

Homework #1

Due on 10/2 11:20 a.m.

1. -4. 題請以紙本繳交; 5. -6. 題請將R 的程式碼與輸出結果以pdf 檔上傳至Ceiba。

1. 已知A事件和B事件為獨立事件, 試證明 A^c 、 B^c 亦為獨立事件
2. 已知A 事件與B 事件互斥, 且 $P(B) > 0$, 試求以下:(可用 $P(A)$, $P(B)$ 表示)

(a) $P(A|B)$

(b) $P(A^c|B)$

(c) $P(A|B^c)$

(d) $P(A^c|B^c)$

3. 令X,Y 兩隨機變數之聯合分配(joint distribution) 可被表現如下:

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} kxy^2, & x-1 \leq y \leq 1-x, 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

- (a) 試求k值使得上試為一合理的機率密度函數(probability density function)

- (b) 試求 $P(X > Y)$

- (c) 請推導 Y 之邊際機率密度函數(marginal density function)

- (d) 試求 $P(Y > 0|X = 0.75)$

- (e) 由以上結果可知,X與Y是否獨立?

4. 隨機變數(X, Y)的分配如下圖:

		X		
		1	2	3
Y	2	1/12	1/6	1/12
	3	1/6	0	1/6
	4	0	1/3	0

- (a) 找出 X 與 Y 的邊際pmf
 - (b) 找出 $f(x|y)$, 並證明 X 與 Y 並非獨立
5. **R** - 請以**pdf** 繳交, 需含程式碼及**output**
以"`set.seed(2019)`"產生一組投擲 20 面骰(每面點數分別為 1 到 20) 十次的亂數,
請計算此十次投擲的點數和。
6. **R** - 請以**pdf** 繳交, 需含程式碼、**output** 及圖
有一枚不公正的硬幣, 出現Head 的機率為 0.65, 出現Tail 的機率為 0.35,
擲這枚硬幣三次, 令 A 為一隨機變數, 表示Head 出現的次數。
- (a) 請問 A 服從何種分配? 母數(parameters) 為何?
 - (b) 請以R 畫出 A 的pdf/pmf $f_A(a)$ 及cdf $F_A(a)$