Neue Zielfunktion für den Konfliktlöser

1 Modell

Für die Modellierung ist die Grundidee, in jedem Tagesganglinienabschnitt G jeder weiteren hinzukommenden Trasse einen eigenen, abnehmenden Zielfunktionswert geben zu können. Dafür benötigen wir Hilfsvariablen, die mitzählen, die wievielte Trasse des Tagesganglinienabschnittes wir bereits gewählt haben. Das Modell hat damit folgende Variablen:

1. $x_t \in \{0,1\}$: kodiert ob Trasse t gewählt wird oder nicht (wie bisher).
2. $y_G^i \in [0,1]$: kodiert für jede Tagesganglinie, ob wir mindestens i Trassen für diese ausgewählt haben.

Folgende Nebenbedingungen benötigen wir: Von zwei in Konflikt stehenden Trassen darf nur eine gewählt werden:

$$x_{t_1} + x_{t_2} \leq 1 \qquad \forall t_1, t_2 \text{ in Konflikt.}$$

Die y Variablen dürfen nicht mehr werden als die zugehörigen x:

$$\sum_{t \in G} x_t \geq \sum_{1 \leq i \leq S_G} y_G^i.$$

Die Zielfunktion ist dann:

$$\max \sum_{G \in \mathrm{TGLA}} \sum_{1 \leq i \leq S_G} w_G^i \cdot y_G^i.$$

Damit dieses Modell funktioniert ist es wichtig, dass die Gewichte w in jeder Tagesganglinie absteigend sind, also $w_G^i \geq w_G^{i+1}$. Ansonsten haben wir bei der Wahl der Gewichte recht freie Wahl. Eine simple Möglichkeit wären linear absteigende Gewichte. Diese hätten aber den Nachteil, dass zu selten langsame Zugcharakteristiken, bei denen eine Trasse zwei andere blockt, ausgewählt werden. Im folgenden Teil ist ein Vorschlag für ausgewogenere Gewichte.

Das Modell kommt ohne big-M Constraints aus, was es für den Solver deutlich leichter machen sollte.

2 Gewichte

Damit eine Tagesganglinie, deren Trassen mehrere andere Trassen blockieren, frühzeitig zum Zug kommt, müssen die Gewichte schneller abnehmen. Da es keinen Unterschied machen sollte, ob zwei in Konkurrenz stehende Tagesganglinienabschnitte jeweils schon zu 0% oder zu 50% ausgelastet sind, muss die abfallende Funktion selbstähnlich sein. Dafür bietet sich exponentieller Verfall intuitiv an:

$$w_G^i = e^{-\alpha \frac{i-1}{S_G}}.$$

Durch den Bruch $\frac{i-1}{S_G}$ sorgen wir dafür, dass die Gewichte relative zu dem Soll ihres Tagesganglinienabschnitts abnehmen – Trassen, die k% Erfüllung des Abschnitts entsprechen haben die gleichen Gewichte.

Mit dem Gewicht α lässt sich steuern, ab wann wir für einen Tagesganglinienabschnitt mit geringer Auslastung eine Trasse aufnehmen, die zwei Trassen an anderer Stelle blockiert. Also: Kleines $\alpha \Rightarrow$ mehr Trassen, großes $\alpha \Rightarrow$ fairere Verteilung.

Den Parameter kann man auf folgende Weise interpretieren: Wenn wir die Wahl zwischen einer Trasse einer langsamen Charakteristik und zwei schnellen Trassen haben, stellt sich die Frage, wie weit die Tagesganglinienabschnitt der langsamen Trasse den anderen beiden hinterher hinken muss, bis wir lieber die langsame als die schnellen Trassen nehmen. Angenommen wir würden ab einer Auslastungsdifferenz von k die langsame Trasse bevorzugen wollen, dann würden wir

$$\alpha = \frac{\log(2)}{k}$$

wählen. Wenn wir zum Beispiel ab einer Differenz von 30% die langsame Charakterisitik bevorzugen wollen, dann ist $\alpha = \frac{\log(2)}{0.3} = 2.31$.

Man sollte beachten, dass α nicht beliebig groß werden darf, da ansonsten das Problem numerisch instabil wird. Eine sinnvolle Grenze wäre -9.2 wodurch der kleinste Zielfunktionskoeffizient bei 0.0001 läge. Für diesen Fall würden wir ab 7.5% Auslastungsdifferenz lieber eine langsame als zwei schnelle Trassen wählen.

3 Zielfunktion

Mit dem exponentiellen Verfall lautet unsere Zielfunktion also

$$\max \sum_{G \in \text{TGLA}} \sum_{1 \leq i \leq S_G} e^{-\alpha \frac{i-1}{S_G}} \cdot y_G^i.$$

Laut WolframAlpha hat diese Funktion auch noch eine nette, geschlossene Formulierung (ohne die innere Summe). Wenn I_G die „Ist"-Zahl der Trassen in G ist, dann ist die Zielfunktion:

$$\max \sum_{G \in \text{TGLA}} \frac{e^{\frac{\alpha}{S_G}}(1 - e^{-\alpha \frac{I_G}{S_G}})}{e^{\frac{\alpha}{S_G}} - 1}.$$

Diese Formulierung eignet sich für Excel-Auswertungen und um in Vorlesungen aus dieser die linearisierte Zielfunktion herzuleiten, damit die Studierenden den Glauben an sich selbst verlieren.