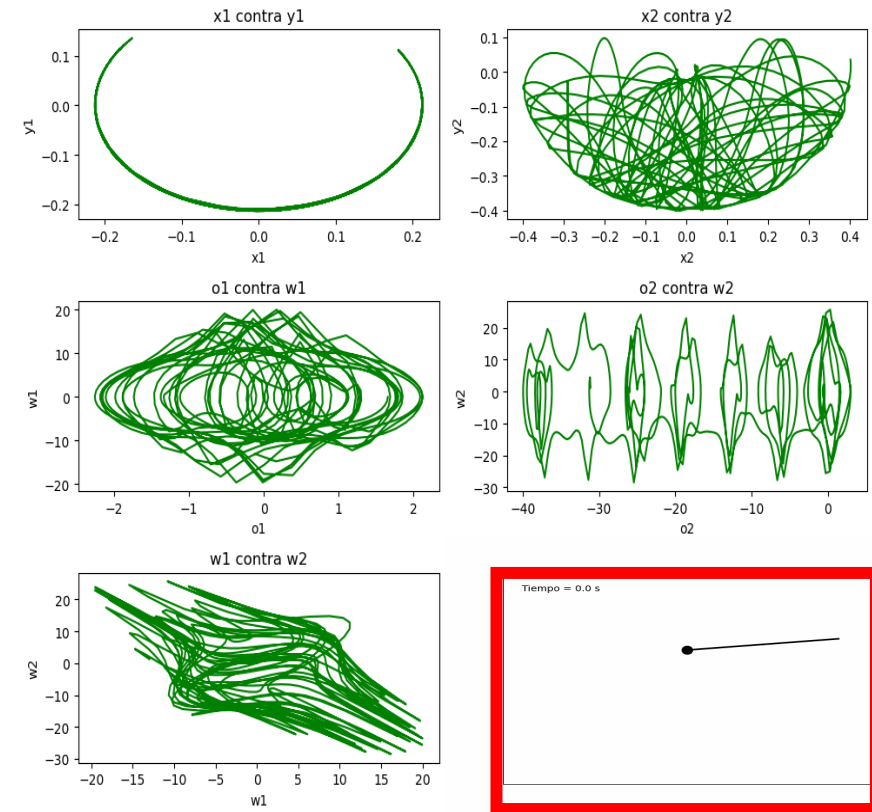
$O1(0)=O2(0)=45.000001$ $w1(0)=w2(0)=0$



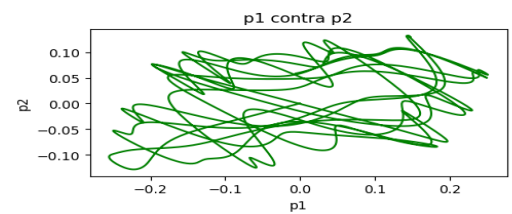
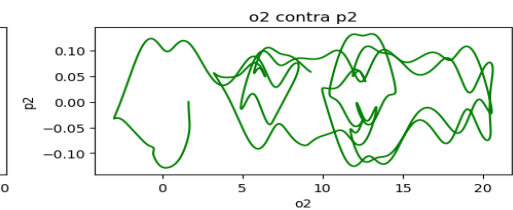
