Projekt

Optymalizacja we Wspomaganiu Decyzji

Daniel Petrykowski

279 115

15.11.2019

# Spis treści

[1. Treść zadania 3](#_Toc9253059)

[2. Wstęp Teoretyczny 4](#_Toc9253060)

[3. Generacja Scenariuszy 5](#_Toc9253061)

[4. Jednokryterialny model wyboru w warunkach ryzyka z wartością oczekiwana jako miara zysku 7](#_Toc9253062)

[4.1. Model Matematyczny 7](#_Toc9253063)

[4.1.1. Zbiory indeksowe 7](#_Toc9253064)

[4.1.2. Parametry 7](#_Toc9253065)

[4.1.3. Zmienne 7](#_Toc9253066)

[4.1.4. Ograniczenia 8](#_Toc9253067)

[4.1.5. Funkcja celu 8](#_Toc9253068)

[4.2. Model AMPL 9](#_Toc9253069)

[4.3. Rozwiązanie 12](#_Toc9253070)

[5. Dwukryterialny model zysku i ryzyka z wartością oczekiwana jako miara zysku i odchyleniem maksymalnym jako miara ryzyka 13](#_Toc9253071)

[5.1. Model Matematyczny 13](#_Toc9253072)

[5.1.1. Zbiory indeksowe 13](#_Toc9253073)

[5.1.2. Parametry 13](#_Toc9253074)

[5.1.3. Zmienne 13](#_Toc9253075)

[5.1.4. Ograniczenia 14](#_Toc9253076)

[5.1.5. Funkcja celu 14](#_Toc9253077)

[5.1.6. Generacja rozwiązań efektywnych 14](#_Toc9253078)

[5.2. Model Ampl 15](#_Toc9253079)

[5.3. Rozwiązanie 16](#_Toc9253080)

[5.4. Obraz zbioru rozwiązań efektywnych w przestrzeni ryzyko-zysk 19](#_Toc9253081)

[5.5. Relacja dominacji stochastycznej pierwszego rzędu 20](#_Toc9253082)

[6. Dodatek A – Poprawiona miara ryzyka 21](#_Toc9253083)

[6.1. Model Matematyczny 21](#_Toc9253084)

[6.2. Model AMPL 21](#_Toc9253085)

[6.3. Rozwiązanie 22](#_Toc9253086)

[6.4. Obraz zbioru rozwiązań efektywnych w przestrzeni ryzyko-zysk 23](#_Toc9253087)

[6.5. Relacja dominacji stochastycznej pierwszego rzędu 24](#_Toc9253088)

[Załączniki 25](#_Toc9253089)

# Treść zadania

**OWD AK22**

Rozważamy następujące uproszczone zagadnienia optymalnego planowania produkcji:

* Przedsiębiorstwo rozpatruje możliwość podjęcia dodatkowej działalności, polegającej na produkcji i sprzedaży 7 produktów P1, …, P7 w ciągu najbliższych 3 miesięcy.
* Produkty są wytwarzane na następujących maszynach: 4 szlifierkach, 2 wiertarkach pionowych, 3 wiertarkach poziomych, 1 frezarce i 1 tokarce. Z każdym produktem związana jest marża ( w zł/sztukę). Marża oraz wymagane czasy produkcji 1 sztuki produktu (w godzinach) w danym procesie obróbki zostały przedstawione w poniższej tabeli:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | P1 | P2 | P3 | P4 | P5 | P6 | P7 |
| Marża | 10 | 6 | 8 | 4 | 11 | 9 | 3 |
| Szlifowanie | 0,5 | 0,7 | --- | --- | 0,3 | 0,2 | 0,5 |
| Wiercenie pionowe | 0,1 | 0,2 | --- | 0,3 | --- | 0,6 | --- |
| Wiercenie poziome | 0,2 | --- | 0,8 | --- | --- | --- | 0,6 |
| Frezowanie | 0,05 | 0,03 | --- | 0,07 | 0,1 | --- | 0,08 |
| Toczenie | --- | --- | 0,01 | --- | 0,05 | --- | 0,05 |

* Istnieją ograniczenia rynkowe na liczbę sprzedawanych produktów w danym miesiącu. Są one następujące:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | P1 | P2 | P3 | P4 | P5 | P6 | P7 |
| Styczeń | 500 | 1000 | 300 | 300 | 800 | 200 | 100 |
| Luty | 600 | 500 | 200 | 0 | 400 | 300 | 150 |
| Marzec | 300 | 600 | 0 | 0 | 500 | 400 | 100 |

* Istnieje możliwość składowania do 100 sztuk każdego produktu w danym czasie w cenie 0,5 zł/sztukę za miesiąc. Pod koniec marca wymagane jest posiadanie zapasu 50 sztuk każdego produktu.
* Należy osiągnąć możliwie największy zysk przy jak najkrótszym czasie pracy przedsiębiorstwa. Można założyć, że maksymalny czas pracy przedsiębiorstwa to 24 dni w miesiącu (6 dni w tygodniu) w systemie dwóch zmian po 8 godzin każda.

