

Daniel Pereira Cinalli

**Estudo de métodos de ensembles com seleção de
classificadores dinâmica**

Projeto de Graduação em Computação sub-
metido à Universidade Federal do ABC para
a obtenção dos créditos na disciplina Projeto
de Graduação em Computação III do curso de
Ciência da Computação

Orientador: Prof. Dr. Thiago Ferreira Covões

Universidade Federal do ABC

19 de Julho de 2021

RESUMO

Ensembles são utilizados pela sua maior capacidade de generalização e também melhor acurácia, quando comparados à utilização de um classificador apenas para a mesma tarefa. Uma abordagem possível é a seleção dinâmica dos classificadores de um *ensemble*, em que é estimado quais classificadores possuem um melhor desempenho, que então são utilizados para realizar a classificação. Dois métodos de seleção dinâmica serão estudados. O primeiro escolhe os classificadores baseado na acurácia ao classificar objetos conhecidos próximos do objeto que se deseja classificar. O segundo utiliza o conceito de similaridade de decisão, escolhendo uma porcentagem dos classificadores que mais concordam na classificação de uma quantidade escolhida de objetos, gerados aleatoriamente na proximidade do objeto que se quer classificar. Utilizando o teste de Friedman e consequentemente o teste de Nemenyi foi encontrado que nenhum dos métodos melhorou significativamente o desempenho do *ensemble*, quando comparado a se utilizar o mesmo *ensemble* sem a utilização de um dos métodos. Também se concluiu que os métodos não apresentaram diferenças significativas entre si quanto ao seu desempenho.

SUMÁRIO

1	Introdução	1
2	Justificativa	4
3	Fundamentação teórica	6
3.1	Classificadores-base utilizados	6
3.1.1	Árvore de decisão	6
3.1.2	Perceptron	7
3.1.3	Classificador Naïve Bayes	8
3.1.4	Classificador kNN	9
3.2	Ensembles	9
3.2.1	Fundamentos	9
3.2.2	Manipulação do algoritmo de aprendizado	10
3.2.3	Manipulação dos atributos	11
3.2.4	Manipulação do conjunto de treinamento	11
3.2.5	<i>Bagging</i>	11
3.3	Avaliação de desempenho	12
3.3.1	<i>Holdout</i>	12
3.3.2	Subamostragem aleatória	12
3.3.3	Validação cruzada	13
3.4	Testes estatísticos	13
3.4.1	Rank	13
3.4.2	Teste de Friedman	14

3.4.3	Teste de Nemenyi	14
4	Métodos de seleção dinâmica	15
4.1	Método de seleção por acurácia	15
4.2	Método de seleção por similaridade	16
5	Experimentos e análise	18
6	Resultados	20
6.1	Método da acurácia	20
6.2	Método da similaridade	22
6.3	Comparação entre os métodos	24
6.4	<i>Boxplots</i> da acurácia	25
7	Conclusão	29
R	Referências	31
A	Apêndice	33
A.1	Tabelas dos ranks	33
A.2	<i>Boxplots</i> dos resultados	34

INTRODUÇÃO

Em aprendizado de máquina, modelos preditivos são gerados à partir de um conjunto de dados, para que se possa fazer previsões. Um modelo pode ser um classificador, caso se deseje realizar uma previsão categórica, ou um regressor, quando o que se quer é uma previsão numérica [Zhou 2012]. O foco deste estudo será em classificação, que de acordo com [Tan, Steinback e Kumar 2006], é a tarefa de dado um conjunto de entradas \mathbf{X} e um conjunto de classes predefinidas \mathbf{Y} , de se aprender a função f que realiza o mapeamento $f : \mathbf{X} \rightarrow \mathbf{Y}$. A tarefa de classificação pode ser realizada por um único classificador, tanto quanto pela combinação da previsão de diversos classificadores no que se denomina um *ensemble*. Diversos métodos de combinação diferentes existem com o propósito de agregar as previsões de cada classificador em uma classificação final.

O desempenho de generalização de um classificador é definido como seu desempenho em classificar objetos não utilizados durante a fase de treinamento. Uma motivação do uso de *ensembles* é sua maior capacidade de generalização, se comparado à utilização de um único classificador para a mesma tarefa. Para obter isto é feita a combinação das previsões dos diversos classificadores do *ensemble*, o que reduz o efeito daqueles classificadores que apresentam um desempenho insatisfatório [Polikar 2006].

Filipczuk, Krawczyk e Woniak 2013 utilizaram *ensembles* na análise de imagens citológicas utilizadas para a detecção precoce de câncer, obtendo desempenho melhor do que o estado da arte alcançava no momento. Yang et al. 2014 obteve predições de genes causadores de doenças mais acuradas com o uso de *ensembles*. Também foram utilizadas por Chowdhury et al. 2017 para melhorar o desempenho na classificação de atividades físicas à partir de dados de acelerometria de pulso, quando comparados com classificadores individuais.

Entre os métodos de combinação para predições numéricas, pode-se citar os métodos de média simples e média ponderada. Para predições nominais, alguns métodos são voto da maioria, em que é necessário que pelo menos um dos resultados possíveis tenha recebido mais de metade dos votos; voto plural, onde simplesmente é escolhido aquele com mais votos; votação ponderada, entre outros. Existem, no entanto, diversos outros modos de se combinar os resultados de um *ensemble* [Zhou 2012].

Dado que um *ensemble* considera a predição de diversos classificadores, é desejável que este conjunto de classificadores possua alta diversidade. Embora a definição de diversidade neste contexto seja de difícil definição, intuitivamente caso os classificadores individuais sejam similares, não haverá um ganho grande ao se combinar seus resultados. Ou seja, pode-se entender por diversidade que os classificadores individuais que fazem parte do *ensemble* devem ter uma baixa correlação entre seus erros. Classificadores com alta correlação entre si em geral diminuem o erro do *ensemble* menos se comparado a um *ensemble* onde estes possuem baixa correlação entre si, e se reduz ainda mais no caso de uma correlação negativa [Kuncheva e Whitaker 2003].

Uma alta diversidade portanto deve levar a uma melhor acurácia do *ensemble*, mas mensurar esta diversidade é difícil, e diversos métodos existentes não chegam a uma medida de diversidade que apresente boa correlação com a acurácia do *ensemble*. É entendido que esses métodos não sejam bons indicadores de diversidade, mas que a busca por diversidade ainda é importante [Zhou 2012].

Uma segunda abordagem para obter um melhor desempenho de um conjunto de classificadores consiste na seleção dinâmica de classificadores [Zhou 2012]. Em seleção dinâmica,

é feita uma estimação daqueles classificadores com melhor desempenho, que então são utilizados para realizar a classificação [Cruz, Sabourin e Cavalcanti 2018]. Neste trabalho, será estudado o desempenho de dois métodos onde os classificadores de um *ensemble* são escolhidos dinamicamente, que serão introduzidos a seguir.

O primeiro método escolhe os melhores classificadores de acordo com a acurácia local, utilizando os objetos de seu conjunto de treinamento e validação. Para isso, se escolhe os objetos mais próximos do objeto que se deseja classificar, e se determina a acurácia com base nestes. À partir desses resultados, se determina quais classificadores serão utilizados para fazer a classificação.

O segundo método será baseado no trabalho de Kurvers et al. 2019, onde foi analisada a ideia de se utilizar a similaridade de decisão para se encontrar indivíduos ou grupos com alto desempenho. Neste, a similaridade de decisão entre diferentes indivíduos foi usada para prever a acurácia destes. Em [Cruz, Sabourin e Cavalcanti 2018], é proposto que enquanto é necessário ter diversidade entre os classificadores disponíveis em todo o *ensemble*, se deve ter consenso, e não diversidade, entre os classificadores selecionados para a tarefa de predição.

Embora estes métodos estejam escolhendo apenas alguns classificadores para realizar a predição, o objetivo é identificar bons classificadores localmente, e ainda é importante que o *ensemble* como um todo possua alta diversidade.

JUSTIFICATIVA

Em aprendizado de máquina, existe uma busca por métodos mais acurados tanto de classificação quanto de regressão. O propósito disto é que com uma maior acurácia, se tem uma maior confiança de que ao serem utilizados em novos dados que estejam produzindo resultados corretos, com uma taxa de erros menor. Isso é especialmente importante considerando tarefas em que erros são custosos ou até perigosos. Por exemplo classificadores foram utilizados em Jawahar et al. 2021 para detecção de defeitos na superfície de produtos de couro quanto na detecção de pedestres e veículos para um veículo autônomo [Gao et al. 2018].

O presente trabalho busca explorar duas técnicas em que se realiza a seleção dinâmica de classificadores em um *ensemble*. Essas técnicas de seleção dinâmica tem como objetivo aumentar a acurácia de uma predição, selecionando por algum critério quais classificadores do ensemble serão utilizados para a predição sendo realizada para um dado objeto. Deseja-se determinar se as técnicas estudadas são viáveis como uma ferramenta para se obter uma melhor acurácia para um *ensemble*.

O método de seleção por acurácia tem como base a procura por classificadores que apresentem uma acurácia maior localmente, considerando as classificações dos objetos conhecidos mais próximos. Isso pode ser visto como uma heurística para a seleção destes classifi-

cadores, em que se espera que aqueles selecionados irão então obter uma acurácia melhor que o *ensemble* inteiro.

A técnica que utiliza o critério de similaridade de decisão foi baseada em [Kurvers et al. 2019]. No artigo se mostra que este critério consegue obter uma maior acurácia selecionando um subconjunto de todos os indivíduos de um grupo para se fazer uma predição, se comparado a utilizar o conhecimento combinado de todos. Dado o resultado positivo apresentado no artigo, a técnica será implementada em um ensemble para determinar seu desempenho no contexto de aprendizado de máquina.

Esses métodos vão contra a ideia de realizar uma predição com um conjunto de classificadores o mais diverso possível. No entanto como é proposto por Cruz, Sabourin e Cavalcanti 2018, durante a seleção faz mais sentido se procurar consenso entre os classificadores, pois caso um subconjunto de um *ensemble* tenha uma acurácia maior em uma certa região do espaço de atributos, estes classificadores possam levar a uma predição melhor quando comparada ao se utilizar todo o *ensemble*.

FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo são apresentados os fundamentos de *ensembles*, os classificadores-base que serão utilizados, e os conceitos necessários para a análise dos dados.

3.1 Classificadores-base utilizados

Para se construir um *ensemble*, é necessário escolher os classificadores-base que serão utilizados. Nesta seção os classificadores utilizados são explicados.

3.1.1 Árvore de decisão

Uma árvore de decisão é composta de nós de decisão e de nós folha. Em cada nó de decisão, é implementada uma função de teste com saídas discretas, em que o resultado do teste determina qual o próximo nó escolhido. Isso ocorre até se encontrar um nó folha, que é um nó em que se encontra uma das possíveis saídas. Para se gerar uma árvore de decisão para classificação, se quantiza o quão boa é uma divisão criada por um nó de decisão usando uma medida de impureza. Uma medida possível é a função de entropia, que para um nó m e exemplo i é dada por [Alpaydin 2010]:

$$I(m) = -\sum p_m^i \log_2 p_m^i \quad (3.1)$$

Uma divisão pura é uma divisão em que para cada nó filho gerado está associado apenas uma classe. Para se determinar a qualidade de uma divisão é necessário se comparar a impureza do nó pai antes da divisão com a impureza dos nós filhos depois da divisão. Para isso se define o ganho Δ , que para uma determinada função de impureza I é

$$\Delta = I(pai) - \sum_{i=1}^k \frac{N(v_i)}{N} I(v_i) \quad (3.2)$$

em que N é a quantidade de exemplos de treinamento associados ao nó pai e $N(v_i)$ é a quantidade de exemplos de treinamento associados ao nó filho v_i . No caso em que se escolha a função de entropia para mensurar impureza, Δ é denominado ganho de informação. A construção da árvore é feita se escolhendo a decisão que maximiza Δ . Isso é feito recursivamente até que todas as divisões sejam puras ou caso outra condição de parada ocorra. O tamanho do espaço de busca faz com que seja inviável de se encontrar uma árvore ótima, e por isso algoritmos de construção de árvores de decisão usualmente utilizam uma estratégia gulosa que faz decisões localmente ótimas [Tan, Steinback e Kumar 2006].