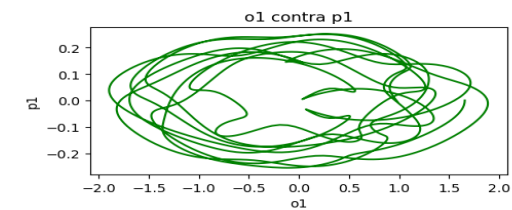
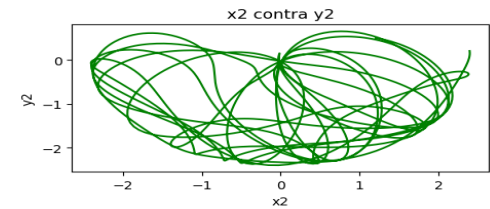
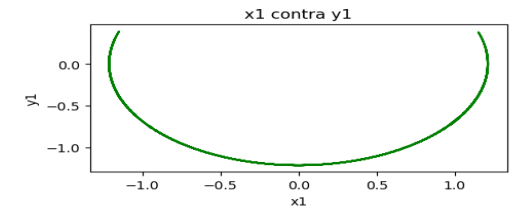
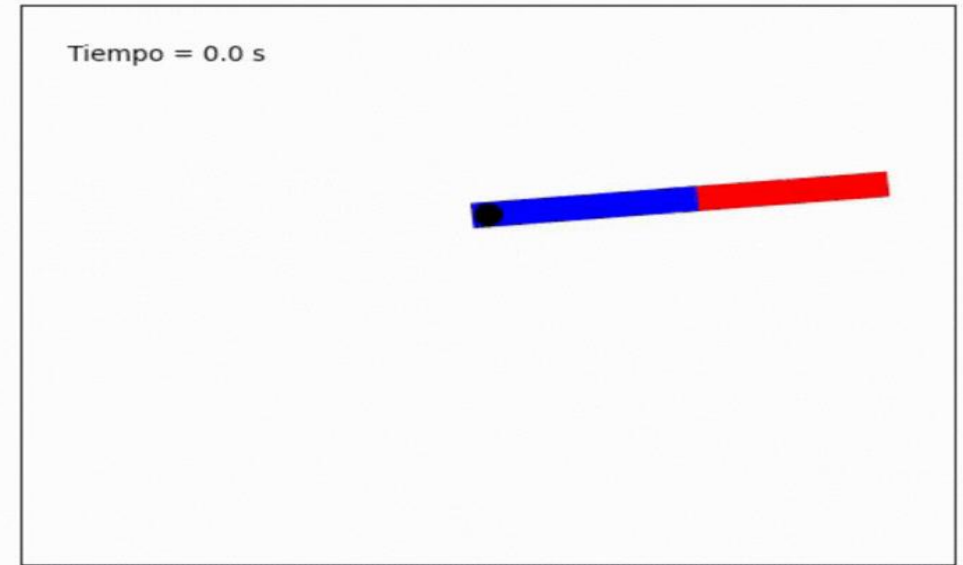
$O1(0)=O2(0)=95.000001$ $w1(0)=w2(0)=0$