Celem projektu jest symulacja pełnej interaktywnej analizy zagadnienia przeprowadzonej metodami ważenia ocen i ważonego programowania celowego. Forma sprawozdania to raport, który powinien zawierać:

1. Analityczne sformułowanie modelu. Specyfikację problemu decyzyjnego z dookreśleniem wszystkich elementów. Określenie zmiennych decyzyjnych, ograniczeń i kryteriów.
2. Sformułowanie modelu w postaci do rozwiązania z wykorzystaniem dowolnego narzędzia/środowiska implementacji. Wyniki symulacji pełnej interaktywnej analizy zagadnienia przeprowadzonej wskazanymi metodami. Interpretację wyników w terminach oryginalnego modelu
3. Porównanie wskazanych metod

# Wstęp Teoretyczny

Zadanie przedstawione w punkcie 1 tyczy się klasycznego problemu wyboru optymalnego portfela inwestycji. W ogólny podejściu decydent jest postawiony przed problemem podziału kapitału pomiędzy wybrane inwestycje i skonstruowaniu w ten sposób portfela inwestycyjnego na który składają się udziały z poszczególnych inwestycji. Wyboru tego dokonuje się na podstawie zmiennych losowych odzwierciedlających przyszłe stopy zwrotu dla poszczególnych walorów. W przypadku rozważanym w tej pracy zmienna losowa ma postać zmiennej dyskretnej (*i* – scenariusz, *j* – walor) i określa poziom stopy zwrotu z waloru *j*, dla scenariusza *i*. Pozwala to na zdefiniowanie powyższych informacji w postaci macierzy , w której kolumny odpowiadają poszczególnym walorom, natomiast wiersze scenariuszom.

Dla tak uogólnionego problemu zadanie to sprowadza się do problemu wyboru   
w warunkach ryzyka wyrażonego w postaci zagadnienia wielokryterialnego:

gdzie poszczególne funkcje oceny określają zwrot z portfela dla scenariusza *i*. Przy czym wektor zmiennych decyzyjnych *x* określa udział poszczególnych walorów w portfelu inwestycyjnym.

W przypadku kiedy wartość oczekiwaną zwrotu portfela określimy jako:

gdzie są wartościami oczekiwanymi zwrotów poszczególnych walorów, to możemy na tej podstawie szukać rozwiązania zadania wielokryterialnego, w którym funkcją celu będzie wartość oczekiwana zwrotu z portfela, która będzie poddana maksymalizacji.

Tego typu problem jest rozważany w rozdziale 4.

Współcześnie jednak o wiele częściej problem wyboru optymalnego portfela inwestycyjnego bazuje na podejściu Markowitza i oparty jest o dwukryterialny model średniej i ryzyka, gdzie średnia jest maksymalizowana, a pewna miara ryzyka minimalizowana. Problem ten można zapisać jako:

# Analityczne sformułowanie modelu

## Model Matematyczny

### Zbiory indeksowe

|  |  |
| --- | --- |
| **Zmienne** | **Opis** |
|  | Zbiór wytwarzanych produktów |
|  | Zbiór dostępnych narzędzi |
|  | Zbiór kolejnych miesięcy dla których przeprowadzana jest analiza |

### Parametry

|  |  |
| --- | --- |
| **Parametry** | **Opis** |
|  | Liczba narzędzi typu t [szt] |
|  | Czas pracy maszyny typu t przy produkcji jednej sztuki produktu p [godz] |
|  | Limit sprzedaży produktu typu p w miesiącu m [szt] |
|  | Marża na produkt p [zł/szt] |
|  | Pojemność magazynu [szt] |
|  | Koszt magazynowania pojedynczej sztuki dowolnego produktu przez miesiąc [zł] |
|  | Wielkość wymaganego zapasu każdego produktu pod koniec trzeciego miesiąca |
|  | Liczba dni pracujących w miesiącu [d] |
|  | Liczba zmian w każdym dniu roboczym |
|  | Czas trwania zmiany [godz] |
|  | Liczba godzin pracujących w miesiącu [godz] |
|  | Dostępny czas pracy narzędzia t w każdym miesiącu [godz] |