3.1.2 Perceptron

Um perceptron possui n entradas e 1 saída. Para cada conjunto de atributos x_j , está associado um peso w_j , e também um termo de *bias* w_0 . O caso mais simples para se calcular a saída é a média ponderada, apresentada abaixo:

$$y = \sum_{j=1}^n w_j x_j + w_0 \quad (3.3)$$

O termo w_0 pode ser visto como se fosse associado a um termo x_0 , com valor sempre igual a 1. A saída do perceptron pode então ser representada pelo produto escalar abaixo:

$$y = \mathbf{w}^T \mathbf{x} \quad (3.4)$$

em que $\mathbf{x} = [1, x_1, \dots, x_n]$ e $\mathbf{w} = [w_0, w_1, \dots, w_n]$. Durante o treinamento, se aprendem os pesos \mathbf{w} . Em treinamento *online* inicia-se com pesos aleatórios, a saída y é calculada para a primeira instância da entrada, os pesos são atualizados e o processo é repetido até que toda instância tenha passado pelo perceptron. Abaixo é mostrado o valor da atualização dos pesos, onde α é a taxa de aprendizado, $y^{(t)}$ é a predição, $y^{(t)}$ é o valor real, e $x_j^{(t)}$ é a entrada, para a t -ésima instância apresentada:

$$\Delta w_j^{(t)} = \alpha(y^{(t)} - y'^{(t)})x_j^{(t)} \quad (3.5)$$

.

Em treinamento *offline*, ou treinamento em *batches*, a atualização dos pesos são realizadas apenas após se calcular a saída para todas as instâncias de entrada [Alpaydin 2010].

3.1.3 Classificador Naïve Bayes

O teorema de Bayes é utilizado para se determinar a probabilidade de um evento Y ocorrer dado que se conhece que o evento X já ocorreu, e é dado pela seguinte equação:

$$P(Y|X) = \frac{P(X|Y)P(Y)}{P(X)} \quad (3.6)$$

.

Para se utilizar o teorema de Bayes para classificação, é necessário aprender as probabilidades $P(X|Y)$ e $P(Y)$, para então se calcular a probabilidade a priori $P(Y|\mathbf{X})$, em que Y é a classe e \mathbf{X} é o conjunto de atributos, à partir dos dados de treinamento. Sabendo essas probabilidades e sendo \mathbf{X}' o objeto que quer se classificar, se encontra a classe Y' que maximiza a probabilidade a posteriori $P(Y'|\mathbf{X}')$. O teorema de Bayes é utilizado então para se expressar esta probabilidade em função de $P(Y)$ (probabilidade a priori), $P(\mathbf{X}|Y)$ (verossimilhança), e $P(X)$ (evidência) [Tan, Steinback e Kumar 2006].

Em uma classificador Naïve Bayes, se supõe que os atributos são condicionalmente independentes. Com essa suposição se tem a seguinte relação:

$$P(\mathbf{X}|Y = y) = \prod_{i=1}^n P(X_i|Y = y) \quad (3.7)$$

Com essa suposição, não é necessário computar a probabilidade condicional de classe para cada combinação de \mathbf{X} , apenas computando a probabilidade condicional para cada X_i , dado um Y . Com isso, para se classificar um objeto, se usa a seguinte equação para se obter a probabilidade a posteriori de cada classe:

$$P(Y|\mathbf{X}) = \frac{P(Y) \prod_{i=1}^n P(X_i|Y)}{P(\mathbf{X})} \quad (3.8)$$

É suficiente maximizar o numerador para se encontrar a classe do objeto, já que $P(\mathbf{X})$ será igual para todo Y .

3.1.4 Classificador kNN

O classificador kNN (*k-nearest neighbours*) computa a distância entre o objeto \mathbf{x} que se deseja classificar e cada exemplo do conjunto de treinamento, e então seleciona os k mais próximos dentre estes, gerando o conjunto denotado por $D_{\mathbf{x}}$. O processo para se escolher a classe consiste então de uma votação majoritária, onde a classe em maior número em $D_{\mathbf{x}}$ é a predição para o objeto \mathbf{X} [Tan, Steinback e Kumar 2006].

3.2 Ensembles

Nesta seção os *ensembles* e conceitos associados introduzidos no Capítulo 1 são apresentados formalmente.

3.2.1 Fundamentos

Classificadores distintos podem ser utilizados em conjunto para classificação no que é chamado um *ensemble*. *Ensembles* consistem de um conjunto de classificadores-base treinados

no conjunto de treinamento. A classificação realizada pelo *ensemble* é realizada por meio de um critério de combinação das predições dos classificadores-base. Entre os critérios mais utilizados estão a votação, no caso de classificação, e a média, no caso da regressão. Esse método tem como objetivo aumentar a acurácia de classificação, se comparado ao utilizar um de seus classificadores base apenas. Para se conseguir isso, há duas condições necessárias:

- Os classificadores base devem ser independentes entre si;
- Os classificadores base devem ter desempenho melhor que uma escolha aleatória.

Na primeira condição, dois classificadores serem independentes significa que seus erros não são correlacionados entre si. Na segunda condição, se implica que cada classificador precisa ter uma taxa de erros menor que 50%, no caso de classificação binária e com classes balanceadas [Tan, Steinback e Kumar 2006]. No caso geral, para se obter um desempenho melhor que uma escolha aleatória a taxa de erro ϵ deve obedecer a

$$\epsilon < 1 - \frac{1}{N_c} \quad (3.9)$$

em que N_c é o número de classes, supondo que as classes são balanceadas. Por exemplo, para 10 classes a taxa de erro ao se escolher aleatoriamente é de 90%.

Ensembles podem ser formados por classificadores-base de mesmo tipo, caso em que são denominados *ensembles* homogêneos, caso contrário, quando formados por dois ou mais tipos de classificadores diferentes, estes são chamados *ensembles* heterogêneos [Zhou 2012].

Há diversas formas de se construir *ensembles*, que envolvem manipular algum aspecto diferente do processo de aprendizado. Algumas destas são abordadas nas seções 3.2.2-3.2.5.

3.2.2 Manipulação do algoritmo de aprendizado

Nesta abordagem se utiliza os parâmetros dos classificadores que compõem o *ensemble*. Deste modo, cada classificador-base se torna um modelo diferente em relação aos outros, mesmo sendo treinado com os mesmos dados, devido aos parâmetros diferentes que cada

um possui. Por exemplo, no caso de um classificador kNN, é possível se alterar o valor de k , resultando em predições diferentes [Tan, Steinback e Kumar 2006].

3.2.3 Manipulação dos atributos

Com este método, cada classificador-base é treinado em um subconjunto diferente dos atributos do conjunto de treinamento. Com isso se garante classificadores diferentes entre si. Um exemplo de um classificador que utiliza esta abordagem é a floresta aleatória, que é um *ensemble* composto de árvores de decisão. Este método apresenta bom desempenho em *datasets* com atributos muito redundantes [Tan, Steinback e Kumar 2006].

3.2.4 Manipulação do conjunto de treinamento

Essa abordagem gera conjuntos de treinamento diferentes à partir de uma amostragem aleatória do conjunto original. Cada subconjunto de treinamento é utilizado para treinar apenas um dos classificadores-base do *ensemble*, resultando em diferenças nos modelos destes. Uma técnica que pertence a esta abordagem é o *bagging* [Tan, Steinback e Kumar 2006].

3.2.5 Bagging

O termo *bagging* se refere a *bootstrap aggregating*. Dado um *dataset* com m exemplos de treinamento, se toma deste uma amostra de m exemplos usando amostragem com substituição. Com essa abordagem, não se diminui a quantidade de exemplos que cada classificador do *ensemble* usará para ser treinado, evitando treinamento sobre amostras pouco representativas. Cada uma dessas amostras possui em média 63,2% do conjunto de treinamento original [Zhou 2012].

3.3 Avaliação de desempenho

É necessário avaliar o desempenho de classificadores (ou no caso deste trabalho os *ensembles*) para compará-los. Para isto se procura estimar o erro de generalização de cada classificador. Nesta seção as abordagens tipicamente utilizadas são apresentadas.

3.3.1 *Holdout*

Neste método os dados são divididos em dois conjuntos disjuntos, denominados conjunto de treinamento e de teste, em qualquer proporção desejada. O classificador é então treinado utilizando o conjunto de treinamento. O conjunto de teste não participa do treinamento do classificador, sendo utilizado apenas para avaliar o seu desempenho, comparando as predições do classificador com os valores reais.

Este método no entanto possui diversas limitações. Como não se usa todo o conjunto de treinamento, o classificador final pode não ser tão bom quanto possível. Os dois conjuntos não são independentes um do outro, o que significa que se uma classe possuir muitos exemplos em um dos conjuntos, terá proporcionalmente poucos exemplos no outro [Tan, Steinback e Kumar 2006].

3.3.2 Subamostragem aleatória

Na subamostragem aleatória, o método de *Holdout* é repetido diversas vezes com conjuntos de treinamento e de teste definidos aleatoriamente. A acurácia é então obtida por

$$acc = \sum_{i=1}^k \frac{acc_i}{k} \quad (3.10)$$

em que acc_i é a acurácia do classificador na i -ésima iteração. Essa abordagem melhora a estimativa do desempenho se comparado ao *Holdout*, mas ainda sofre com alguns dos problemas do método por também não utilizar tantos dados de treinamento quanto possível, além de não garantir que os exemplos de treinamento serão escolhidos uniformemente,

possibilitando que alguns exemplos não sejam usados ou sejam usados de forma desproporcional [Tan, Steinback e Kumar 2006].

3.3.3 Validação cruzada

Em validação cruzada, um conjunto de dados é particionado em k partes de mesmo tamanho. Uma dessas partições será o conjunto de teste enquanto as outras $k - 1$ partes serão usadas para treinamento. Isso é repetido até todas as k partições terem sido utilizadas como conjunto de teste, e a acurácia final é a média de cada iteração. [Tan, Steinback e Kumar 2006].

3.4 Testes estatísticos

Nesta seção os métodos estatísticos utilizados para se retirar conclusões dos resultados serão abordados. O papel destes é verificar a significância dos resultados, avaliando a probabilidade de que os resultados obtidos possam ser atribuídos a chance ou não.

3.4.1 Rank

Para cada par de classificador e *dataset*, se tem uma medida de desempenho obtida no experimento, como por exemplo a acurácia. Para um *dataset*, um *rank* é dado para cada classificador, sendo *rank* 1 para a maior acurácia, *rank* 2 para a segunda maior, e assim por diante. Em caso de um empate, a média entre os *ranks* é atribuída. Por exemplo, caso os 2 melhores classificadores empatem, seus *ranks* serão 1,5, a média entre 1 e 2. Ao final, se obtém o *rank* médio para um classificador pela média de seus *ranks* sobre todos os *datasets*. Para cada classificador seu *rank* médio é dado por

$$R_j = \frac{1}{N} \sum_i r_i^j \quad (3.11)$$

em que r_i^j o *rank* do j -ésimo classificador para o i -ésimo *dataset* [Demšar 2006].

3.4.2 Teste de Friedman

Em estatística, uma hipótese nula é uma hipótese que se procura rejeitar. O teste de Friedman utiliza a hipótese nula de que todos os classificadores são equivalentes, ou seja, os *ranks* médios de todos os classificadores são iguais. Sendo N e k respectivamente a quantidade de classificadores e de *datasets*, caso a hipótese nula seja verdadeira a estatística de Friedman

$$\chi_F^2 = \frac{12N}{k(k+1)} \left[\sum_j R_j^2 - \frac{k(k+1)^2}{4} \right] \quad (3.12)$$

será distribuída de acordo com χ_F^2 com $k - 1$ graus de liberdade, para N e k suficientemente grandes. Sendo a hipótese nula do teste de Friedman rejeitada, se conclui que existe diferenças significativas entre classificadores analisados. Com isso, para se determinar as diferenças par a par se seguem com outros testes estatísticos, chamados de testes *post-hoc*. Neste trabalho se utiliza o teste de Nemenyi.

3.4.3 Teste de Nemenyi

O teste de Nemenyi é utilizado após o teste de Friedman. No teste de Nemenyi dois classificadores tem um desempenho significantemente diferente caso seus *ranks* tenham entre si uma diferença maior que a diferença crítica CD , dada pela equação

$$CD = q_\alpha \sqrt{\frac{k(k+1)}{6N}} \quad (3.13)$$

em que q_α é dado pela tabela de amplitude estudentizada dividida por $\sqrt{2}$. N se refere à quantidade de *datasets* e k à quantidade de classificadores.

Os resultados do teste de Nemenyi são representados graficamente pelo diagrama de diferença crítica. No diagrama se mostra todos os *ranks* médios dos classificadores, com barras juntando os classificadores sem diferença significativa. Uma barra no topo representa o valor da diferença crítica CD [Demšar 2006].

MÉTODOS DE SELEÇÃO DINÂMICA

Neste capítulo são apresentados em maior detalhe como os métodos estudados funcionam. Ao final se apresentam como os experimentos serão realizados e como será feita a análise dos resultados.

