Projekt

Optymalizacja we Wspomaganiu Decyzji

Daniel Petrykowski

279 115

15.11.2019

# Spis treści

[1. Treść zadania 3](#_Toc9253059)

[2. Wstęp Teoretyczny 4](#_Toc9253060)

[3. Generacja Scenariuszy 5](#_Toc9253061)

[4. Jednokryterialny model wyboru w warunkach ryzyka z wartością oczekiwana jako miara zysku 7](#_Toc9253062)

[4.1. Model Matematyczny 7](#_Toc9253063)

[4.1.1. Zbiory indeksowe 7](#_Toc9253064)

[4.1.2. Parametry 7](#_Toc9253065)

[4.1.3. Zmienne 7](#_Toc9253066)

[4.1.4. Ograniczenia 8](#_Toc9253067)

[4.1.5. Funkcja celu 8](#_Toc9253068)

[4.2. Model AMPL 9](#_Toc9253069)

[4.3. Rozwiązanie 12](#_Toc9253070)

[5. Dwukryterialny model zysku i ryzyka z wartością oczekiwana jako miara zysku i odchyleniem maksymalnym jako miara ryzyka 13](#_Toc9253071)

[5.1. Model Matematyczny 13](#_Toc9253072)

[5.1.1. Zbiory indeksowe 13](#_Toc9253073)

[5.1.2. Parametry 13](#_Toc9253074)

[5.1.3. Zmienne 13](#_Toc9253075)

[5.1.4. Ograniczenia 14](#_Toc9253076)

[5.1.5. Funkcja celu 14](#_Toc9253077)

[5.1.6. Generacja rozwiązań efektywnych 14](#_Toc9253078)

[5.2. Model Ampl 15](#_Toc9253079)

[5.3. Rozwiązanie 16](#_Toc9253080)

[5.4. Obraz zbioru rozwiązań efektywnych w przestrzeni ryzyko-zysk 19](#_Toc9253081)

[5.5. Relacja dominacji stochastycznej pierwszego rzędu 20](#_Toc9253082)

[6. Dodatek A – Poprawiona miara ryzyka 21](#_Toc9253083)

[6.1. Model Matematyczny 21](#_Toc9253084)

[6.2. Model AMPL 21](#_Toc9253085)

[6.3. Rozwiązanie 22](#_Toc9253086)

[6.4. Obraz zbioru rozwiązań efektywnych w przestrzeni ryzyko-zysk 23](#_Toc9253087)

[6.5. Relacja dominacji stochastycznej pierwszego rzędu 24](#_Toc9253088)

[Załączniki 25](#_Toc9253089)

# Treść zadania

**OWD AK22**

Rozważamy następujące uproszczone zagadnienia optymalnego planowania produkcji:

* Przedsiębiorstwo rozpatruje możliwość podjęcia dodatkowej działalności, polegającej na produkcji i sprzedaży 7 produktów P1, …, P7 w ciągu najbliższych 3 miesięcy.
* Produkty są wytwarzane na następujących maszynach: 4 szlifierkach, 2 wiertarkach pionowych, 3 wiertarkach poziomych, 1 frezarce i 1 tokarce. Z każdym produktem związana jest marża ( w zł/sztukę). Marża oraz wymagane czasy produkcji 1 sztuki produktu (w godzinach) w danym procesie obróbki zostały przedstawione w poniższej tabeli:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | P1 | P2 | P3 | P4 | P5 | P6 | P7 |
| Marża | 10 | 6 | 8 | 4 | 11 | 9 | 3 |
| Szlifowanie | 0,5 | 0,7 | --- | --- | 0,3 | 0,2 | 0,5 |
| Wiercenie pionowe | 0,1 | 0,2 | --- | 0,3 | --- | 0,6 | --- |
| Wiercenie poziome | 0,2 | --- | 0,8 | --- | --- | --- | 0,6 |
| Frezowanie | 0,05 | 0,03 | --- | 0,07 | 0,1 | --- | 0,08 |
| Toczenie | --- | --- | 0,01 | --- | 0,05 | --- | 0,05 |

* Istnieją ograniczenia rynkowe na liczbę sprzedawanych produktów w danym miesiącu. Są one następujące:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | P1 | P2 | P3 | P4 | P5 | P6 | P7 |
| Styczeń | 500 | 1000 | 300 | 300 | 800 | 200 | 100 |
| Luty | 600 | 500 | 200 | 0 | 400 | 300 | 150 |
| Marzec | 300 | 600 | 0 | 0 | 500 | 400 | 100 |

* Istnieje możliwość składowania do 100 sztuk każdego produktu w danym czasie w cenie 0,5 zł/sztukę za miesiąc. Pod koniec marca wymagane jest posiadanie zapasu 50 sztuk każdego produktu.
* Należy osiągnąć możliwie największy zysk przy jak najkrótszym czasie pracy przedsiębiorstwa. Można założyć, że maksymalny czas pracy przedsiębiorstwa to 24 dni w miesiącu (6 dni w tygodniu) w systemie dwóch zmian po 8 godzin każda.