### Zmienne

|  |  |
| --- | --- |
| **Zmienne** | **Opis** |
|  | Liczba sztuk produktu p wyprodukowanych w miesiącu m [szt] |
|  | Liczba sztuk produktu p dostępna do sprzedaży  w pierwszym miesiącu [szt] |
|  | Liczba sztuk produktu p dostępna do sprzedaży  w miesiącu m (wyprodukowane w miesiącu m + zmagazynowane w miesiącu m-1) |
|  | Liczba sztuk produktu p sprzedanych w miesiącu m [szt] |
|  | Całkowita liczba sprzedanych sztuk produktu p [szt] |
|  | Liczba sztuk produktu p zmagazynowanych w miesiącu m [szt] |
|  | Całkowity koszt wykorzystania magazynów [zł] |
|  | Czas pracy narzędzia t w miesiącu m [godz] |
|  | Zysk całkowity ze sprzedaży produktów [zł] |
|  | Czas trwania poszczególnych faz obróbki przy wykorzystaniu narzędzia t w danym miesiącu m [godz] |
|  | Czas pracy przedsiębiorstwa w danym miesiącu m [godz] |
|  | Całkowity czas pracy przedsiębiorstwa w przeciągu trzech miesięcy [godz] |

Przyjęto, że wszystkie narzędzia są w stanie pracować nieprzerwanie i jednocześnie. Oznacza to, że czas pracy przedsiębiorstwa w danym miesiącu będzie równy najdłuższemu czasowi trwania pracy narzędzi w tym miesiącu podczas danej fazy obróbki.

Do zmiennych decyzyjnych należy zmienna określająca liczbę sztuk produktu   
p wyprodukowanych w miesiącu m oraz zmienna określająca liczbę sztuk produktu p sprzedanych w miesiącu m. Pośrednio od tych zmiennych zależy natomiast zmienna określająca ile produktów każdego typu będzie zmagazynowanych w danym miesiącu.

### Ograniczenia

|  |  |
| --- | --- |
| **Ograniczenia** | **Opis** |
|  | Ograniczenie rynkowe sprzedawanych produktów |
|  | Ograniczenie sprzedaży produktów  w kolejnych miesiącach w zależności od ilości dostępnego produktu |
|  | Ograniczenie pojemności magazynów |
|  | Ograniczenie wykorzystania czasu pracy narzędzi w danym miesiącu |
|  | Wymóg zgromadzenia odpowiedniej ilości sztuk każdego produktu p na koniec trzeciego miesiąca |
|  | Czas pracy przedsiębiorstwa jest równy najdłuższemu czasowi prac narzędzi podczas danej fazy obróbki w danym miesiącu |

### Funkcja celu

Jako funkcje celu przyjęto maksymalizacje zysku e, przy jednoczesnym minimalizowaniu czasu pracy przedsiębiorstwa

## Model AMPL

Plik modelu i danych z pełnym kodem stworzonym w AMPL zostały dołączone do tego sprawozdania. Poniżej natomiast zostały przedstawione główne fragmenty modelu.

Listing Model jednokryterialne - zdefiniowane zbiory

#--------------------------------------------------------------------------------

# Zbiory

#--------------------------------------------------------------------------------

# Zbiór produkowanych produktów

set PRODUCTS;

# Zbiór dostępnych narzędzi

set TOOLS;

# Zbiór miesięcy, dla których jest przeprowadzana analiza

set MONTHS ordered;

Listing Model jednokryterialne - zdefiniowane parametry

#-------------------------------------------------------------------------------

# Parametry

#-------------------------------------------------------------------------------

# Liczba każdego z narzędzi

param toolCount { TOOLS } >= 1;

# Marża na każdy z produktów [pln/szt]

param expectedProfitPerUnit { PRODUCTS } >= 0;

# Czas pracy narzędzia t podczas produkcji produktu p

param toolTimePerUnit {TOOLS , PRODUCTS } >= 0;

# Ograniczenie rynkowe produktu p w miesiącu m

param salesMarketLimit {MONTHS , PRODUCTS} >= 0;

# Limit pojemności magazunu na produt p

param storageLimit { PRODUCTS } >= 0;

# Koszt magazynowania jednego produktu [pln]

param storageUnitCost >= 0;

# Wymagana ilość zapasu produktów pod koniec 3 miesiąca

param storageRequirInThirdM >= 0;

# Dni w miesiącu

param daysPerMonth >= 1;

# Liczba zmian wciągu dnia

param shiftsPerDay >= 2;

# Czas trwania zmiany

param hoursPerShift >= 8;

# Robotogodziny w miesiącu

param workHoursPerMonth = daysPerMonth \* shiftsPerDay \* hoursPerShift ;

# Dostępny czas pracy narzędzia t w miesiącu m

param availableToolTime {t in TOOLS } = toolCount [t]\* workHoursPerMonth;