4.1 Método de seleção por acurácia

Este método escolhe os melhores classificadores de acordo com a acurácia local, com base nos objetos de seu conjunto de treinamento e validação. Para isso, após ser treinado, os dados do conjunto de treinamento são armazenados. Ao se classificar um objeto \mathbf{x} , escolhe-se uma quantidade pré-definida de objetos do conjunto de treinamento com menor distância euclidiana de \mathbf{x} , mede a acurácia de cada classificador do *ensemble* com base nestes, escolhendo aqueles com acurácia maior do que uma acurácia mínima pré-definida. Os escolhidos então serão utilizados para enfim classificar \mathbf{x} com uma média ponderada pela acurácia das classificações de cada classificador escolhido, e o resultado é normalizado. Como é possível nenhum classificador possuir a acurácia necessária, neste caso escolhe-se apenas aquele com maior acurácia..

Como parâmetros este método possui N , o número de objetos próximos que serão considerados; e Acc_{\min} , a acurácia mínima necessária para se aceitar um classificador. O pseudocódigo do método é apresentado no Algoritmo 1. O conjunto de classificadores é denotado por C e o conjunto de treinamento por X com suas classes Y .

Algoritmo 1: Método de seleção por acurácia

```

1 distâncias = {distanciaEuclidiana( $\mathbf{x}$ ,  $x_i$ ) |  $x_i \in X$ }
2 próximos = kMaisPróximos( $X$ , distâncias,  $N$ )
3 yPreds = {predição( $C_i$ , próximos) |  $C_i \in C$ }.
4 accs = calculaAcurácia(yPreds,  $Y$ )
5 clfsEscolhidos = { $clf_i$  |  $acc_i > Acc_{\min}$ }
6 accsEscolhidos = { $acc_i$  |  $acc_i > Acc_{\min}$ }
7 se  $clfsEscolhidos$  não estiver vazio então
8   | acuraciaTotal = soma(accs)
9   | pesos = { $peso_i = acc_i / acuraciaTotal$ }
10  | prediçãoFinal = prediçãoPonderada( $x$ ,  $P$ , clfsEscolhidos, pesos)
11 senão
12  | clfEscolhido = classificadorMaisAcurado( $C$ , accs)
13  | prediçãoFinal = predição( $\mathbf{x}$ , clfEscolhido)
14 fim
15 retorna prediçãoFinal

```

4.2 Método de seleção por similaridade

Diferentemente do método anterior, que busca objetos próximos já existentes, os objetos serão gerados aleatoriamente, próximos ao objeto que se quer classificar, seguindo uma distribuição normal para cada atributo com média igual ao valor de cada atributo em \mathbf{x} e com variância igual a 10% da variância original de cada atributo obtida do conjunto de treinamento, e a decisão de quais serão os classificadores escolhidos será baseado na similaridade de decisão. Conforme descrito por Kurvers et al. 2019 a similaridade de decisão é medida apresentando um conjunto de perguntas que cada indivíduo deve responder. No contexto de classificação, essas perguntas são as classificações dos objetos gerados. Para cada indivíduo, se calcula a porcentagem de concordância em relação a cada outro indivíduo, ou seja, o quanto concordam nas respostas às perguntas. A similaridade de decisão de cada indivíduo será a média das porcentagens de concordância calculadas para este. Tanto na análise

matemática quanto na empírica, se concluiu que a abordagem é viável, encontrando grupos com melhor desempenho [Kurvers et al. 2019].

Os parâmetros para este método são: K , a quantidade de objetos aleatórios que serão gerados; N , a quantidade de classificadores que serão escolhidos dentre os M classificadores do *ensemble*. A fórmula para se calcular a similaridade de decisão do classificador C_i é

$$S_i = \frac{1}{M-1} \left[\frac{\sum_{k=1}^K \delta(Q_i^l, Q_1^l)}{K} + \frac{\sum_{k=1}^K \delta(Q_i^l, Q_2^l)}{K} + \dots + \frac{\sum_{k=1}^K \delta(Q_i^l, Q_M^l)}{K} \right] \quad (4.1)$$

sendo que Q_i^l é a classificação do objeto l feita pelo classificador C_i . Nota-se que a comparação é feita com os outros $M-1$ classificadores mas não com o próprio classificador. A função δ é dada por

$$\delta(q_1, q_2) = \begin{cases} 1, & \text{se } q_1 = q_2 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.2)$$

No Algoritmo 2 é apresentado o pseudo-código deste método. A quantidade de atributos é notada por N_a , $yPreds_i^k$ se refere à predição do classificador i do objeto k , V_i é a variância original do i -ésimo atributo e \mathbf{x}_i denota o i -ésimo atributo de \mathbf{x} . $DN(c, v)$ se refere à uma distribuição normal com centro em c e variância v ; $SIM(C, s, k)$ retorna os k classificadores de C com maior similaridade total em relação aos demais, de acordo com o vetor de similaridades s . A votação é feita por maioria, não sendo ponderada. A função *calculaSimilaridade*($C_i, C, yPreds$) utiliza a equação 4.1 para calcular a similaridade.

Algoritmo 2: Método de seleção por similaridade

```

1 objetosGerados = []
2 para  $j$  em  $1, 2, \dots, K$  faça
3   | objetosGerados[j] =  $DN(x_i, V_i \cdot 10\%)$  |  $i = 1, 2, \dots, N_a$ )
4 similaridades =  $\{s_i = 0 \mid i = 1, 2, \dots, M\}$ 
5 para  $i$  em  $1, 2, \dots, M$  faça
6   |  $yPreds_i$  = predição( $C_i, objetosGerados$ )
7 para  $i$  em  $1, 2, \dots, M$  faça
8   | similaridades[i] = calculaSimilaridade( $C_i, C, M, yPreds$ )
9  $C_{escolhidos}$  =  $SIM(similaridades, N)$ 
10 prediçãoFinal = votação( $C, C_{escolhidos}, \mathbf{x}$ )
11 retorna prediçãoFinal

```

EXPERIMENTOS E ANÁLISE

Os experimentos foram realizados sobre 10 *datasets* (apresentados na Tabela 5.1), utilizando 20 classificadores-base em cada *ensemble*, variando-se o parâmetro relevante de cada método. Em cada experimento é utilizado 5 *folds* para validação cruzada.

Tabela 5.1: *Datasets* utilizados

Nome	Nº de objetos	Nº de atributos	Nº de classes
Speaker Accent Recognition	329	12	6
Statlog (Landsat Satellite)	6435	36	6
Leaf	340	14	30
Pen Digit Recognition	10992	16	10
Magic GAMMA Telescope	19020	10	2
Statlog (Vehicle Silhouettes)	846	18	4
Rice	18185	10	2
Image Segmentation	2310	18	7
HTRU2	17898	8	2
Electrical Grid Stability Simulated Data	10000	13	2

São utilizados 4 tipos de classificadores-base: Árvores de decisão, perceptrons, Naïve Bayes, e kNN. Com estes 4 *ensembles* homogêneos foram criados. Para que se possa garantir classificadores-base variados, se utilizou *bagging*. Além disso, se variou os parâmetros em sua criação. Para kNN, se variou o parâmetro k de 1 a 10, e se variou os pesos dados para cada vizinho entre uniforme e inversamente proporcional à distância, em ordem, gerando 20 combinações. Para o perceptron se utilizou regularização L2, variando o coeficiente de re-

gularização entre 0 e 0,1 aleatoriamente em uma distribuição uniforme. Para a árvore de decisão se configurou de forma que a escolha da próxima divisão não escolha a melhor possível e sim que escolha aleatoriamente com probabilidades proporcionais ao quão boa é aquela divisão. Para o Naïve-Bayes se alterou a variável *var_smoothing* que adiciona variância à variância original obtida pelos dados de treinamento, suavizando a curva. Esse parâmetro foi variado de forma aleatória uniforme entre $1 \cdot 10^{-10}$ a $1 \cdot 10^{-8}$.

Também foi utilizado um ensemble heterogêneo (também chamado no texto de misto). Também se utilizou *bagging* e variação dos parâmetros como feito nos *ensembles* homogêneos. O *ensemble* misto é formado de C classificadores, sendo $\lfloor \frac{C}{3} \rfloor$ árvores de decisão, $\lfloor \frac{C}{3} \rfloor$ perceptrons, e o restante classificadores kNN. Isso resulta em respectivamente 6, 6 e 8 classificadores para o *ensemble* com 20 classificadores. O classificador Naïve-Bayes não foi inserido no *ensemble* misto por apresentar desempenho relativamente pior que os outros em testes preliminares, e não se achou necessário incluí-lo pois a quantidade de classificadores-base diferentes já era o suficiente.

Para o método de seleção por acurácia, se varia a acurácia mínima necessária de 0% a 100%, em passos de 5%, em que 0% é equivalente a se utilizar o *ensemble* completa. A quantidade de objetos próximos verificados não foi variada e foi de 10 objetos.

Para o método de seleção por similaridade, se varia a porcentagem de classificadores que serão escolhidos de 5% a 100%, em passos de 5%, em que 100% é equivalente a se utilizar o *ensemble* completo. Foram gerados 10 objetos próximos ao ponto que se deseja classificar em todos os casos.

Para a análise dos resultados foi realizado o teste de Friedman seguido do teste de Nemenyi quando apropriado para verificar se existem diferenças significativas, sendo que para visualização da análise foi utilizado o diagrama de diferença crítica. Também se utilizou o *rank* médio para comparação, representando graficamente por meio de gráficos de tendência entre *rank* obtido e parâmetro utilizado no método.

RESULTADOS

Neste capítulo os resultados obtidos são discutidos. Os métodos de seleção propostos são primeiro estudados separadamente. Após isso os métodos são comparados entre si.

6.1 Método da acurácia

Com os *ranks* dos classificadores se elaborou o gráfico apresentado na Figura 6.1. Nota-se que *mix* se refere ao ensemble misto e *tree* se refere à árvore de decisão. Neste gráfico o eixo *y* é o *rank* obtido para um classificador dado o parâmetro de acurácia mínima no eixo *x*. Por se tratar de um *rank*, valores menores significam um desempenho melhor. Uma tendência positiva neste gráfico implica a obtenção de um desempenho pior conforme se aumenta o parâmetro de acurácia mínima.

Pode se observar uma tendência para *ranks* melhores conforme se diminui a acurácia mínima para os *ensembles* compostos de árvore de decisão e o misto. Isso implica que ao se diminuir a acurácia mínima, ou seja, filtrar menos classificadores, o desempenho melhora nestes casos. O *ensemble* composto de classificadores kNN apresenta uma pequena tendência positiva, enquanto o perceptron não parece apresentar uma tendência. Já Naïve-Bayes apresenta uma tendência negativa, indicando que ao se aumentar a acurácia mínima o de-

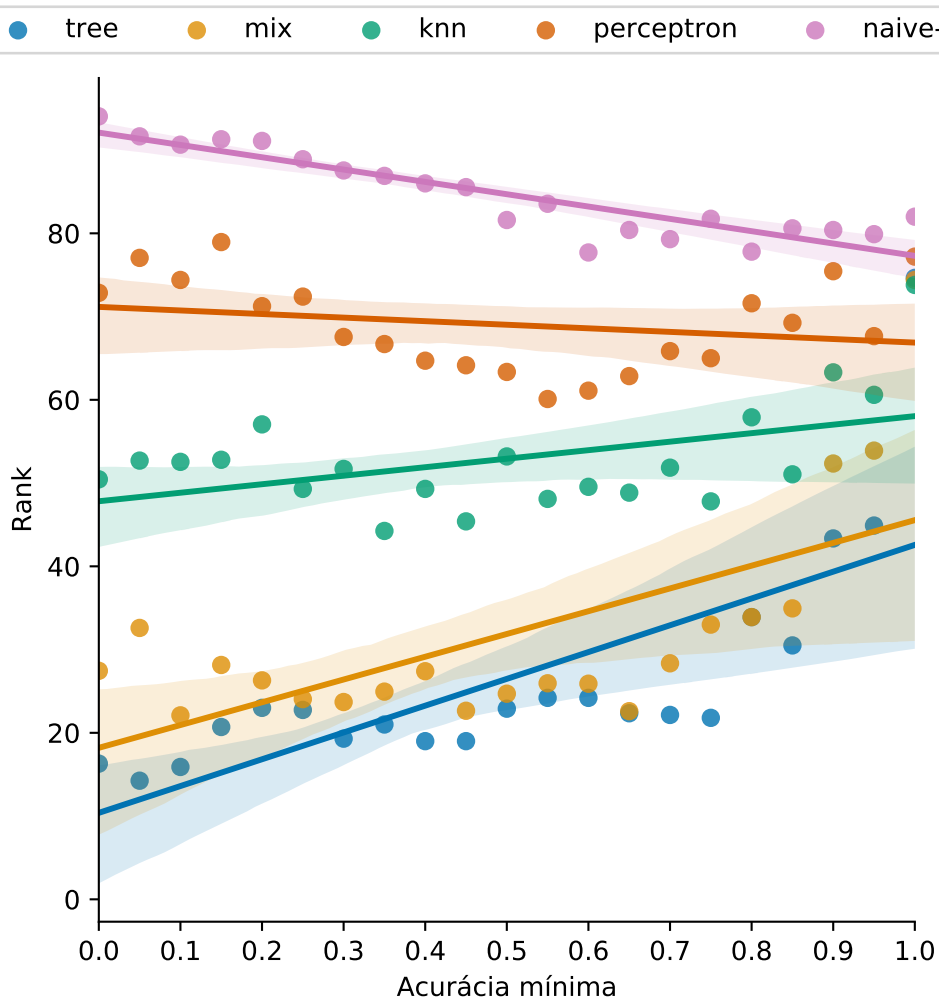


Figura 6.1: Gráfico de dispersão para o método da acurácia

sempenho tende a melhorar, mesmo que isso esteja potencialmente filtrando mais classificadores. No entanto o desempenho do Naïve-Bayes é ruim comparado aos outros. Nota-se que a escolha do classificador-base de cada *ensemble* apresentou uma influência maior no *rank* do que a escolha do parâmetro de acurácia mínima.