Celem projektu jest symulacja pełnej interaktywnej analizy zagadnienia przeprowadzonej metodami ważenia ocen i ważonego programowania celowego. Forma sprawozdania to raport, który powinien zawierać:

1. Analityczne sformułowanie modelu. Specyfikację problemu decyzyjnego z dookreśleniem wszystkich elementów. Określenie zmiennych decyzyjnych, ograniczeń i kryteriów.
2. Sformułowanie modelu w postaci do rozwiązania z wykorzystaniem dowolnego narzędzia/środowiska implementacji. Wyniki symulacji pełnej interaktywnej analizy zagadnienia przeprowadzonej wskazanymi metodami. Interpretację wyników w terminach oryginalnego modelu
3. Porównanie wskazanych metod

# Wstęp Teoretyczny

Zadanie przedstawione w punkcie 1 tyczy się problemu optymalizacji wielokryterialnej.

Stanowi to uogólnienie pojęcia rozwiązania optymalnego i w przypadku optymalizacji jednokryterialnej te dwa pojęcia są tożsame. W optymalizacji wielokryterialnej różne rozwiązania efektywne generują różne i wzajemnie nieporównywalne wektory ocen. Niewątpliwie poszukiwania rozwiązania problemu decyzyjnego powinny być w takim wypadku ograniczone do zbioru rozwiązań efektywnych. W tym celu stosuje się techniki generacji rozwiązań. W niniejszym raporcie do tego celu zastosowano metodę ważenia ocen. Metoda ta generuje rozwiązania efektywne dla dowolnych dodatnich wag rozwiązania optymalnego skalaryzacji ważonej:

W drugiej części raportu zostanie wykorzystana metoda ważonego programowania celowego, która szerzej została opisana w rozdziale 5.

Obydwie te metody pozwalają na przeprowadzenie interaktywnej analizy zagadnienia. Takie podejście nie traktuje zbioru rozwiązań efektywnych zadania jako jego ostateczny rezultat, ale umożliwia sterowany przegląd zbioru rozwiązań efektywnych. Na podstawie podawanych przez decydentów pewnych wartości parametrów sterujących systemem wspomagania decyzji.

# Analityczne sformułowanie modelu

## Model Matematyczny

### Zbiory indeksowe

|  |  |
| --- | --- |
| **Zmienne** | **Opis** |
|  | Zbiór wytwarzanych produktów |
|  | Zbiór dostępnych narzędzi |
|  | Zbiór kolejnych miesięcy dla których przeprowadzana jest analiza |

### Parametry

|  |  |
| --- | --- |
| **Parametry** | **Opis** |
|  | Liczba narzędzi typu t [szt] |
|  | Czas pracy maszyny typu t przy produkcji jednej sztuki produktu p [godz] |
|  | Limit sprzedaży produktu typu p w miesiącu m [szt] |
|  | Marża na produkt p [zł/szt] |
|  | Pojemność magazynu [szt] |
|  | Koszt magazynowania pojedynczej sztuki dowolnego produktu przez miesiąc [zł] |
|  | Wielkość wymaganego zapasu każdego produktu pod koniec trzeciego miesiąca |
|  | Liczba dni pracujących w miesiącu [d] |
|  | Liczba zmian w każdym dniu roboczym |
|  | Czas trwania zmiany [godz] |
|  | Liczba godzin pracujących w miesiącu [godz] |
|  | Dostępny czas pracy narzędzia t w każdym miesiącu [godz] |