$O1(0)=O2(0)=95$ $w1(0)=w2(0)=0$

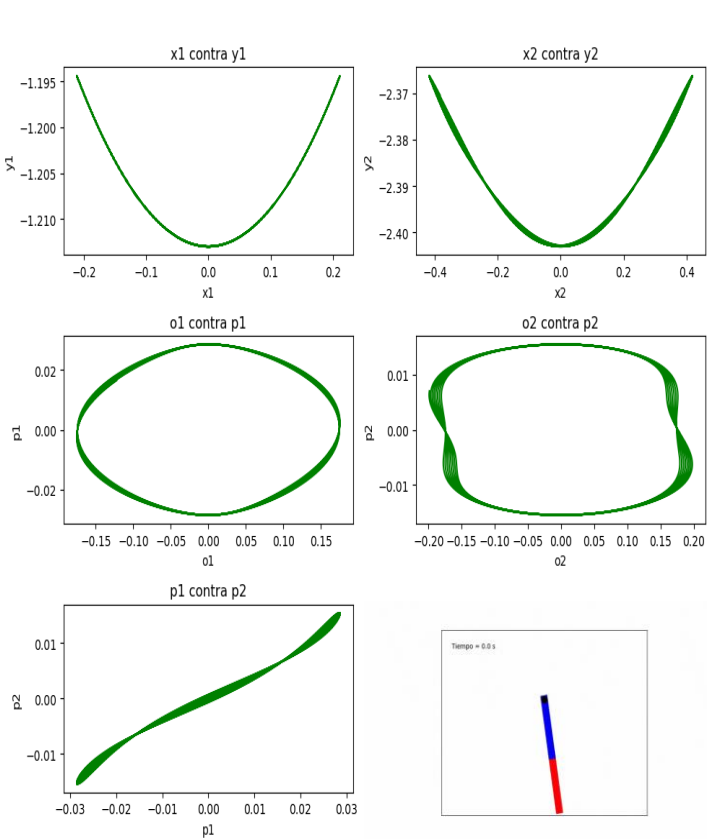


Analisis péndulo doble Físico

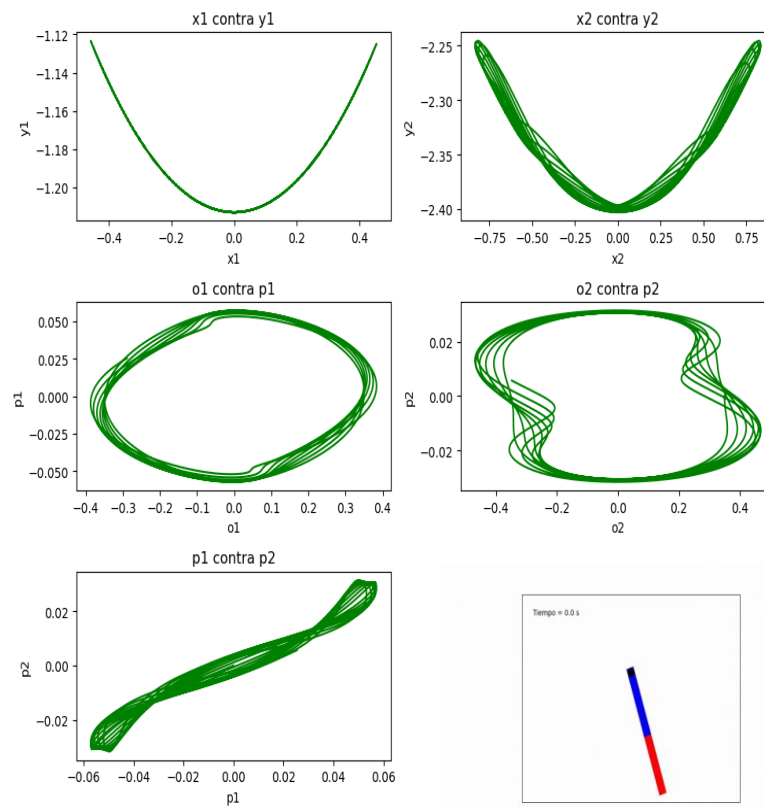


Péndulo doble matemático

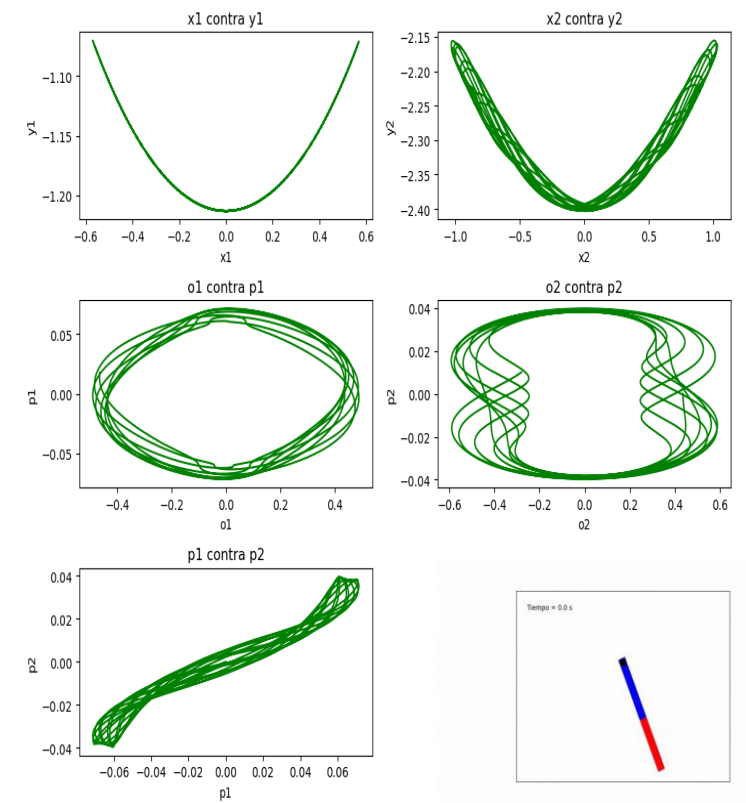
$\theta_1(0)=\theta_2(0)=10$ $\omega_1(0)=\omega_2(0)=0$