Com as acurácias obtidas nos experimentos se aplicou o teste de Friedman. O *p-value* obtido foi de $5,59 \times 10^{-182}$. A hipótese nula de que os classificadores utilizados são equivalentes é então considerada improvável. Segue-se então com o teste de Nemenyi. O valor de α utilizado é de 0,05. Os resultados são mostrados no diagrama de diferença crítica na Figura 6.2, em que cada configuração é representada pelo tipo de classificador-base seguido pelo valor do parâmetro de acurácia mínima. Como há muitos classificadores para se comparar

em um diagrama só, o melhor e o pior *rank* para cada classificador-base foram selecionados, de acordo com a Tabela A.1.

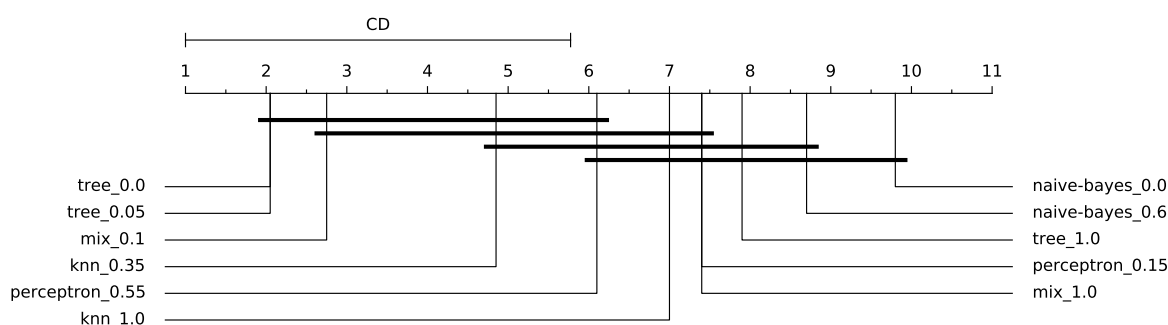


Figura 6.2: Diagrama de diferença crítica para o método da acurácia

Se observa que para os *ensembles* compostos de perceptrons, kNN, Naïve-Bayes e o misto não há diferença significativa entre seu melhor e pior caso. Como o diagrama mostra apenas o melhor e pior casos, pode se concluir que todos os outros casos para estes *ensembles* também não terão diferenças significativas ao se alterar o parâmetro. Isso implica também que não há diferenças significativas entre se utilizar o método de acurácia ou não. Para o caso do *ensemble* composto de árvores de decisão apresenta uma melhora significativa entre se escolher a acurácia mínima de 5% se comparado à escolha de 100%. Neste caso é necessário se incluir também o caso em que não se usa o método (com acurácia mínima de 0%) e se observa que não há diferença significativa entre se usar o método com parâmetro de 5%.

6.2 Método da similaridade

A análise feita é repetida para o método de seleção por similaridade. A Figura 6.3 apresenta as tendências do *rank* para o método de similaridade. Há uma tendência negativa para os *ensembles* com classificadores-base árvores de decisão, kNN e misto. Esse resultado indica que para estes casos quanto mais classificadores são escolhidos melhor foi o desempenho. Já os outros *ensembles* não apresentam uma tendência. Com isso se pode concluir que o método de similaridade não obteve uma melhora de desempenho ao ser utilizada. Novamente se percebe que a escolha de classificador-base apresenta maior influência do que o parâmetro.

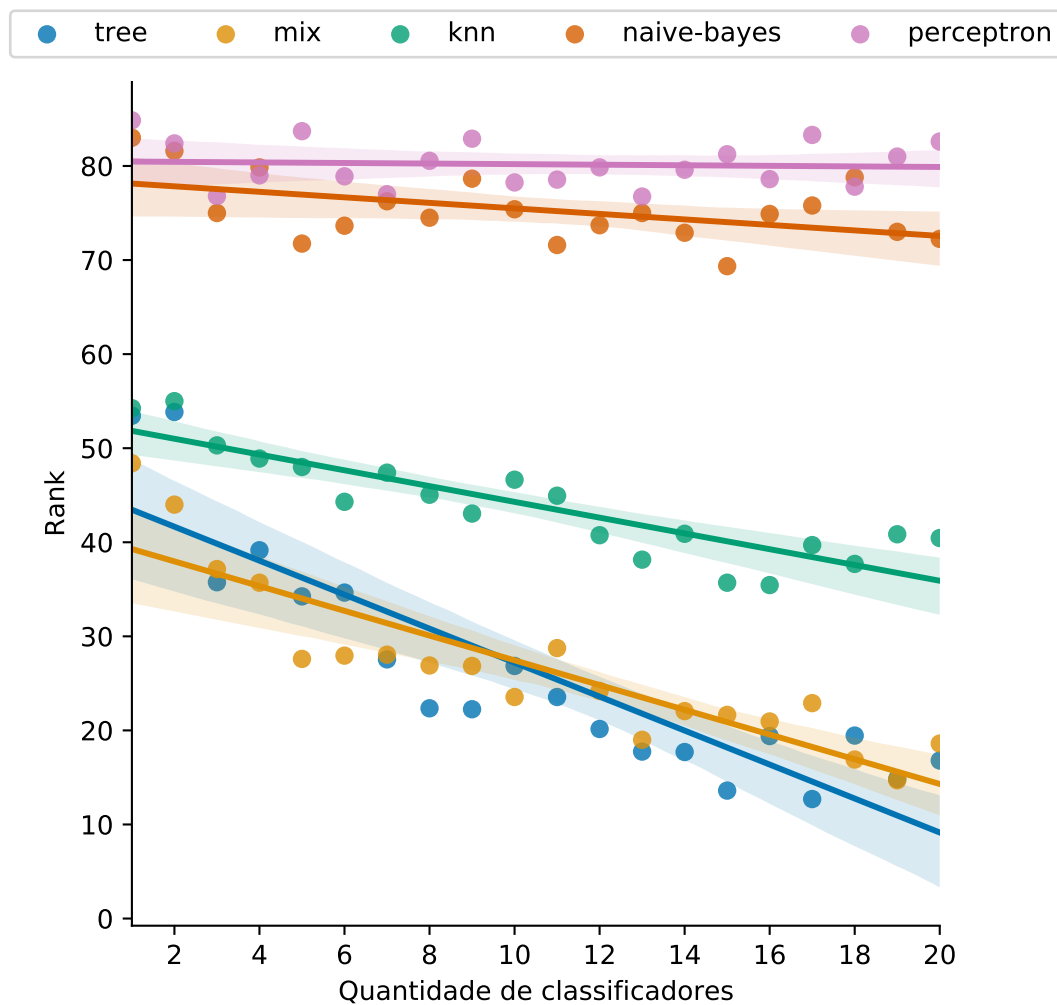


Figura 6.3: Gráfico de dispersão para o método da similaridade

O teste de Friedman resulta em um p -value de $1,12 \times 10^{-169}$. Com isso se conclui que a hipótese nula está errada e que há diferenças significativas entre os métodos. Seguindo-se com o teste de Nemenyi, também com valor de α de 0,05. O diagrama de diferença crítica na Figura 6.4 demonstra os resultados. Como no caso anterior há muitos classificadores e portanto apenas aqueles com o melhor e pior *rank* para cada classificador-base são mostrados. Na Tabela A.2 os *ranks* completos podem ser visualizados.

Se observa que para qualquer escolha de classificador-base não há diferença entre seu melhor e pior caso. Novamente, sendo estes os melhores e piores casos, pode se concluir que não se encontram diferenças significativas na mudança do parâmetro, e consequentemente não há também uma diferença significativa entre se usar ou não o método.

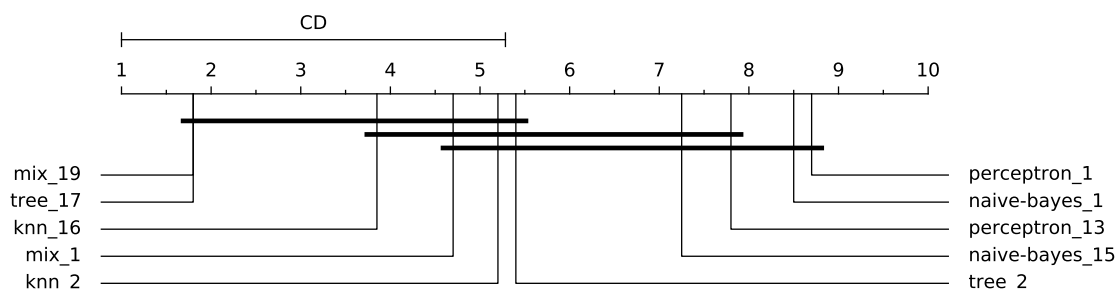


Figura 6.4: Diagrama de diferença crítica para o método da similaridade

6.3 Comparação entre os métodos

Os resultados anteriores indicam que nenhum dos métodos melhoram o desempenho se comparados a utilizar o *ensemble* inteiro. No entanto ainda é possível se comparar os dois métodos entre si e na Figura 6.5 se visualiza o diagrama de diferença crítica entre os classificadores comparados anteriormente. Para os classificadores-base misto, kNN, perceptron e Naïve-Bayes, não existem diferenças significativas entre os diferentes métodos e parâmetros utilizados. Para a árvore de decisão, se percebe que o método de acurácia com uma acurácia mínima de 100% não possui diferenças significativas com o método de similaridade com 2 classificadores, mas é significativamente pior quando comparado aos outros 2 *ensembles* compostos de árvores de decisão. Com base no gráfico se conclui que não há uma vantagem entre a utilização de um método sobre o outro.

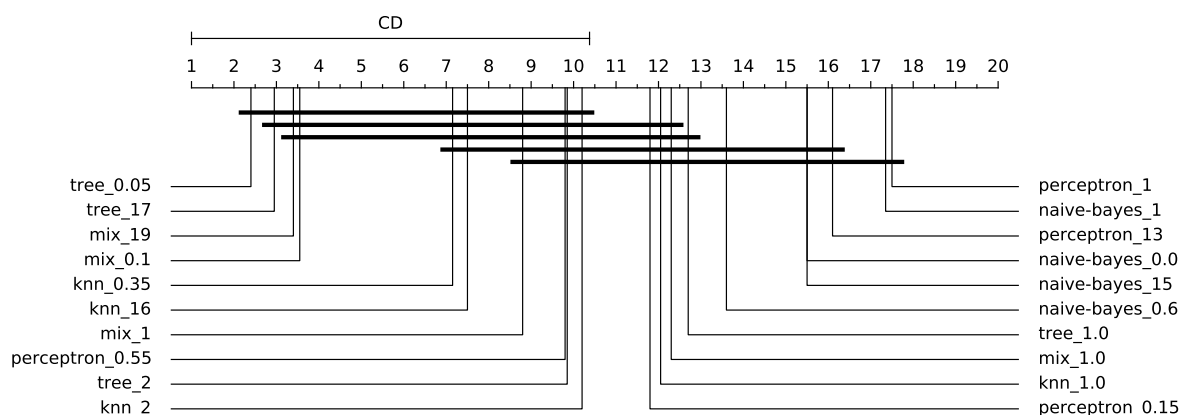


Figura 6.5: Diagrama de diferença crítica comparando os dois métodos

6.4 *Boxplots* da acurácia

Para analisar em detalhes casos específicos, considere as Figuras 6.6-6.8, que apresentam os *boxplots* das acurácias obtidas para algumas das configurações de método estudado e classificador-base. As demais figuras se encontram no Apêndice A.2.