### Zmienne

|  |  |
| --- | --- |
| **Zmienne** | **Opis** |
|  | Liczba sztuk produktu p wyprodukowanych w miesiącu m [szt] |
|  | Liczba sztuk produktu p dostępna do sprzedaży  w pierwszym miesiącu [szt] |
|  | Liczba sztuk produktu p dostępna do sprzedaży  w miesiącu m (wyprodukowane w miesiącu m + zmagazynowane w miesiącu m-1) |
|  | Liczba sztuk produktu p sprzedanych w miesiącu m [szt] |
|  | Całkowita liczba sprzedanych sztuk produktu p [szt] |
|  | Liczba sztuk produktu p zmagazynowanych w miesiącu m [szt] |
|  | Całkowity koszt wykorzystania magazynów [zł] |
|  | Czas pracy narzędzia t w miesiącu m [godz] |
|  | Zysk całkowity ze sprzedaży produktów [zł] |
|  | Czas trwania poszczególnych faz obróbki przy wykorzystaniu narzędzia t w danym miesiącu m [godz] |
|  | Czas pracy przedsiębiorstwa w danym miesiącu m [godz] |
|  | Całkowity czas pracy przedsiębiorstwa w przeciągu trzech miesięcy [godz] |

Przyjęto, że wszystkie narzędzia są w stanie pracować nieprzerwanie i jednocześnie. Oznacza to, że czas pracy przedsiębiorstwa w danym miesiącu będzie równy najdłuższemu czasowi trwania pracy narzędzi w tym miesiącu podczas danej fazy obróbki.

Do zmiennych decyzyjnych należy zmienna określająca liczbę sztuk produktu   
p wyprodukowanych w miesiącu m oraz zmienna określająca liczbę sztuk produktu p sprzedanych w miesiącu m. Pośrednio od tych zmiennych zależy natomiast zmienna określająca ile produktów każdego typu będzie zmagazynowanych w danym miesiącu.

### Ograniczenia

|  |  |
| --- | --- |
| **Ograniczenia** | **Opis** |
|  | Ograniczenie rynkowe sprzedawanych produktów |
|  | Ograniczenie sprzedaży produktów  w kolejnych miesiącach w zależności od ilości dostępnego produktu |
|  | Ograniczenie pojemności magazynów |
|  | Ograniczenie wykorzystania czasu pracy narzędzi w danym miesiącu |
|  | Wymóg zgromadzenia odpowiedniej ilości sztuk każdego produktu p na koniec trzeciego miesiąca |
|  | Czas pracy przedsiębiorstwa jest równy najdłuższemu czasowi prac narzędzi podczas danej fazy obróbki w danym miesiącu |

### Funkcja celu

Jako funkcje celu przyjęto maksymalizacje zysku e, przy jednoczesnym minimalizowaniu czasu pracy przedsiębiorstwa

## Model AMPL

Plik modelu i danych z pełnym kodem stworzonym w AMPL zostały dołączone do tego sprawozdania. Poniżej natomiast zostały przedstawione główne fragmenty modelu.

Listing Model - zdefiniowane zbiory

#--------------------------------------------------------------------------------

# Zbiory

#--------------------------------------------------------------------------------

# Zbiór produkowanych produktów

set PRODUCTS;

# Zbiór dostępnych narzędzi

set TOOLS;

# Zbiór miesięcy, dla których jest przeprowadzana analiza

set MONTHS ordered;

Listing Model - zdefiniowane parametry

#-------------------------------------------------------------------------------

# Parametry

#-------------------------------------------------------------------------------

# Liczba każdego z narzędzi

param toolCount { TOOLS } >= 1;

# Marża na każdy z produktów [pln/szt]

param expectedProfitPerUnit { PRODUCTS } >= 0;

# Czas pracy narzędzia t podczas produkcji produktu p

param toolTimePerUnit {TOOLS , PRODUCTS } >= 0;

# Ograniczenie rynkowe produktu p w miesiącu m

param salesMarketLimit {MONTHS , PRODUCTS} >= 0;

# Limit pojemności magazunu na produt p

param storageLimit { PRODUCTS } >= 0;

# Koszt magazynowania jednego produktu [pln]

param storageUnitCost >= 0;

# Wymagana ilość zapasu produktów pod koniec 3 miesiąca

param storageRequirInThirdM >= 0;

# Dni w miesiącu

param daysPerMonth >= 1;

# Liczba zmian wciągu dnia

param shiftsPerDay >= 2;

# Czas trwania zmiany

param hoursPerShift >= 8;

# Robotogodziny w miesiącu

param workHoursPerMonth = daysPerMonth \* shiftsPerDay \* hoursPerShift ;

# Dostępny czas pracy narzędzia t w miesiącu m

param availableToolTime {t in TOOLS } = toolCount [t]\* workHoursPerMonth;

Listing Model - zdefiniowane zmienne

#----------------------------------------------------------------------------

# Zmienne

#----------------------------------------------------------------------------

# Liczba wyprodukowanych produktów p w miesiącu m

var produced {PRODUCTS, MONTHS } >= 0 integer ;

# Liczba sprzedanych produktów p w miesiącu m

var sold {PRODUCTS, MONTHS } >= 0 integer ;