Listing Model jednokryterialne - zdefiniowane zmienne

#----------------------------------------------------------------------------

# Zmienne

#----------------------------------------------------------------------------

# Liczba wyprodukowanych produktów p w miesiącu m

var produced {PRODUCTS, MONTHS } >= 0 integer ;

# Liczba sprzedanych produktów p w miesiącu m

var sold {PRODUCTS, MONTHS } >= 0 integer ;

# Liczba dostępnych do sprzedaży produktów p w miesiącu m

var availableProducts {p in PRODUCTS, m in MONTHS} integer >=0;

# Liczba produktów p zmagazynowanych w miesiącu m

var stored {p in PRODUCTS, m in MONTHS} integer >= 0;

# Całkowita liczba sprzedanych produktów p

var totalSold {p in PRODUCTS } = sum {m in MONTHS } sold [p, m];

# Koszt magazynowania wszystkich produktów w miesiącu m

var monthlyStorageCost {m in MONTHS} = (sum {p in PRODUCTS} stored[p, m])\*storageUnitCost;

# Całkowity koszt magazynowania produktów

var totalCostStorege = sum {m in MONTHS} monthlyStorageCost[m];

# Czas pracy narzędzia t w miesiącu m

var monthlyTimeWorkTool {t in TOOLS, m in MONTHS} = sum {p in PRODUCTS} produced[p,m]\*toolTimePerUnit[t,p];

# Zysk ze sprzedaży - Przychody

var expectedSalesProfit = sum {p in PRODUCTS} totalSold[p]\*expectedProfitPerUnit[p];

# Dochody

var profit = expectedSalesProfit - totalCostStorege;

# Czas trwania poszczególych faz obróbki w miesiącu magazunu

var prodProcessingTime {t in TOOLS, m in MONTHS} = monthlyTimeWorkTool[t, m] / toolCount[t];

# Czas pracy przedsiębiorstwa w danym miesiącu m

var factoryWorkTime {m in MONTHS} >= 0;

# Całkowity czas pracy przedsiębiorstwa w przeciągu trzech miesięcy

var complateFactoryWorkTime = sum {m in MONTHS} factoryWorkTime[m];

Listing 4 Model jednokryterialne - ograniczenia

# --------------------------------------------------------------------------

# Ograniczenia

#---------------------------------------------------------------------------

# Ograniczenie magazynowe na sprzedaż produktów

subject to SalesLimit {p in PRODUCTS, m in MONTHS}:

sold[p,m] <= availableProducts[p,m];

# Ograniczenie pojemności magazynowej

subject to StorageLimit {m in MONTHS, p in PRODUCTS}:

stored[p,m] <= storageLimit[p];

# Ograniczenie rynkowe na sprzedaż produktów

subject to SalesMarketLimit {m in MONTHS, p in PRODUCTS}:

sold[p,m] <= salesMarketLimit[m,p];

# Ograniczenie czasu pracy narzędzi w miesiącu

subject to ToolWorkTime {m in MONTHS, t in TOOLS}:

monthlyTimeWorkTool[t,m] <= availableToolTime[t];

#Wymaganie zgromadzenia odpowiedniej ilości sztuk każdego produktu p na koniec trzeciego miesiąca

subject to StoredRequirement {p in PRODUCTS}:

stored[p, last(MONTHS)] = storageRequirInThirdM;

# Liczba dostępnych produktów w pierwszym miesiącu

subject to firstMounthAvailableProducts {p in PRODUCTS}:

availableProducts[p,first(MONTHS)] = produced[p, first(MONTHS)];

# Liczba dostępnych produktów po pierwszym miesiacu

subject to anotherMounthAvailableProducts { p in PRODUCTS, m in MONTHS: m!= first(MONTHS)}:

availableProducts[p,m] = produced[p, m] + stored[p,prev(m)];

# Liczba przechowywanych przedmiotów

subject to Stored {p in PRODUCTS, m in MONTHS}:

stored[p,m] <= (availableProducts[p,m]-sold[p,m]);

# Czas produkcji maksyamlana wartość z prodProcessingTime

subject to FactoryWorkTime {m in MONTHS, t in TOOLS}:

factoryWorkTime[m] >= prodProcessingTime[t,m];

# Analiza zagadnienia przeprowadzona metodą ważenia ocen

## Model Matematyczny

Metoda ważenia ocen:

Dla dowolnych wag rozwiązanie optymalne zadania ważonego jest rozwiązaniem efektywnym zadania wielokryterialnego.