Na Figura 6.6, se apresenta o *boxplot* das acurácias obtidas para um *ensemble* composto de classificadores mistos utilizando o método da similaridade, variando seu parâmetro de quantidade de classificadores escolhidos, para cada *dataset* utilizado. Para o *dataset Electrical Grid Stability*, uma região entre 5 e 12 classificadores escolhidos, que apresenta uma maior acurácia se comparada ao se usar todos os classificadores. Para *HTRU Pulsar*, *Rice* e *GAMMA Telescope* se percebe um pequeno aumento na acurácia entre 2 e 3 classificadores selecionados. Os outros *datasets* não apresentam diferenças notáveis em relação à escolha de parâmetro.

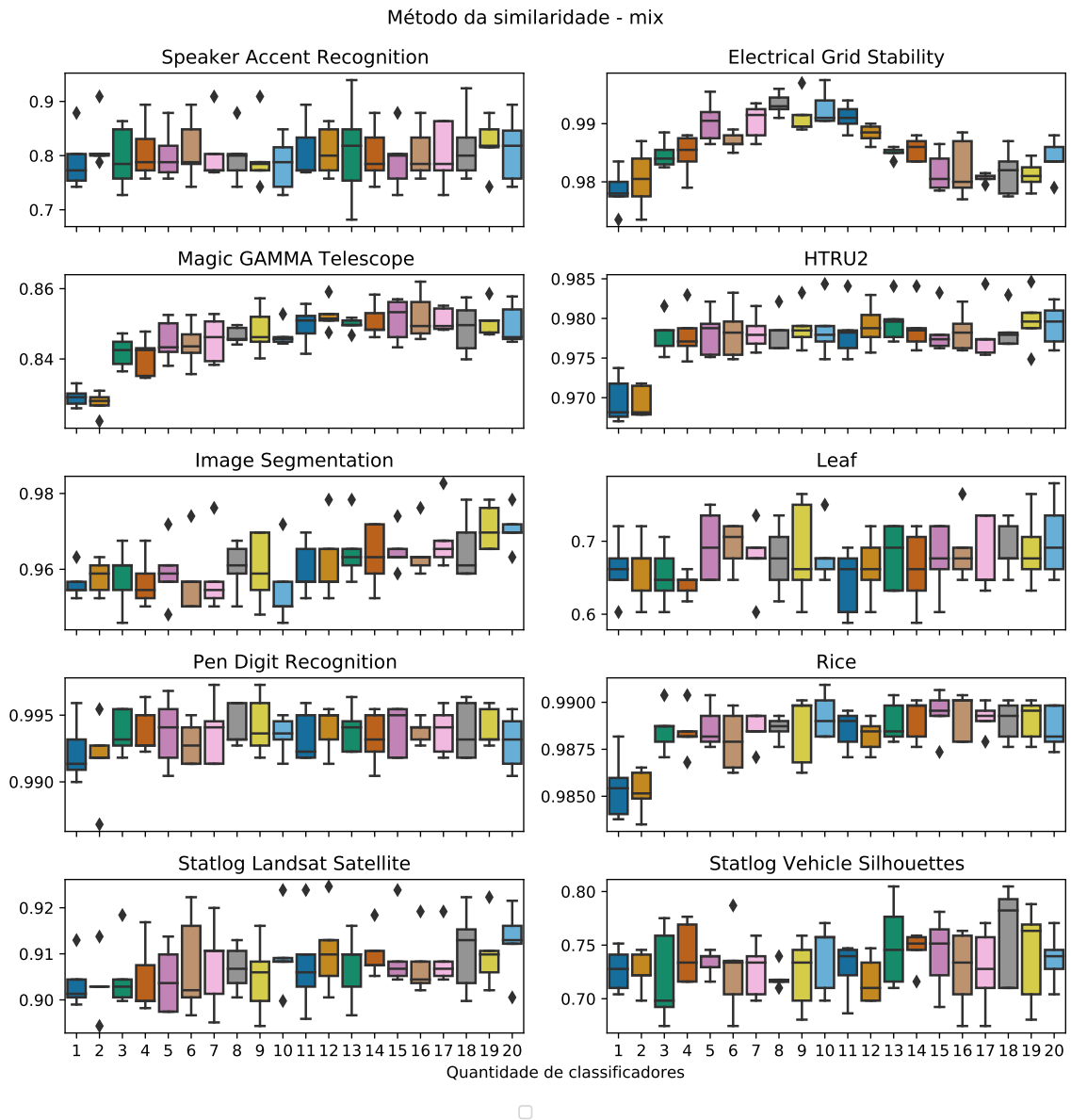


Figura 6.6: Resultados do método de similaridade com classificador-base misto

Na Figura 6.7 são apresentados os *boxplots* das acurácias obtidas utilizando-se o método de seleção por acurácia, se variando seu parâmetro de acurácia mínima, para *ensembles* compostos de árvores de decisão. Pode se observar que ao se selecionar uma acurácia mínima de 100%, há uma queda na acurácia. Isso se deve ao fato que é possível conforme se aumenta a acurácia mínima, de que nenhum classificador-base consiga atingir esse mínimo. Neste caso, o algoritmo escolhe apenas o melhor classificador, para que seja possível continuar com a predição. Apesar desta queda brusca não se observa uma diminuição da acurácia gradual ao se aumentar a acurácia mínima em todos os casos. Mas é possível no-

tar esta perda gradual de acurácia nos *datasets* *Accent Recognition*, *Leaf*, e levemente em *GAMMA Telescope* e *Statlog Sattelite Image*.

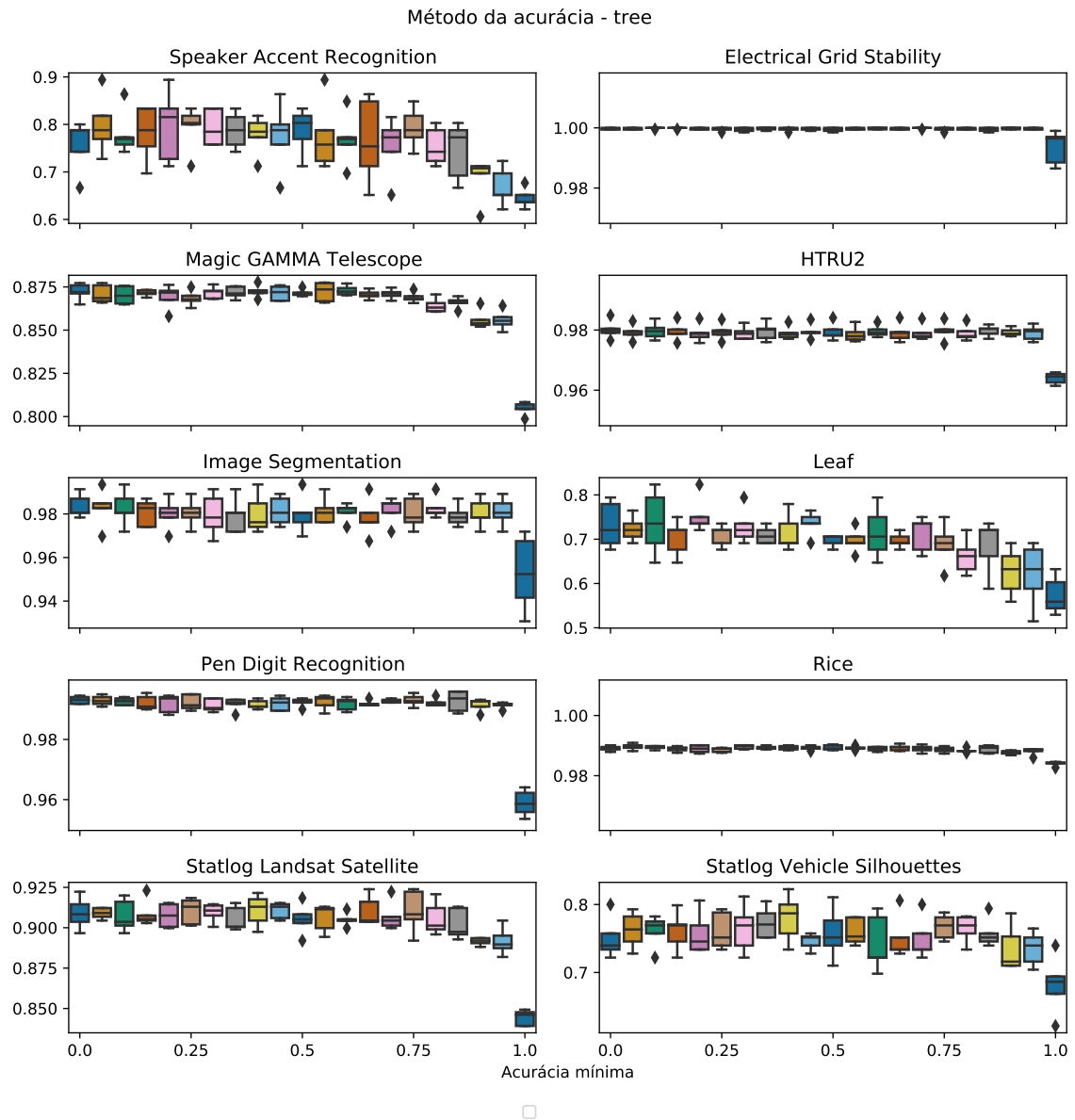


Figura 6.7: Resultados do método de acurácia com classificador-base árvore de decisão

Na Figura 6.8 os *boxplots* para o método da similaridade com *ensembles* compostos de árvores de decisão são apresentados. Se nota a tendência de se melhorar a acurácia conforme se aumenta o número de classificadores escolhidos nos *datasets Image Segmentation*, *Pen Digit Recognition*, *Rice*, *GAMMA Telescope* e *Rice*. Esse aumento parece ocorrer apenas no início, quando há poucos classificadores escolhidos. No entanto esse padrão não é observado em todos os *datasets*.

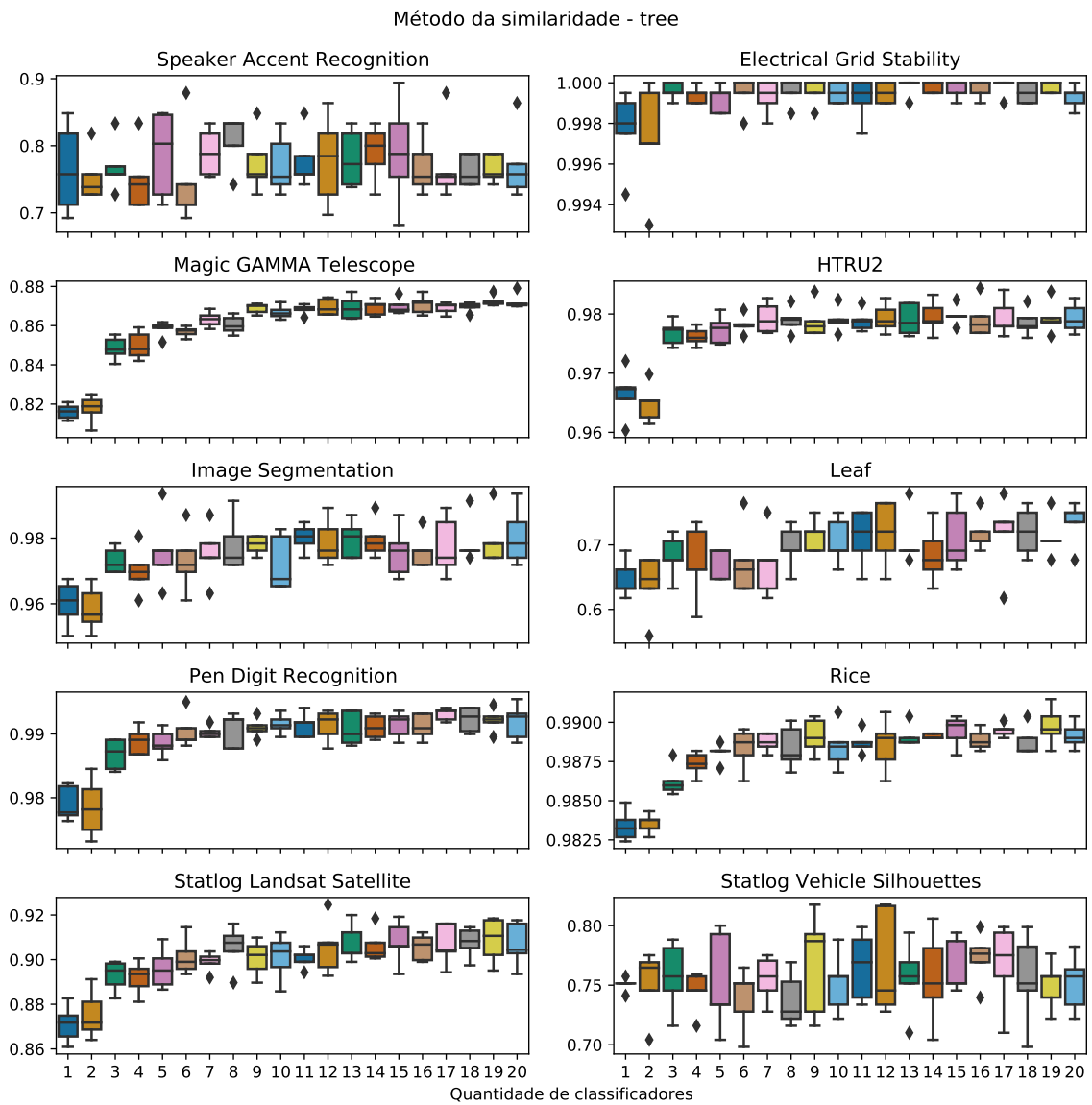


Figura 6.8: Resultados do método de similaridade com classificador-base árvore de decisão