$\theta_1(0)=\theta_2(0)=20$ $\omega_1(0)=\omega_2(0)=0$

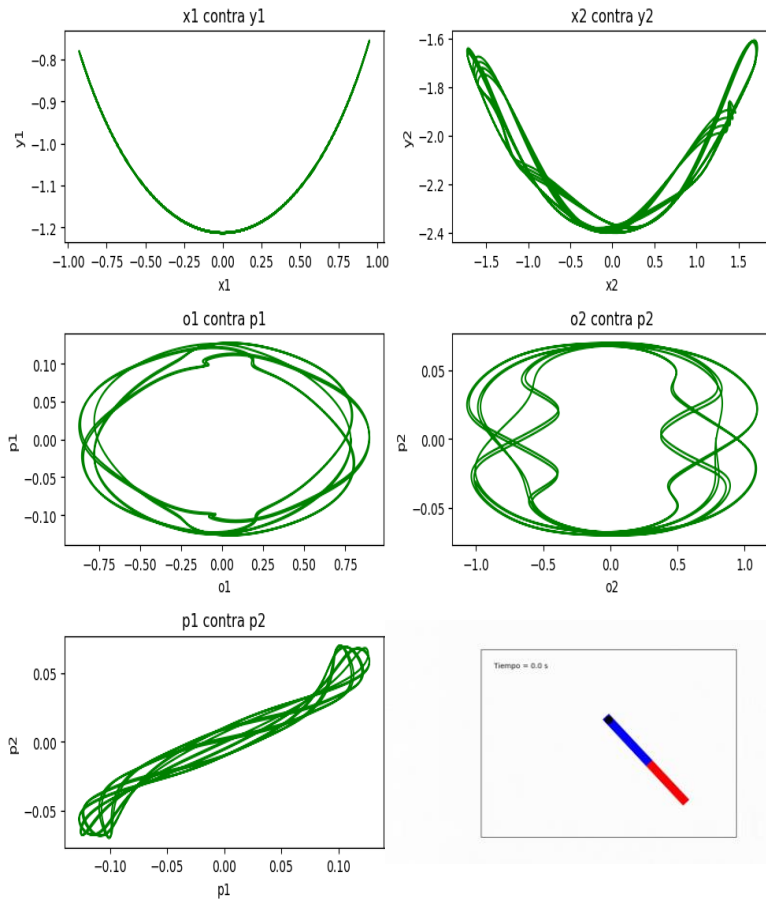


$\theta_1(0)=\theta_2(0)=25$ $\omega_1(0)=\omega_2(0)=0$

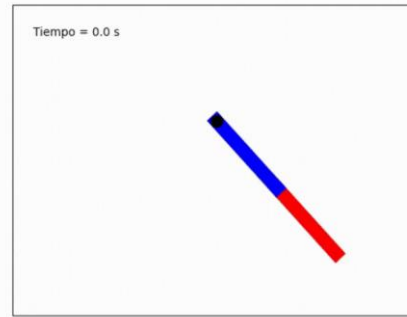


Péndulo doble matemático

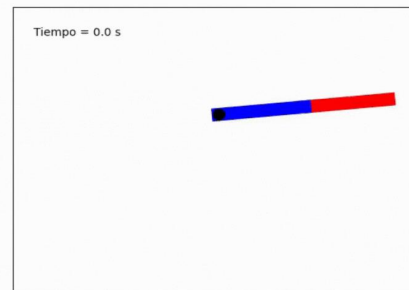
$\theta_1(0)=\theta_2(0)=45$ $\dot{\theta}_1(0)=\dot{\theta}_2(0)=0$