### Parametry

|  |  |
| --- | --- |
| **Zmienne** | **Opis** |
|  | Waga oceny |

### Ograniczenia

|  |  |
| --- | --- |
| **Ograniczenia** | **Opis** |
|  | Wagi muszą być dodatnie |

### Funkcja celu

W rozważanym zadaniu, aby spełnić wymagania odnośnie maksymalizacji zysków przy jednoczesnym minimalizowaniu czasu pracy fabryki. Możemy wyodrębnić dwie funkcje oceny: zysk osiągnięty na przestrzeni trzech miesięcy oraz całkowity czas pracy przedsiębiorstwa w przeciągu tych miesięcy. Funkcja celu będzie zatem posiadać postać:

### Generacja rozwiązań efektywnych

Analizowane zadanie jest typowym problemem wyboru portfela inwestycji zgodnie   
z pracą przedstawioną przez Markowitza. Można go przedstawić w postaci dwukryterialnego modelu średniej i ryzyka (MR). W klasycznym podejściu średnia zostaje poddana maksymalizacji, natomiast ryzyko minimalizacji, co sprowadza problem do:

W celu wygenerowania obrazu zbioru rozwiązań efektywnych w przestrzeni   
ryzyko–zysk wymagany w puncie 2a zadania, najkorzystniejszym podejściem będzie określenie wymaganego poziomu średniej i minimalizacji miary ryzyka :

Zapis modelu w języku AMPL do generacji rozwiązań efektywnych został zaprezentowany na listingu 12.

## Model Ampl

W opracowaniu tym przedstawiony kod AMPL dla modelu dwukryterialnego prezentuje jedynie zmiany wprowadzone względem modelu jednokryterialnego. Pełny kod modelu   
i danych zawierają pliki two.mod, two.dat załączone do sprawozdania.

Listing Model dwukryterialny - dodefiniowane parametry względem modelu jednokryterialnego

# Dochody ze sprzedaży dla każdego scenariusza [pln/szt]

param scenarioProfitPerUnit {SCENARIOS, PRODUCTS};

Listing Model dwukryterialny - dodefiniowane zmienne względem modelu jednokryterialnego

# Dochody w danym scenariuszu

var scenarioSalesProfit {s in SCENARIOS} =

sum {p in PRODUCTS} totalSold[p]\*scenarioProfitPerUnit[s, p];

var scenarioProfit {s in SCENARIOS} =

scenarioSalesProfit[s] - totalCostStorege;

# Ryzyko

var maxDeviation;

var deviationPlus {s in SCENARIOS} = expectedProfit - scenarioProfit[s];

var deviationMinus {s in SCENARIOS} = - expectedProfit + scenarioProfit[s];

Listing Model dwukryterialny - dodefiniowane ograniczenia względem modelu jednokryterialnego

# Ograniczenia dla linearyzacji maksymalnego odchylenia ryzyka

subject to LimitDeviationPlus {s in SCENARIOS}:

maxDeviation >= deviationPlus[s];

subject to LimitDeviationMinus {s in SCENARIOS}:

maxDeviation >= deviationMinus[s];

Listing Model dwukryterialny - zapis w języku AMPL warunków na generacje rozwiązań efektywnych przy określonym minimalnym poziomie oczekiwanego zysku

param minEspectProfit;

let minEspectProfit := 14530;

subject to EspectLimit:

expectedProfit >= minEspectProfit;

var z = maxDeviation;

minimize Espect: z;

## Rozwiązanie

Rozwiązanie przy zadanym poziomie oczekiwanego zysku równym 9000 [PLN] i jednoczesnej minimalizacji ryzyka, będzie prezentowało się następująco:

Listing Rozwiązanie przy zadanym poziomie minimalnego oczekiwanego zysku 9000 [PLN]; ryzyko minimalizowane

#################################################

CPLEX 12.8.0.0: timelimit=180

<BREAK> (cplex)

CPLEX solution status 13 with fixed integers:

aborted in phase II

CPLEX 12.8.0.0: aborted, integer solution exists; objective 1645.727143

382756 MIP simplex iterations

362401 branch-and-bound nodes

absmipgap = 0.373558, relmipgap = 0.000226986

produced :=

P1 JAN 200

P1 FEB 61

P1 MAR 0

P2 JAN 0

P2 FEB 100

P2 MAR 71

P3 JAN 100

P3 FEB 94

P3 MAR 0

P4 JAN 200

P4 FEB 200

P4 MAR 200

;

sold :=

P1 JAN 200

P1 FEB 61

P1 MAR 0

P2 JAN 0

P2 FEB 100

P2 MAR 71

P3 JAN 100

P3 FEB 94

P3 MAR 0

P4 JAN 200

P4 FEB 200

P4 MAR 200

;

stored :=

P1 JAN 0

P1 FEB 0

P1 MAR 0

P2 JAN 0

P2 FEB 0

P2 MAR 0

P3 JAN 0

P3 FEB 0

P3 MAR 0

P4 JAN 0

P4 FEB 0

P4 MAR 0

;

Profit: 9000.240219

Risk: 1645.727143

Na potrzebę zadania z punktu 2a zasadnym jest wpierw wygenerowanie współrzędnych dwóch charakterystycznych punktów ze zbioru rozwiązań efektywnych. Pierwszy z nich powinien zostać wygenerowany przy maksymalizacji zysku, natomiast drugi przy minimalizacji ryzyka.