# Liczba dostępnych do sprzedaży produktów p w miesiącu m

var availableProducts {p in PRODUCTS, m in MONTHS} integer >=0;

# Liczba produktów p zmagazynowanych w miesiącu m

var stored {p in PRODUCTS, m in MONTHS} integer >= 0;

# Całkowita liczba sprzedanych produktów p

var totalSold {p in PRODUCTS } = sum {m in MONTHS } sold [p, m];

# Koszt magazynowania wszystkich produktów w miesiącu m

var monthlyStorageCost {m in MONTHS} = (sum {p in PRODUCTS} stored[p, m])\*storageUnitCost;

# Całkowity koszt magazynowania produktów

var totalCostStorege = sum {m in MONTHS} monthlyStorageCost[m];

# Czas pracy narzędzia t w miesiącu m

var monthlyTimeWorkTool {t in TOOLS, m in MONTHS} = sum {p in PRODUCTS} produced[p,m]\*toolTimePerUnit[t,p];

# Zysk ze sprzedaży - Przychody

var expectedSalesProfit = sum {p in PRODUCTS} totalSold[p]\*expectedProfitPerUnit[p];

# Dochody

var profit = expectedSalesProfit - totalCostStorege;

# Czas trwania poszczególych faz obróbki w miesiącu magazunu

var prodProcessingTime {t in TOOLS, m in MONTHS} = monthlyTimeWorkTool[t, m] / toolCount[t];

# Czas pracy przedsiębiorstwa w danym miesiącu m

var factoryWorkTime {m in MONTHS} >= 0;

# Całkowity czas pracy przedsiębiorstwa w przeciągu trzech miesięcy

var complateFactoryWorkTime = sum {m in MONTHS} factoryWorkTime[m];

Listing 4 Model - ograniczenia

# --------------------------------------------------------------------------

# Ograniczenia

#---------------------------------------------------------------------------

# Ograniczenie magazynowe na sprzedaż produktów

subject to SalesLimit {p in PRODUCTS, m in MONTHS}:

sold[p,m] <= availableProducts[p,m];

# Ograniczenie pojemności magazynowej

subject to StorageLimit {m in MONTHS, p in PRODUCTS}:

stored[p,m] <= storageLimit[p];

# Ograniczenie rynkowe na sprzedaż produktów

subject to SalesMarketLimit {m in MONTHS, p in PRODUCTS}:

sold[p,m] <= salesMarketLimit[m,p];

# Ograniczenie czasu pracy narzędzi w miesiącu

subject to ToolWorkTime {m in MONTHS, t in TOOLS}:

monthlyTimeWorkTool[t,m] <= availableToolTime[t];

#Wymaganie zgromadzenia odpowiedniej ilości sztuk każdego produktu p na koniec trzeciego miesiąca

subject to StoredRequirement {p in PRODUCTS}:

stored[p, last(MONTHS)] = storageRequirInThirdM;

# Liczba dostępnych produktów w pierwszym miesiącu

subject to firstMounthAvailableProducts {p in PRODUCTS}:

availableProducts[p,first(MONTHS)] = produced[p, first(MONTHS)];

# Liczba dostępnych produktów po pierwszym miesiacu

subject to anotherMounthAvailableProducts { p in PRODUCTS, m in MONTHS: m!= first(MONTHS)}:

availableProducts[p,m] = produced[p, m] + stored[p,prev(m)];

# Liczba przechowywanych przedmiotów

subject to Stored {p in PRODUCTS, m in MONTHS}:

stored[p,m] <= (availableProducts[p,m]-sold[p,m]);

# Czas produkcji maksyamlana wartość z prodProcessingTime

subject to FactoryWorkTime {m in MONTHS, t in TOOLS}:

factoryWorkTime[m] >= prodProcessingTime[t,m];

# Analiza zagadnienia przeprowadzona metodą ważenia ocen

## Model Matematyczny

Metoda ważenia ocen:

Dla dowolnych wag rozwiązanie optymalne zadania ważonego jest rozwiązaniem efektywnym zadania wielokryterialnego.