CONCLUSÃO

Dois métodos de seleção dinâmica em *ensembles* foram estudados. O método de seleção por acurácia que escolhe os classificadores de acordo com a acurácia de predição em pontos conhecidos do conjunto de treinamento; e o método de seleção por similaridade que seleciona os classificadores baseado na similaridade de decisão. A comparação entre estes métodos foi realizada utilizando técnicas estatísticas com o propósito de identificar se diferenças entre os classificadores são significativas.

Com base nos resultados obtidos para o método de seleção por acurácia é possível concluir que dentre os classificadores estudados apenas Naïve-Bayes apresenta uma melhora ao se aumentar a acurácia mínima necessária para seleção. Para os outros classificadores, parece não se ter um ganho em desempenho em se utilizar o método. Apenas para o caso com o classificador-base árvore de decisão se obteve diferenças significativas ao se variar a acurácia mínima.

O método de seleção por similaridade não apresenta melhora ao se escolher uma quantidade menor de classificadores. Os resultados indicam que ao não se utilizar o método se tende a um melhor desempenho, embora a diferença ao se variar a quantidade de classificadores escolhidos não seja significativa. Entre os dois métodos estudados também não se encontrou diferenças significativas que indiquem um método como sendo o melhor.

Trabalhos futuros podem alterar os classificadores-base utilizados e verificar potenciais melhoras no desempenho. Pode-se também alterar os parâmetros dos métodos: para o método de seleção por acurácia a quantidade de pontos próximos utilizados para cálculo da acurácia e no método de seleção por similaridade pode se variar a quantidade de objetos gerados próximos ao objeto que se deseja classificar. Outra possibilidade é utilizar outras medidas de similaridade e analisar se apresentam uma melhora no desempenho do método.



REFERÊNCIAS

- [Alpaydin 2010]ALPAYDIN, E. *Introduction to Machine Learning*. [S.l.: s.n.], 2010.
- [Chowdhury et al. 2017]CHOWDHURY, A. et al. Ensemble methods for classification of physical activities from wrist accelerometry. *Med Sci Sports*, p. 49, 2017.
- [Cruz, Sabourin e Cavalcanti 2018]CRUZ, R. M. O.; SABOURIN, R.; CAVALCANTI, G. D. C. Dynamic classifier selection: Recent advances and perspectives. *Information Fusion*, v. 41, p. 195–216, 2018.
- [Demšar 2006]DEMŠAR, J. Statistical comparisons of classifiers over multiple data sets. *Journal of Machine Learning Research*, v. 7, n. 1, p. 1–30, 2006. Disponível em: <<http://jmlr.org/papers/v7/demsar06a.html>>.
- [Filipczuk, Krawczyk e Woniak 2013]FILIPCZUK, P.; KRAWCZYK, B.; WONIAK, M. Classifier ensemble for an effective cytological image analysis. *Pattern Recognition Letters*, v. 34, n. 14, p. 1748–1757, 2013. ISSN 0167-8655. Innovative Knowledge Based Techniques in Pattern Recognition. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167865513001888>>.

-
- [Gao et al. 2018]GAO, H. et al. Object classification using cnn-based fusion of vision and lidar in autonomous vehicle environment. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, v. 14, n. 9, p. 4224–4231, 2018.
- [Jawahar et al. 2021]JAWAHAR, M. et al. Vision based inspection system for leather surface defect detection using fast convergence particle swarm optimization ensemble classifier approach. *Multimed Tools Appl*, v. 80, 2021. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167865513001888>>.
- [Kuncheva e Whitaker 2003]KUNCHEVA, L.; WHITAKER, C. Measures of diversity in classifier ensembles and their relationship with the ensemble accuracy. *Machine Learning*, v. 51, p. 181207, 2003.
- [Kurvers et al. 2019]KURVERS, R. H. J. M. et al. How to detect high-performing individuals and groups: Decision similarity predicts accuracy. *Science Advances*, American Association for the Advancement of Science, v. 5, n. 11, 2019. Disponível em: <<https://advances.sciencemag.org/content/5/11/eaaw9011>>.
- [Polikar 2006]Polikar, R. Ensemble based systems in decision making. *IEEE Circuits and Systems Magazine*, v. 6, n. 3, p. 21–45, 2006.
- [Tan, Steinback e Kumar 2006]TAN, P.-N.; STEINBACK, M.; KUMAR, V. *Introduction to Data Mining*. [S.l.: s.n.], 2006.
- [Yang et al. 2014]YANG, P. et al. Ensemble positive unlabeled learning for disease gene identification. *PLoS ONE*, v. 5, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0097079>>.
- [Zhou 2012]ZHOU, Z.-H. *Ensemble methods: Foundations and algorithms*. [S.l.]: Taylor Francis Group, LLC, 2012.

APÊNDICE

A.1 Tabelas dos ranks

Tabela A.1: Resultados do método de acurácia

kNN		Mix		Naïve-Bayes		Perceptron		Árvore de decisão	
Rank	Parâmetro	Rank	Parâmetro	Rank	Parâmetro	Rank	Parâmetro	Rank	Parâmetro
44,25	0,35	22,10	0,10	77,70	0,60	60,10	0,55	14,25	0,05
45,40	0,45	22,60	0,65	77,80	0,80	61,10	0,60	15,90	0,10
47,80	0,75	22,65	0,45	79,30	0,70	62,85	0,65	16,30	0,00
48,10	0,55	23,70	0,30	79,90	0,95	63,35	0,50	19,00	0,45
48,85	0,65	24,05	0,25	80,40	0,90	64,15	0,45	19,00	0,40
49,30	0,40	24,70	0,50	80,40	0,65	64,70	0,40	19,30	0,30
49,30	0,25	24,95	0,35	80,60	0,85	65,00	0,75	20,70	0,15
49,55	0,60	25,90	0,60	81,60	0,50	65,85	0,70	21,00	0,35
50,45	0,00	25,95	0,55	81,75	0,75	66,70	0,35	21,80	0,75
51,05	0,85	26,30	0,20	82,00	1,00	67,55	0,30	22,15	0,70
51,70	0,30	27,40	0,40	83,55	0,55	67,65	0,95	22,35	0,65
51,85	0,70	27,45	0,00	85,55	0,45	69,25	0,85	22,75	0,25
52,55	0,10	28,15	0,15	86,00	0,40	71,25	0,20	22,90	0,50
52,70	0,05	28,35	0,70	86,90	0,35	71,60	0,80	23,00	0,20
52,80	0,15	32,60	0,05	87,55	0,30	72,40	0,25	24,20	0,60
53,20	0,50	33,00	0,75	88,90	0,25	72,85	0,00	24,20	0,55
57,05	0,20	33,90	0,80	90,65	0,10	74,40	0,10	30,50	0,85
57,90	0,80	34,95	0,85	91,10	0,20	75,45	0,90	33,90	0,80
60,60	0,95	52,35	0,90	91,30	0,15	77,05	0,05	43,35	0,90
63,30	0,90	53,90	0,95	91,65	0,05	77,20	1,00	44,90	0,95
73,80	1,00	74,40	1,00	94,05	0,00	78,95	0,15	74,65	1,00

Tabela A.2: Resultados do método de similaridade

kNN		Mix		Naïve-Bayes		Perceptron		Árvore de decisão	
Rank	Parâmetro	Rank	Parâmetro	Rank	Parâmetro	Rank	Parâmetro	Rank	Parâmetro
35,45	16	14,70	19	69,35	15	76,75	13	12,70	17
35,70	15	16,90	18	71,60	11	76,80	3	13,60	15
37,70	18	18,60	20	71,75	5	77,00	7	14,85	19
38,15	13	19,00	13	72,25	20	77,80	18	16,80	20
39,70	17	20,95	16	72,90	14	78,25	10	17,70	14
40,45	20	21,65	15	73,00	19	78,55	11	17,75	13
40,75	12	22,05	14	73,65	6	78,60	16	19,40	16
40,85	19	22,90	17	73,70	12	78,90	6	19,45	18
40,90	14	23,55	10	74,50	8	79,00	4	20,15	12
43,05	9	24,20	12	74,90	16	79,60	14	22,25	9
44,30	6	26,85	9	75,00	13	79,85	12	22,35	8
44,95	11	26,90	8	75,00	3	80,55	8	23,55	11
45,05	8	27,60	5	75,40	10	81,00	19	26,85	10
46,65	10	27,95	6	75,80	17	81,25	15	27,55	7
47,40	7	28,05	7	76,25	7	82,40	2	34,25	5
48,00	5	28,75	11	78,65	9	82,60	20	34,65	6
48,90	4	35,70	4	78,80	18	82,90	9	35,75	3
50,30	3	37,15	3	79,85	4	83,30	17	39,15	4
54,25	1	44,00	2	81,60	2	83,70	5	53,45	1
55,00	2	48,40	1	83,00	1	84,85	1	53,85	2