$\theta_1(0)=\theta_2(0)=45.000001$ $\dot{\theta}_1(0)=\dot{\theta}_2(0)=0$



$\theta_1(0)=\theta_2(0)=95.000001$ $\dot{\theta}_1(0)=\dot{\theta}_2(0)=0$



$\theta_1(0)=\theta_2(0)=95$ $\dot{\theta}_1(0)=\dot{\theta}_2(0)=0$

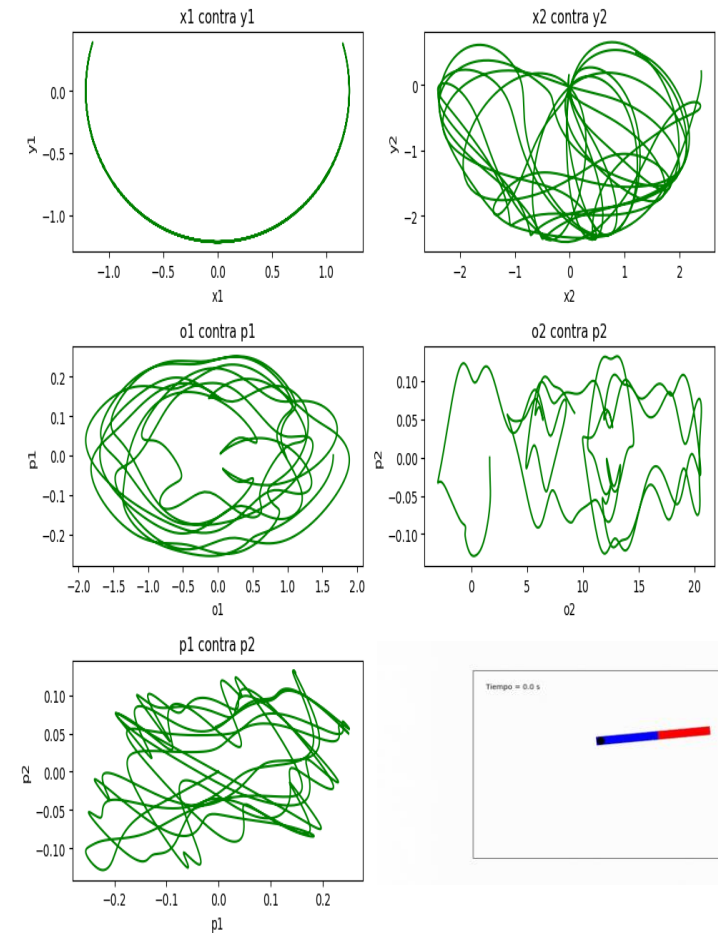
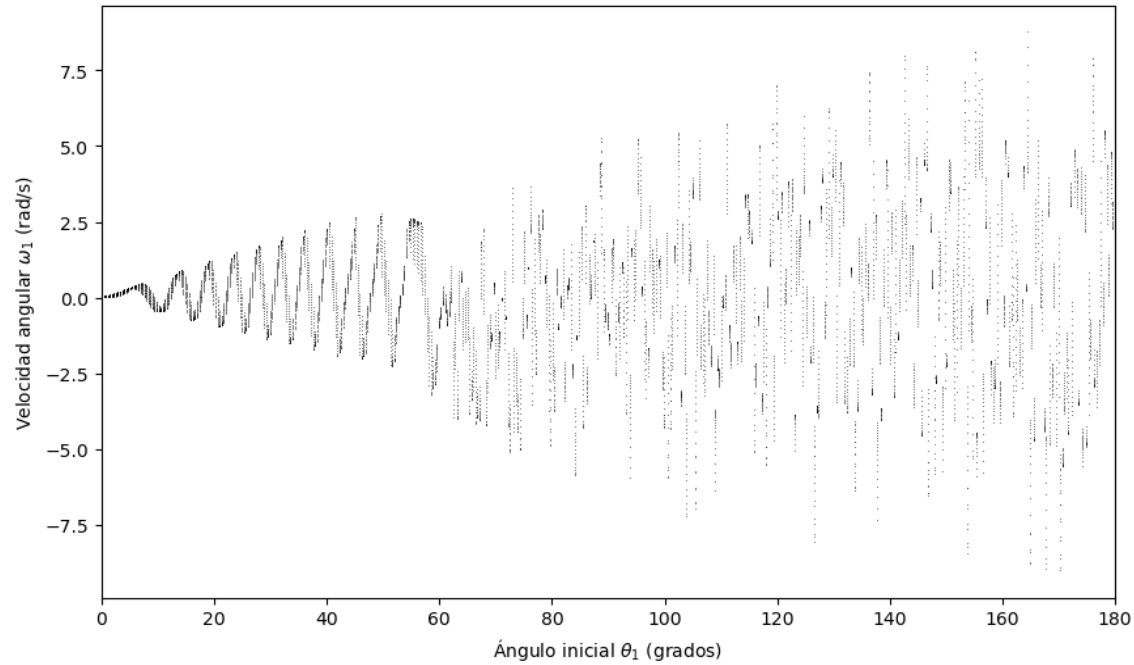