### Parametry

|  |  |
| --- | --- |
| **Zmienne** | **Opis** |
|  | Waga oceny |

### Ograniczenia

|  |  |
| --- | --- |
| **Ograniczenia** | **Opis** |
|  | Wagi muszą być dodatnie |

### Funkcja celu

W rozważanym zadaniu, aby spełnić wymagania odnośnie maksymalizacji zysków przy jednoczesnym minimalizowaniu czasu pracy fabryki. Możemy wyodrębnić dwie funkcje oceny: zysk osiągnięty na przestrzeni trzech miesięcy oraz całkowity czas pracy przedsiębiorstwa w przeciągu tych miesięcy. Funkcja celu będzie zatem posiadać postać:

Dodatkowo z racji tego, że wartość jest o dwa rzędy wielkości mniejsza od postanowiono przeskalować ją poprzez przemnożenie przez 100. Dzięki temu możliwe było sprawne skalowanie funkcji ocen przy mniejszych różnicach wag . Zatem ostateczna postać funkcji celu to:

## Model Ampl

W opracowaniu tym przedstawiony kod AMPL prezentuje jedynie zmiany wprowadzone względem modelu. Poprzez wprowadzenie funkcji celu i skalaryzacji. Pliki z pełnym kodem modelu, danych oraz plik uruchomieniowy zawierający zdefiniowaną funkcje celu w języku AMPL zostały załączone do sprawozdania.

Listing 5 Plik uruchomieniowy ze zdefiniowaną funkcją celu

# Konfiguracja modelu

# ----------------------------------------------------

reset;

model prod.mod ;

data prod.dat ;

# Model

# ----------------------------------------------------------

param w1 >= 0;

param w2 >= 0;

# Funkcja celu

# ----------------------------------------------------------

maximize FC : w1 \* profit - w2 \* 100 \* complateFactoryWorkTime;

objective FC;

# Inicjalizacja wag

# ----------------------------------------------------------

let w1 := 0.8; # waga dla funkcji oceny zysku

let w2 := 0.2; # waga dla funkcji oceny czasu pracy

# Obliczenia

# ----------------------------------------------------------

option solver cplex ;

solve;

# Wyniki

# ----------------------------------------------------------

printf "\n#################################################\n";

display profit;

display complateFactoryWorkTime;

display FC;

## Rozwiązanie

Rozwiązanie przy wagach 0,8 i 0,2 dla odpowiednio funkcji oceny zysku i funkcji oceny czasu pracy wygląda następująco:

Listing 6 Rozwiązanie przy wadze 0.8 dla funkcji oceny zysku i 0.2 dla funkcji oceny czasu pracy

CPLEX 12.9.0.0: optimal integer solution; objective 31890

16 MIP simplex iterations

0 branch-and-bound nodes

#################################################

produced [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 500 600 350

P2 1000 500 650

P3 300 200 50

P4 300 0 50

P5 800 400 550

P6 200 300 450

P7 0 0 50

;

sold [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 500 600 300

P2 1000 500 600

P3 300 200 0

P4 300 0 0

P5 800 400 500

P6 200 300 400

P7 0 0 0

;

stored [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 0 0 50

P2 0 0 50

P3 0 0 50

P4 0 0 50

P5 0 0 50

P6 0 0 50

P7 0 0 50

;

profit = 58425

complateFactoryWorkTime = 742.5

FC = 31890

Jak widać na załączonym listingu przy tak dobranych wagach i parametrach modelu jesteśmy w stanie osiągnąć zysk w przeciągu trzech miesięcy na poziomie 58 425 zł i będzie to wymagało pracy fabryki przez 742,5 h w przeciągu trzech miesięcy.

Przy czym warto zauważyć, że wszystkie założenia zostały spełnione. W ostatnim miesiącu zostało zmagazynowane 50 sztuk produktów każdego rodzaju. A jednocześnie udało się wyprodukować maksymalną ilość możliwych sztuk produktów narzuconą przez ograniczenia rynkowe na liczbę sprzedawanych produktów w miesiącu za wyjątkiem produktu P7. Okazuje się, że jego produkcja jest nie proporcjonalnie wysoce czasochłonna do możliwych do uzyskania zysków z jego sprzedaży. Oznacza to, że zostały jeszcze wolne moce przerobowe. Z dokładniejszej analizy czasu pracy wynika, że maksymalna liczba roboczogodzin w miesiącu wynosi 384. Podczas, gdy czas faktyczny czas pracy przedsiębiorstwa wynosi w kolejnych miesiącach poczynając od stycznia 307,5 godzin, 207,5 godzin w lutym i 227,5 godziny w marcu.