A.2 Boxplots dos resultados

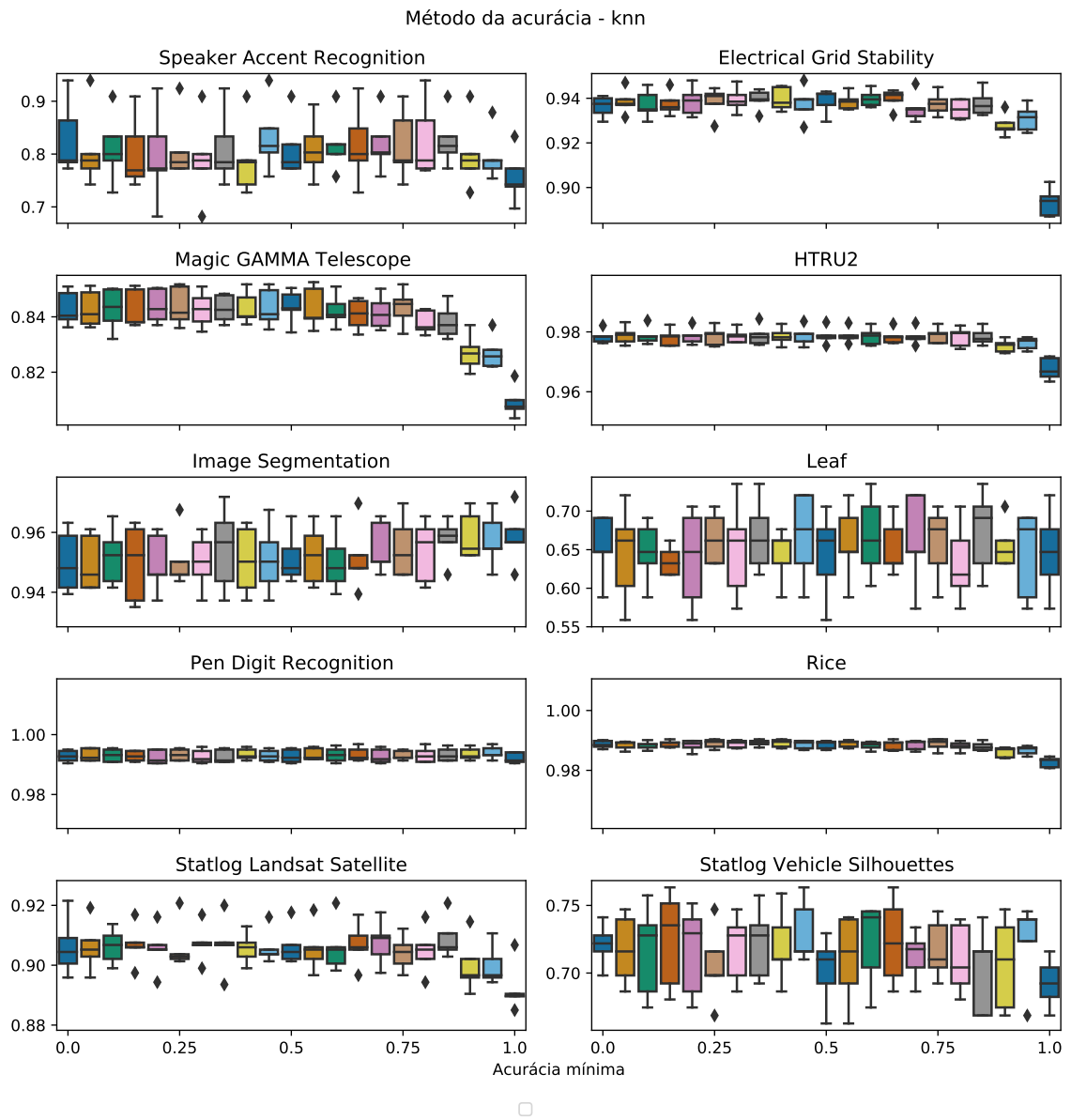


Figura A.1: Resultados do método de acurácia com classificador-base kNN

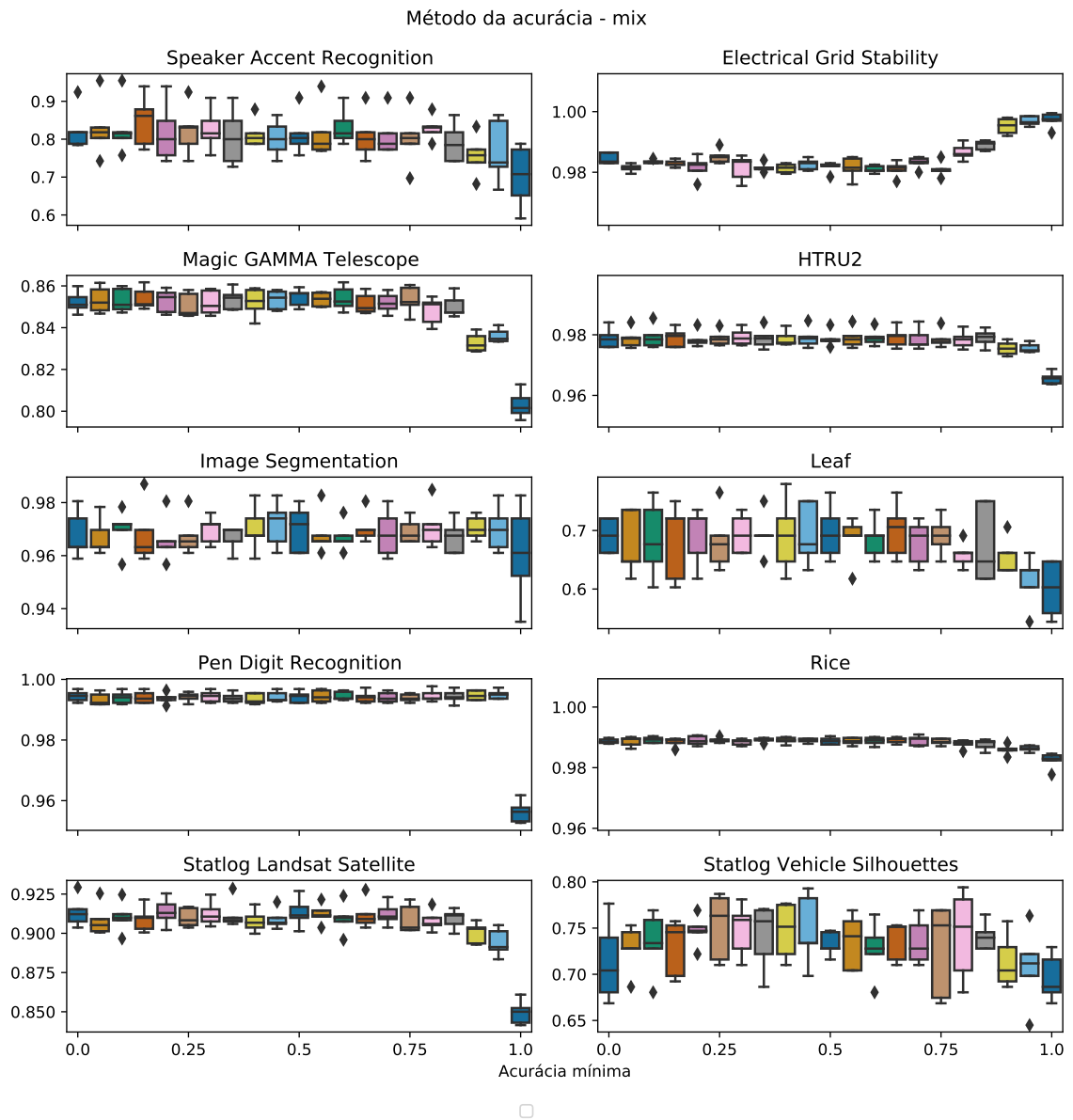


Figura A.2: Resultados do método de acurácia com classificador-base misto

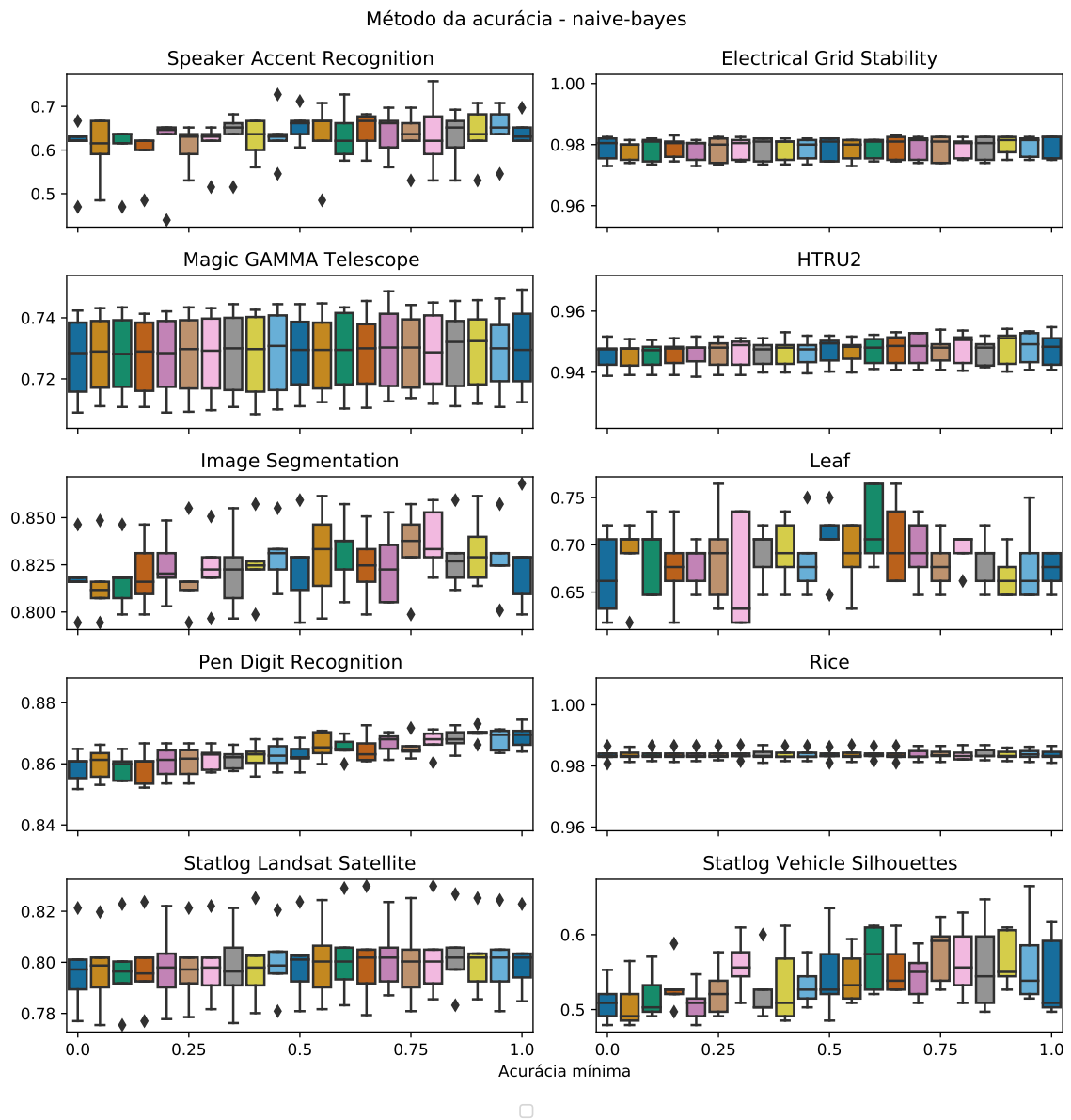


Figura A.3: Resultados do método de acurácia com classificador-base Naïve-Bayes

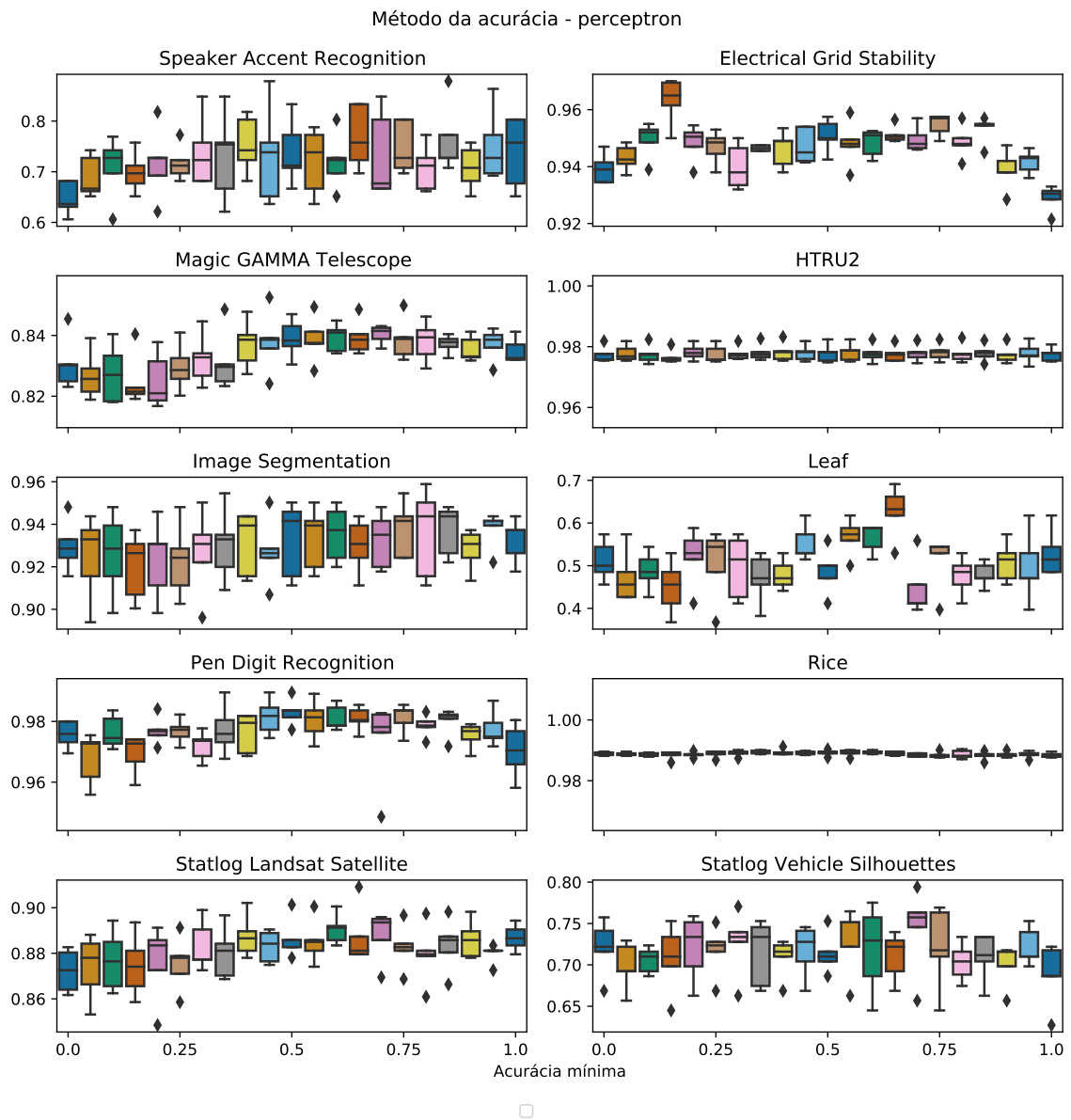