* Maksymalizacja zysku

Listing Rozwiązanie maksymalizujące zysk (bez ograniczeń na oczekiwany poziom zysku)

#################################################

CPLEX 12.8.0.0: timelimit=180

CPLEX 12.8.0.0: optimal integer solution; objective 14530.66221

0 MIP simplex iterations

0 branch-and-bound nodes

produced :=

P1 JAN 200

P1 FEB 300

P1 MAR 0

P2 JAN 0

P2 FEB 100

P2 MAR 300

P3 JAN 100

P3 FEB 200

P3 MAR 100

P4 JAN 200

P4 FEB 200

P4 MAR 200

;

sold :=

P1 JAN 200

P1 FEB 300

P1 MAR 0

P2 JAN 0

P2 FEB 100

P2 MAR 300

P3 JAN 100

P3 FEB 200

P3 MAR 100

P4 JAN 200

P4 FEB 200

P4 MAR 200

;

stored :=

P1 JAN 0

P1 FEB 0

P1 MAR 0

P2 JAN 0

P2 FEB 0

P2 MAR 0

P3 JAN 0

P3 FEB 0

P3 MAR 0

P4 JAN 0

P4 FEB 0

P4 MAR 0

;

Profit: 14530.662209

Risk: 3288.330246

* Minimalizacja ryzyka

Listing Rozwiązanie minimalizującej ryzyko (bez ograniczeń na oczekiwany poziom zysku)

#################################################

CPLEX 12.8.0.0: timelimit=180

CPLEX 12.8.0.0: integer unbounded ray.

0 MIP simplex iterations

0 branch-and-bound nodes

No basis.

produced :=

P1 JAN 0

P1 FEB 0

P1 MAR 0

P2 JAN 0

P2 FEB 0

P2 MAR 0

P3 JAN 0

P3 FEB 0

P3 MAR 0

P4 JAN 0

P4 FEB 0

P4 MAR 0

;

sold :=

P1 JAN 0

P1 FEB 0

P1 MAR 0

P2 JAN 0

P2 FEB 0

P2 MAR 0

P3 JAN 0

P3 FEB 0

P3 MAR 0

P4 JAN 0

P4 FEB 0

P4 MAR 0

;

stored :=

P1 JAN 0

P1 FEB 0

P1 MAR 0

P2 JAN 0

P2 FEB 0

P2 MAR 0

P3 JAN 0

P3 FEB 0

P3 MAR 0

P4 JAN 0

P4 FEB 0

P4 MAR 0

;

Profit: 0.000000

Risk: 0.000000

## Obraz zbioru rozwiązań efektywnych w przestrzeni ryzyko-zysk

Aby wyznaczyć obraz przestrzeni ryzyko-zysk wybrano w równych odstępach 100 wartości oczekiwanego minimalnego zysku z przedziału (0, 14530). Wartość 0 jest wartością uzyskaną w poprzednim punkcie podczas minimalizacji ryzyka, natomiast wartość 14530 została uzyskana poprzez maksymalizacje zysku. Dla każdej z wyznaczonej wartości oczekiwanego minimalnego zysku rozwiązano zadanie wielokryterialne za pomocą modelu i skryptu stworzonego w języku AMPL, który został przedstawiony w rozdziale 5.1 i 5.2.

Rysunek Rozwiązania efektywne w przestrzeni ryzyko-zysk

Konfrontując wyniki otrzymane w poprzednim punkcie można zauważyć, że dla:

* maksymalizacji zysków: zysk = 14530.662209, ryzyko = 3288.330246

Odpowiada to sytuacji w której decydent reprezentuje podejście optymistyczne. Wtedy też interesują nas jedynie jak największe zyski, jak widać na rysunku 1 punkt ten jest największym możliwym do osiągnięcia zyskiem, ale co za tym idzie jest on również obarczony największym ryzykiem.

* minimalizacja ryzyka: zysk = 0, ryzyko = 0

Odpowiada to sytuacji w której decydent ma skrajną awersje do ryzyka. W tym podejściu najmniejsze możliwe ryzyko jest wtedy, kiedy nie będziemy produkować żadnych produktów, a zatem nasz zysk wyniesie wtedy 0.