* Maksymalizacja zysku przy jednoczesnym minimalizowaniu czasu pracy

Listing 7 Rozwiązanie zysk przy wadze 1 dla funkcji oceny zysku i 1 dla funkcji oceny czasu pracy

CPLEX 12.9.0.0: optimal integer solution within mipgap or absmipgap; objective 8929.5

1789 MIP simplex iterations

975 branch-and-bound nodes

absmipgap = 0.885438, relmipgap = 9.91587e-05

#################################################

produced [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 407 1 47

P2 8 24 18

P3 348 152 50

P4 299 0 50

P5 800 400 550

P6 185 128 179

P7 0 1 49

;

sold [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 405 0 0

P2 0 0 0

P3 300 200 0

P4 299 0 0

P5 800 400 500

P6 185 128 129

P7 0 0 0

;

stored [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 2 3 50

P2 8 32 50

P3 48 0 50

P4 0 0 50

P5 0 0 50

P6 0 0 50

P7 0 1 50

;

profit = 31702

complateFactoryWorkTime = 227.725

FC = 8929.5

Jak widać na załączonym listingu przy tak dobranych wagach i parametrach modelu jesteśmy w stanie osiągnąć zysk w przeciągu trzech miesięcy na poziomie 31 702 zł i będzie to wymagało pracy fabryki przez 227,25 h w przeciągu trzech miesięcy.

* Maksymalizacja zysku przy jednoczesnym zaniedbaniu funkcji czasu pracy

Listing 8 Rozwiązanie maksymalizujące zysk przy wadze 1 dla funkcji oceny zysku i 0.01 dla funkcji oceny czasu pracy

CPLEX 12.8.0.0: optimal integer solution; objective 58688.75

16 MIP simplex iterations

0 branch-and-bound nodes

#################################################

produced [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 500 600 350

P2 1000 500 650

P3 300 200 50

P4 300 0 50

P5 800 400 550

P6 200 300 450

P7 100 150 150

;

sold [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 500 600 300

P2 1000 500 600

P3 300 200 0

P4 300 0 0

P5 800 400 500

P6 200 300 400

P7 100 150 100

;

stored [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 0 0 50

P2 0 0 50

P3 0 0 50

P4 0 0 50

P5 0 0 50

P6 0 0 50

P7 0 0 50

;

profit = 59475

complateFactoryWorkTime = 786.25

FC = 58688.8

Jak widać na załączonym listingu przy tak dobranych wagach i parametrach modelu jesteśmy w stanie osiągnąć zysk w przeciągu trzech miesięcy na poziomie 59 475 zł i będzie to wymagało pracy fabryki przez 786,25 h w przeciągu trzech miesięcy.

W porównaniu do wyników optymalizacji z poprzednimi wartościami parametrów tym razem udało się osiągnąć maksymalną wartość sprzedaży dla każdego rodzaju produktu, Jednak, że wzrost dochodów jest dość nieznaczny bo ok. 1000 zł natomiast czas pracy wzrósł aż o 43,75 godzin. W ujęciu na poszczególne miesiące wygląda to następująco 320 godzin pracy przedsiębiorstwa w styczniu, 226.25 godzin w lutym i 240 godzin w marcu.

* Minimalizacja czasu pracy przedsiębiorstwa przy jednoczesnym zaniedbaniu funkcji zysku

Listing 9 Rozwiązanie minimalizujące czas pracy przedsiębiorstwa przy wadze 0.01 dla funkcji oceny zysku i 1 dla funkcji oceny czasu pracy

CPLEX 12.8.0.0: optimal integer solution within mipgap or absmipgap; objective -2997.225

43 MIP simplex iterations

0 branch-and-bound nodes

absmipgap = 0.0725051, relmipgap = 2.41907e-05

#################################################

produced [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 0 0 50

P2 0 3 47

P3 0 12 50

P4 0 0 50

P5 0 30 53

P6 0 10 40

P7 0 0 50

;

sold [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 0 0 0

P2 0 0 0

P3 0 12 0

P4 0 0 0

P5 0 30 3

P6 0 0 0

P7 0 0 0

;

stored [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 0 0 50

P2 0 3 50

P3 0 0 50

P4 0 0 50

P5 0 0 50

P6 0 10 50

P7 0 0 50

;

profit = 277.5

complateFactoryWorkTime = 30

FC = -2997.22

Dla tak dobranych parametrów fabryka pracuje 30 godzin w przeciągu których jest w stanie wyprodukować zysk 277,5 zł oraz produkuje 50 sztuk każdego produktu, który będzie mogła przeznaczyć na przechowanie w magazynie.

## Obraz zbioru rozwiązań

Aby przedstawić wartości rozwiązań efektywnych dla różnych wartości wag wyznaczono wykres przedstawiający zmienność wartość funkcji oceny zysk oraz czas pracy przedsiębiorstwa w zależności od stosunku wagi w1 do wagi w2 . Dla każdej z wyznaczonej pary wag w1, w2 rozwiązano zadanie wielokryterialne za pomocą modelu i skryptu stworzonego w języku AMPL, który został przedstawiony w podrozdziale 4.1 i 4.2.