Diagrama de bifurcación

Doble matemático

Diagrama de bifurcación del péndulo doble



Doble Físico

Diagrama de bifurcación del péndulo doble

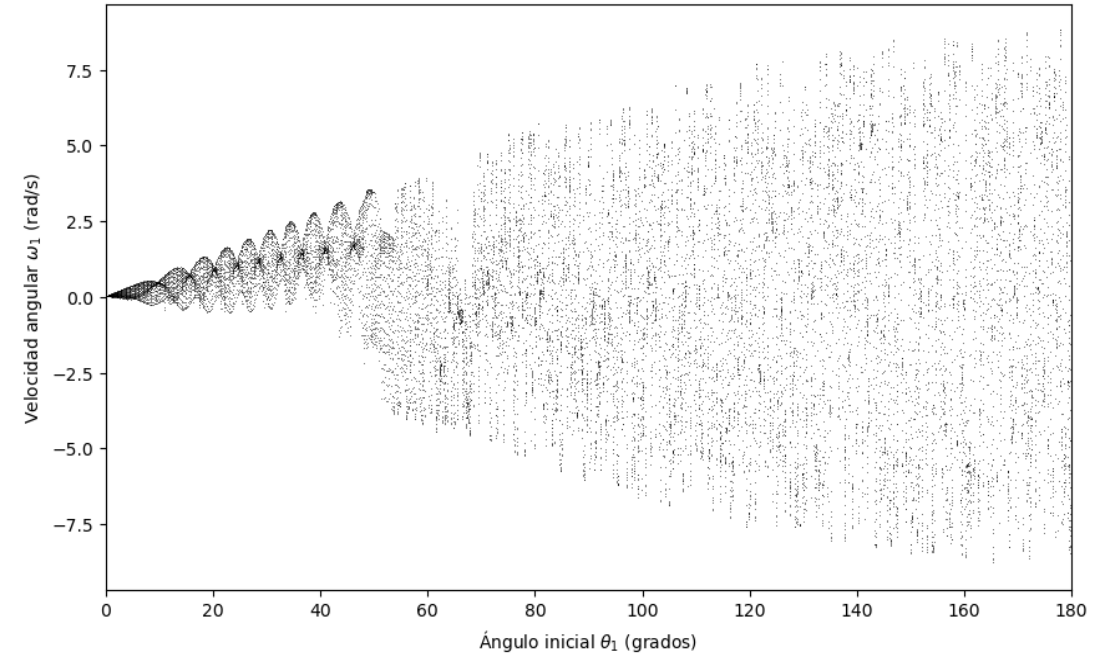
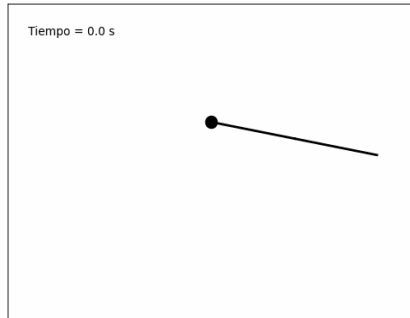
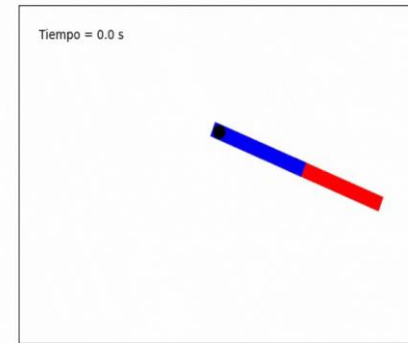


Diagrama de bifurcación

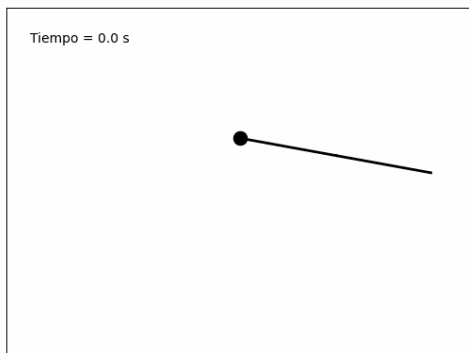
$$O1(0)=O2(0)=80 \quad w1(0)=w2(0)=0$$



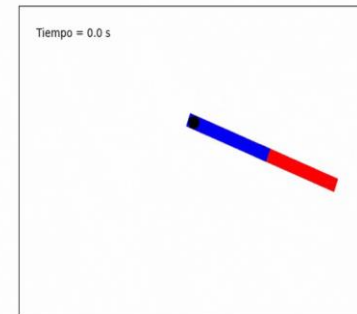
$$O1(0)=O2(0)=60 \quad w1(0)=w2(0)=0$$



$$O1(0)=O2(0)=80.000001 \quad w1(0)=w2(0)=0$$



$$O1(0)=O2(0)=60.000001 \quad w1(0)=w2(0)=0$$



LOONEY TUNES



make a gif.com