## Relacja dominacji stochastycznej pierwszego rzędu

Do analizy relacji dominacji stochastycznej pierwszego rzędu wybrano 3 rozwiązania   
o następujących parametrach:

1. Profit = 4000,248244 i ryzyko = 708,727097
2. Profit = 9000,240219 i ryzyko = 1645,727143
3. Profit = 14530,662209 i ryzyko = 3288,330246

Dla powyższych rozwiązań przedstawiono na rysunku 2 dystrybuanty zysku.

Rysunek Wykres dystrybuant zysku dla poszczególnych rozwiązań

Z analizy powyższych dystrybuant wynika, że rozwiązanie C dominuje w sensie FSD pozostałe rozwiązania, natomiast rozwiązanie B dominuje A.

Jednakże w ogólnym przypadku zastosowana miara ryzyka nie jest zgodna z FSD, co może prowadzić do generacji rozwiązań niezgodnych z relacją stochastyczną pierwszego rzędu. Powoduje to fakt, iż maksymalne odchylenie, zastosowane w roli miary ryzyka jednakowo „kara” odchyłkę od wartości średniej w złą stronę, jak i tą dobrą. Oznacza to, że nie można wykluczyć sytuacji w której możliwe byłoby w sposób ręczny znaleźć lepsze rozwiązanie niż to które zostało wygenerowane przez model. Poprawioną miarę ryzyka, która jest zgodna z FSD przedstawiono w dodatku A.

# Dodatek A – Poprawiona miara ryzyka

W dodatku tym zostanie przedstawiona poprawiona miara ryzyka (maksymalne dolne odchylenie), która jest poprawioną wersją miary z rozdziału 5 (maksymalne odchylenie). Miara ta jest zgodna z relacją stochastyczną pierwszego rzędu.

## Model Matematyczny

Model matematyczny przedstawiony w rozdziale 5, a w szczególności miara ryzyka zostanie w tym miejscu poprawiony w celu zapewnienia zgodności z FSD. Miarą, która to zapewnia jest maksymalne (dolne) odchylenie, które jest definiowane następująco:

W programowaniu liniowym zależność ta została zapisana następująco:

Zgodnie powyższym, jedyne zmiany jakie zaszły w nowym modelu względem modelu dwukryterialnego przedstawionego w poprzednim rozdziale będzie brak zmiennej pomocniczej oraz ograniczenia .

## Model AMPL

Pełny kod AMPL modelu i danych zawierają pliki dodatekA.mod, dodatekA.dat dołączone do tego sprawozdania. Najważniejsze zmiany względem modelu z rozdziału 5 zostały zaprezentowane na poniższych listingach.

Listing Model poprawiony - zmiany w zmiennych w porównaniu do modelu dwukryterialnego

# Dochody w danym scenariuszu

var scenarioSalesProfit {s in SCENARIOS} =

sum {p in PRODUCTS} totalSold[p]\*scenarioProfitPerUnit[s, p];

var scenarioProfit {s in SCENARIOS} =

scenarioSalesProfit[s] - totalCostStorege;

# Ryzyko

var maxDeviation;

var deviationPlus {s in SCENARIOS} = expectedProfit - scenarioProfit[s];

Listing Model poprawiony - zmiany w ograniczeniach w porównaniu do modelu dwukryterialnego

# Ograniczenia dla linearyzacji maksymalnego odchylenia ryzyka

subject to LimitDeviationPlus {s in SCENARIOS}:

maxDeviation >= deviationPlus[s];

## Rozwiązanie

W celu umożliwienia porównania wyników zastosowano taki sam poziom oczekiwanego zysku równy 9000 [PLN] co w rozwiązaniu dla modelu z rozdziału 5. Wyniki przy nowej mierze ryzyka prezentują się następująco:

Listing Model poprawiony - rozwiązanie przy oczekiwanym poziomie zysku 9000 [PLN]

#################################################

CPLEX 12.8.0.0: timelimit=5

CPLEX 12.8.0.0: time limit with integer solution; objective 1645.727143

78488 MIP simplex iterations

59506 branch-and-bound nodes

absmipgap = 0.374437, relmipgap = 0.000227521

produced :=

P1 JAN 200

P1 FEB 61

P1 MAR 0

P2 JAN 0

P2 FEB 100

P2 MAR 71

P3 JAN 100

P3 FEB 94

P3 MAR 0

P4 JAN 200

P4 FEB 200

P4 MAR 200

;

sold :=

P1 JAN 200

P1 FEB 61

P1 MAR 0

P2 JAN 0

P2 FEB 100

P2 MAR 71

P3 JAN 100

P3 FEB 94

P3 MAR 0

P4 JAN 200

P4 FEB 200

P4 MAR 200

;

stored :=

P1 JAN 0

P1 FEB 0

P1 MAR 0

P2 JAN 0

P2 FEB 0

P2 MAR 0

P3 JAN 0

P3 FEB 0

P3 MAR 0

P4 JAN 0

P4 FEB 0

P4 MAR 0

;