Rysunek Wykres funkcji oceny zysku

Rysunek 2 Wykres funkcji oceny czasu pracy przedsiębiorstwa

Aby nie zaciemniać wyników przedstawione wykresy przedstawiają jedynie rozwiązania efektywne w zakresie od 0,25 do 5,25 stosunku w1 do w2. Zakres ten jest jednocześnie obszarem największej zmienności funkcji.

Na kolejnym wykresie przedstawiono wartości funkcji celu w zależności od stosunku w1 do w2.

Rysunek 3 Wykres wartości osiąganych przez funkcja celu

# Analiza zagadnienia przeprowadzona metodą ważonego programowania celowego

## Model Matematyczny

Dla rozwiązania zagadnienia optymalizacji wielokryterialnej przy wykorzystaniu metody ważonego programowania celowego funkcja celu przyjmuje postać:

Przy czym i są nieujemnymi wagami odpowiadającym poszczególnym odchyleniom definiowanym jako:

Zgodnie powyższym, aby uzyskać rozwiązanie które będzie najbardziej zbliżone do punktu aspiracji ustalonego przez należy minimalizować funkcje celu.

Dodatkowo, aby zmienne i wyrażały odpowiednie odchylenie musi być spełniony warunek komplementarności

Dla zdefiniowanego w rozdziale 3 modelu zapis powyższych zależności za pomocą programowania linowego będzie wyglądał następująco.

## Model AMPL

Pełny kod AMPL rozszerzający model o metodę ważonego programowania celowego został dołączony do tego sprawozdania.

Listing Model rozszerzony o metodę ważonego programowania celowego

# Parametry

# ----------------------------------------------------------

param ae;

param acttp;

param wep;

param wem;

param wcttpp;

param wcttpm;

# Zmienne

# ----------------------------------------------------------

var dem >= 0;

var dep >= 0;

var dcttpm >= 0;

var dcttpp >= 0;

var z = wep \* dep + wem \* dem + wcttpp \* dcttpp + wcttpm \* dcttpm;

# Ograniczenia

# ----------------------------------------------------------

subject to PunktAspiracjiZysk:

ae = profit + dem - dep;

subject to PunktAspiracjiCzas:

acttp = complateFactoryWorkTime + dcttpm - dcttpp;

# Funkcja celu

# ----------------------------------------------------------

minimize FC : z;

objective FC;

# Inicjalizacja wag

# ----------------------------------------------------------

let ae := 60000;

let acttp := 100;

let wep := 1; #

let wem := 1; #

let wcttpp := 1; #

let wcttpm := 1; #

# Obliczenia

# ----------------------------------------------------------

option solver cplex ;

solve;

## Rozwiązanie

Rozwiązanie dla analizowanego zagadnienia przy wykorzystaniu metody ważonego programowania celowego, gdzie punkty aspiracji zostały ustawione na wartości:

1. punkt aspiracji zysk = 60000 (więcej niż jest możliwe do uzyskania przy bieżących parametrach wejściowych)
2. punkt aspiracji dla czasu produkcji = 100 (mniej niż jest potrzebne, aby zmaksymalizować zysk)

Natomiast wartość wag wynosiła 1.

Listing 11 Rozwiązanie dla metody ważonego programowania celowego (punkt aspiracji dla zysku = 60000; punkt aspiracji dla czasu produkcji = 100)

CPLEX 12.8.0.0: optimal integer solution; objective 1211.25

16 MIP simplex iterations

0 branch-and-bound nodes

#################################################

produced [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 500 600 350

P2 1000 500 650

P3 300 200 50

P4 300 0 50

P5 800 400 550

P6 200 300 450

P7 100 150 150

;

sold [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 500 600 300

P2 1000 500 600

P3 300 200 0

P4 300 0 0

P5 800 400 500

P6 200 300 400

P7 100 150 100

;

stored [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 0 0 50

P2 0 0 50

P3 0 0 50

P4 0 0 50

P5 0 0 50

P6 0 0 50

P7 0 0 50

;

profit = 59475

complateFactoryWorkTime = 786.25

FC = 1211.25

A zatem przy tak dobranych parametrach wyniki są identyczne do wyników otrzymanych przy wykorzystaniu metody ważenia ocen z maksymalizacją zysku i minimalizacją czasu pracy przy niewielkiej wadze.