Figura A.4: Resultados do método de acurácia com classificador-base perceptron

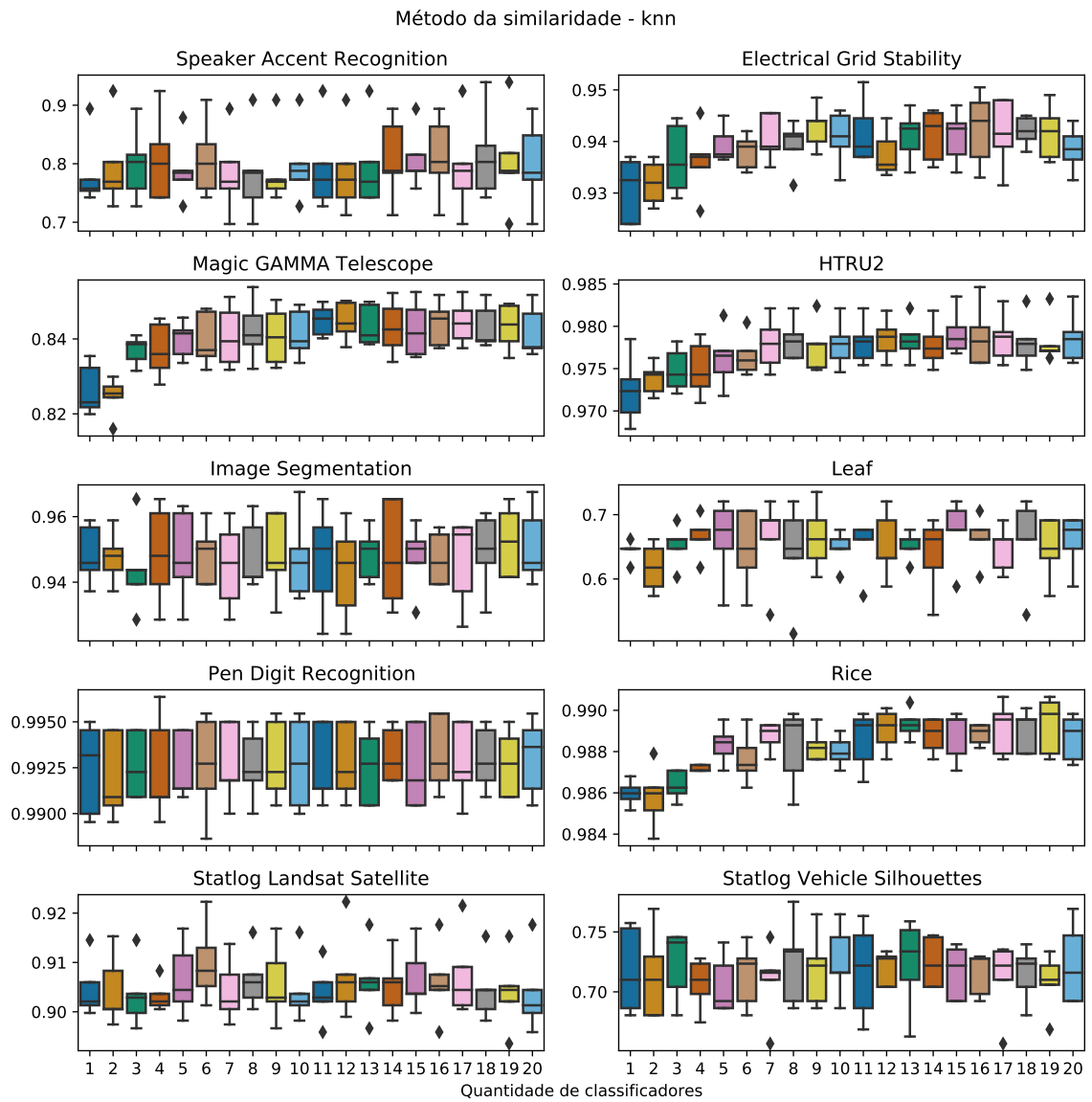


Figura A.5: Resultados do método de similaridade com classificador-base kNN

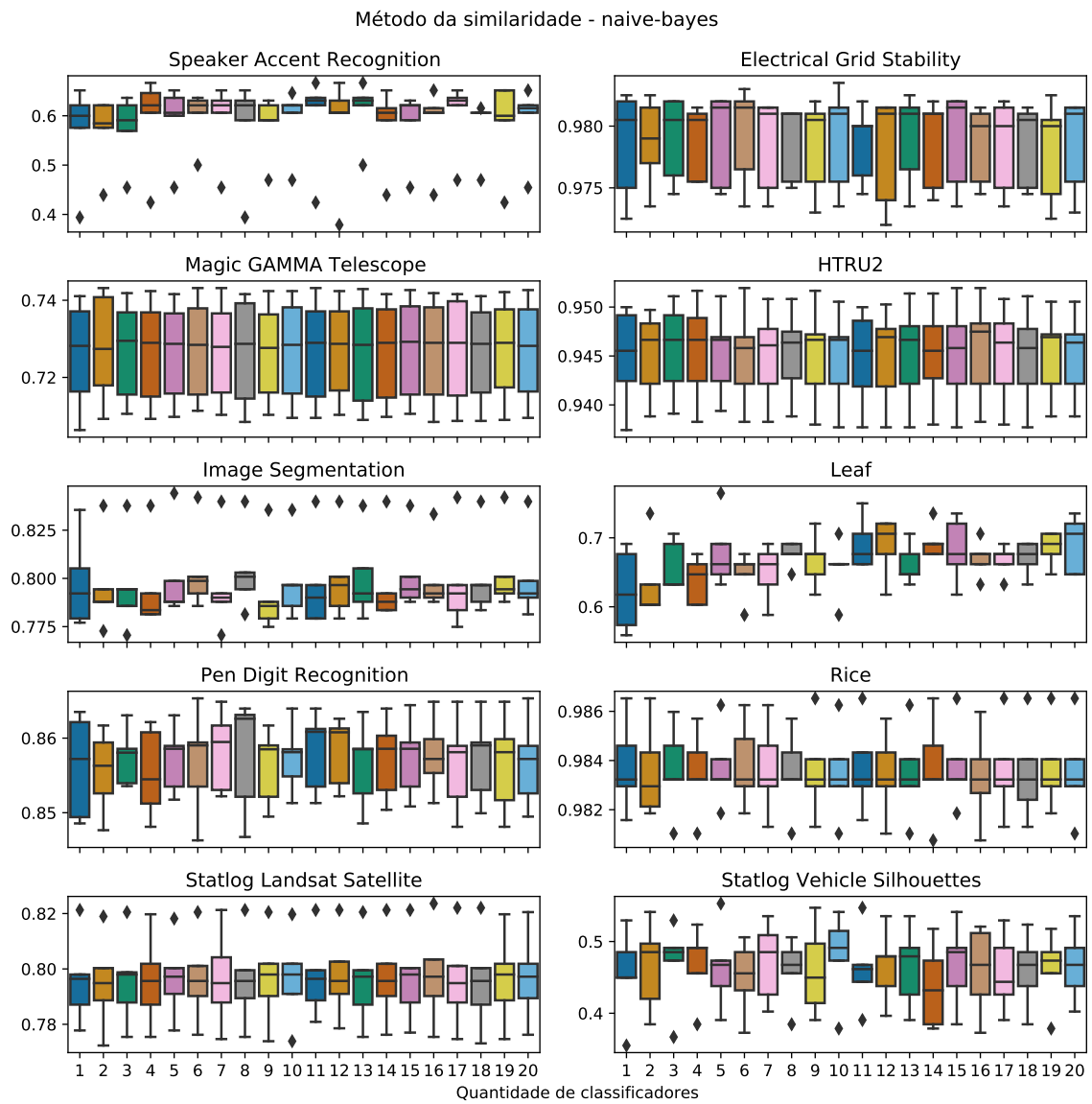


Figura A.6: Resultados do método de similaridade com classificador-base Naïve-Bayes

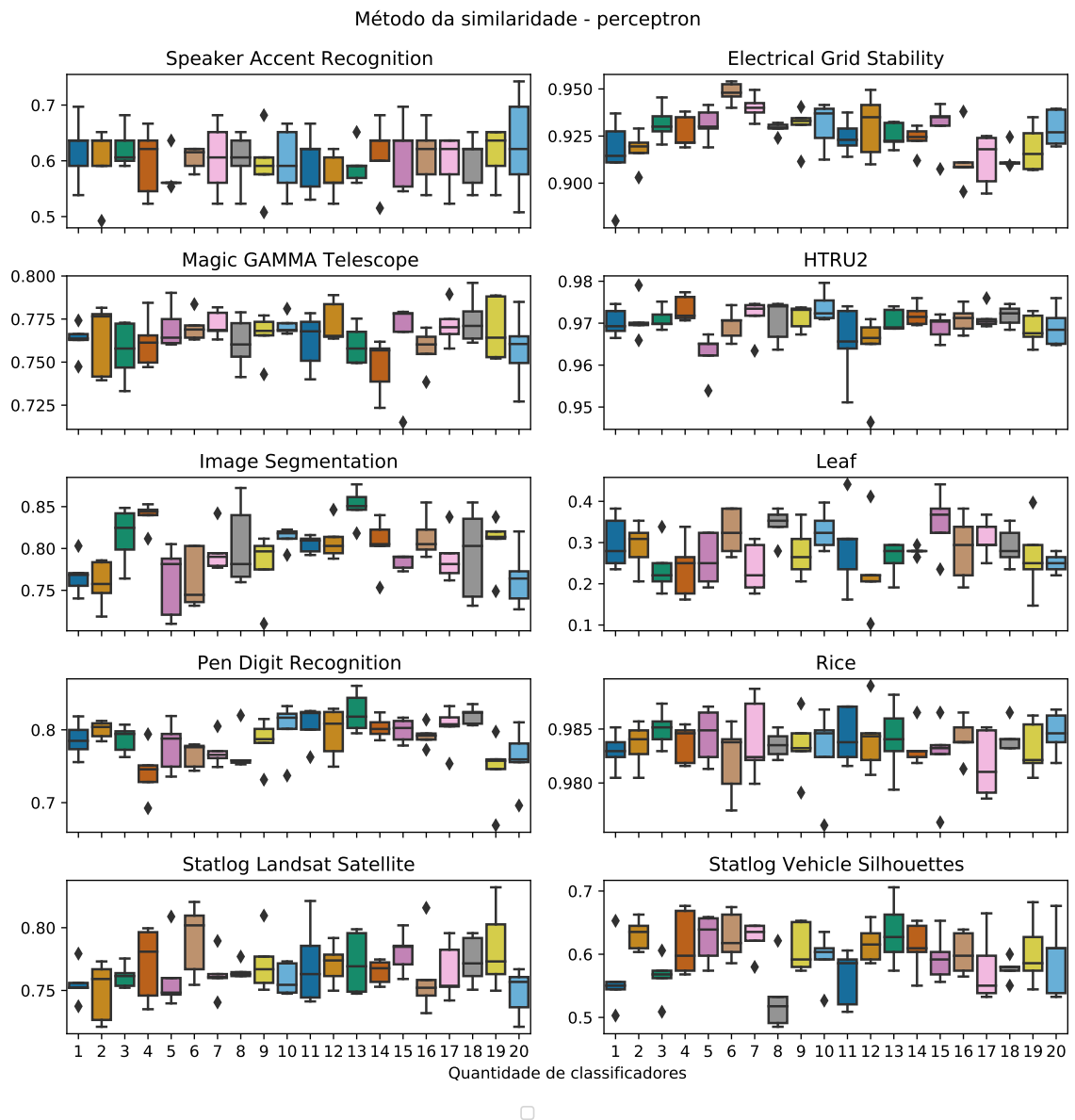


Figura A.7: Resultados do método de similaridade com classificador-base perceptron