Profit: 9000.240219

Risk: 1645.727143

A zatem przy poziomie oczekiwanego zysku równym 9000 [PLN] wyniki są identyczne, jak dla poprzedniego modelu. Znaczne różnice natomiast występują przy wartościach oczekiwanego zysku przekraczającego 12000 [PLN]. Dobrze to obrazuje zbiór rozwiązań efektywnych w przestrzeni ryzyko-zysk zaprezentowany w podrozdziale 6.4.

## Obraz zbioru rozwiązań efektywnych w przestrzeni ryzyko-zysk

Przedstawiony tu zbiór rozwiązań efektywnych w przestrzeni ryzyko-zysk został wyznaczony w identyczny sposób co zbiór zaprezentowany w punkcie 5.4.

Rysunek Rozwiązania efektywne w przestrzeni ryzyko-zysk

Dla porównania na tą samą przestrzeń został również naniesiony zbiór rozwiązań efektywnych dla miary ryzyka LAD. Porównując oba zbiory można stwierdzić, że powyżej 12000 [PLN] ryzyko dla modelu w którym wykorzystano odchylenie maksymalne LAD jako miarę ryzyka, zaczyna gwałtownie rosnąć podczas gdy w nowym modelu zachowuje ono stały poziom wzrostu. Sprawia to, że szczególnie dla wartości oczekiwanego zysku powyżej 12000 rozwiązania generowane przez stary model są niezgodne z FSD i zostają zdominowane przez rozwiązania modelu z miarą ryzyka opartą o odchylenie (dolne) maksymalne. Dzieje się tak, ponieważ wtedy też pierwotny model zaczyna „karać” decydenta za odchyłki na plus, które są większe niż te na minus (nie jest to pożądanym zachowaniem). W wyniku tego działania przy tym samym poziomie ryzyka model zaprezentowany w tym rozdziale wygeneruje rozwiązanie, które zapewni większy zysk, niż model zaprezentowany w rozdziale 5.

## Relacja dominacji stochastycznej pierwszego rzędu

W celu zobrazowania jakie relacje zachodzą pomiędzy rozwiązaniami wygenerowanymi za pomocą modelu z miarą ryzyka LAD oraz modelem, w którym w roli miary ryzyka zastosowano maksymalne (dolne) odchylenie, zmodyfikowano poprzedni sposób generacji rozwiązań efektywnych w taki sposób żeby generować rozwiązania z zadanym maksymalnym poziomem ryzyka, przy jednoczesnej maksymalizacji zysków. W wyniku tak przeprowadzonych obliczeń dla maksymalnego przyjętego poziomu ryzyka 2600 otrzymano za pomocą modelu zaprezentowanego w poprzednim rozdziale - zysk 12787,36 [PLN], natomiast dla modelu zaprezentowanego w tym rozdziale – zysk 13376,27 [PLN]. Dla rozwiązań tych przedstawiono na rysunku 4 dystrybuanty zysków.

Rysunek Wykres dystrybuant dla poszczególnych rozwiązań

Poprzez analizę zaprezentowanych dystrybuant można stwierdzić, że rozwiązanie wygenerowane za pomocą nowego modelu dominuje w sensie relacji stochastycznej pierwszego rzędu rozwiązanie wygenerowane dla modelu wykorzystującego miarę ryzyka LAD.

# Załączniki

1. gen\_scen.m – plik MatLab do generacji scenariuszy i obliczenia wartości oczekiwanej zmiennej losowej R; zaprezentowany też na listingu 1
2. one.mod – plik modelu jednokryterialnego w języku AMPL
3. one.dat – plik z danymi dla modelu jednokryterialnego w języku AMPL
4. one.run – plik uruchomieniowy dla modelu jednokryterialnego
5. two.mod – plik modelu dwukryterialnego w języku AMPL
6. two.dat – plik z danymi dla modelu dwukryterialnego w języku AMPL
7. two.run – plik uruchomieniowy dla modelu dwukryterialnego
8. dodatekA.mod – plik modelu dwukryterialnego z poprawioną miarą ryzyka w języku AMPL
9. dodatekA.dat – plik z danymi dla modelu dwukryterialnego z poprawioną miarą ryzyka w języku AMPL
10. dodatekA.run – plik uruchomieniowy dla modelu dwukryterialnego z poprawioną miarą ryzyka