Warto również rozważyć sytuacje kiedy to waga i będą znacznie większe od i .

Wtedy też:

Listing 12 Rozwiązanie dla metody ważonego programowania celowego (punkt aspiracji dla zysku = 60000; punkt aspiracji dla czasu produkcji = 100)

CPLEX 12.8.0.0: optimal integer solution within mipgap or absmipgap; objective 41071

125 MIP simplex iterations

35 branch-and-bound nodes

absmipgap = 2.17144, relmipgap = 5.28704e-05

#################################################

produced [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 406 1 50

P2 9 25 16

P3 347 153 50

P4 300 0 50

P5 800 401 549

P6 185 128 179

P7 1 0 49

;

sold [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 406 1 0

P2 0 0 0

P3 300 200 0

P4 300 0 0

P5 800 400 500

P6 185 128 129

P7 0 0 0

;

stored [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 0 0 50

P2 9 34 50

P3 47 0 50

P4 0 0 50

P5 0 1 50

P6 0 0 50

P7 1 1 50

;

profit = 31726.5

complateFactoryWorkTime = 227.975

FC = 41071

Jak widać wyniki się w tym momencie zmieniły z racji tego, że wraz ze zwiększeniem wag dla funkcji oceny czasu pracy algorytm optymalizacji większą wagę przykłada do zminimalizowania funkcji czasu, a niżeli do maksymalizacji zysku.

Innym przypadkiem wartym analizy jest sytuacja kiedy obydwa punkty aspiracji będą znajdywały się w zakresie dopuszczalnych wartości funkcji ocen. Niech parametry zostaną ustawione na następujące wartości:

1. punkt aspiracji zysk = 40000
2. punkt aspiracji dla czasu produkcji = 400

Natomiast wartość wag wynosiła 1.

Listing 13 Rozwiązanie dla metody ważonego programowania celowego (punkt aspiracji dla zysku = 40000; punkt aspiracji dla czasu produkcji = 400)

CPLEX 12.8.0.0: optimal integer solution; objective 0

40 MIP simplex iterations

0 branch-and-bound nodes

#################################################

produced [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 600 0 350

P2 386 0 0

P3 300 300 0

P4 300 50 0

P5 747 500 550

P6 200 242 271

P7 100 0 0

;

sold [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 500 100 300

P2 336 0 0

P3 300 200 0

P4 300 0 0

P5 747 400 500

P6 200 142 321

P7 0 50 0

;

stored [\*,\*]

: JAN FEB MAR :=

P1 100 0 50

P2 50 50 50

P3 0 50 50

P4 0 50 50

P5 0 0 50

P6 0 100 50

P7 100 50 50

;

profit = 40000

complateFactoryWorkTime = 400

FC = 0

Jak widać w przypadku kiedy punkt aspiracji mieści się w zakresie możliwych do osiągnięcia punktów ocen algorytm stara się go osiągnąć i jeżeli nie stoi to w sprzeczności z innymi funkcjami ocen to zostaje on wyznaczony jako rozwiązanie. Może to prowadzić do nie oczekiwanych wyników które nie koniecznie maksymalizują zysk, a jedynie osiągają wartość punktu aspiracji. Skutkiem tego są dość nie oczekiwane działania.

# Porównanie metody ważenia ocen z metodą ważonego programowania celowego

Zgodnie z przedstawionymi wcześniej wynikami metoda ważenia ocen jest sterowana jedynie poprzez wagi co prowadzi do wyznaczenia rozwiązania efektywnego. Jednak, że sterowanie wyborem rozwiązania jest znacznie trudniejsze i mniej intuicyjne dla decydenta, a niżeli przy wykorzystaniu metody ważonego programowania celowego.

Inną z zalet metody ważonego programowania celowego jest możliwość, przeglądu wszystkich dopuszczalnych wartości funkcji ocen. Jednak, że w przypadku nie znajomości wielkości przestrzeni ocen może to prowadzić do wyznaczenia zdominowanego wektora ocen.

Podsumowując, dzięki łatwości sterowania oraz większej liczbie możliwości kalibracji metody ważonego programowania celowego podczas wyznaczania rozwiązania jest ona znacznie potężniejszym narzędziem w rękach decydenta, a niżeli metoda ważenia ocen.

# Załączniki

1. prod.mod – plik modelu w języku AMPL
2. prod.dat – plik z danymi dla modelu w języku AMPL
3. prod\_m1.run – plik uruchomieniowy z zaimplementowaną metodą ważenia ocen
4. prod\_m2.run – plik uruchomieniowy z zaimplementowaną metodą ważonego programowania celowego