ESCUELA DE INGENIERÍAS Y ARQUITECTURA

INGENIERÍA DE SOFTWARE Y SISTEMAS COMPUTACIONALES

5° “A”

MÉTODOS NUMÉRICOS

PRIMER AVANCE: PROYECTO

DOCENTE:

MTRO. VLADIMIR CORTÉS LERÍN

ALUMNO:

LÓPEZ HERNÁNDEZ UZIEL

SANTIAGO GARCÍA DANIEL YOSEF

SANTA CRUZ XOXOCOTLÁN, OAXACA. 17 DE SEPTIEMBRE DEL 2024

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

Para la realización de este primer avance, es fundamental comprender a fondo cómo funciona la división sintética, también conocida como la regla de Ruffini. Este método simplificado es clave para encontrar las diferentes raíces de un polinomio de manera eficiente. A lo largo del documento, se explicará el procedimiento paso a paso, siguiendo una serie de reglas y cálculos esenciales para que el proceso sea claro y comprensible.

En la primera parte del documento, se detallará cómo realizar la división sintética de manera manual, explicando cada uno de los pasos involucrados, desde la organización de los coeficientes hasta la interpretación del resultado. Además, se profundizará en los aspectos clave que pueden generar dudas, con el objetivo de evitar cualquier posible confusión.

La segunda parte del documento estará dedicada a la implementación de este procedimiento en código, mostrando cómo aplicar la regla de Ruffini de forma programada. De esta manera, no solo se establecerán las bases teóricas, sino también las prácticas, garantizando un enfoque sólido que permitirá desarrollar un trabajo de mayor calidad en el proyecto.

Al comprender tanto la teoría como la aplicación práctica, se podrá abordar de manera eficaz el análisis y resolución de polinomios, sentando una base sólida para futuros avances en el proyecto.

RAÍCES DE POLINOMIOS

Sabemos que factorizar consiste en encontrar los factores que originaron una expresión dada. Sin embargo, a medida que aumenta el grado del polinomio, también incrementa la dificultad para factorizarlo. Por esta razón, existen diferentes métodos que facilitan la obtención de las raíces, y uno de ellos es la división sintética.

Para un polinomio:

$$p(x) = a_n X^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Sus posibles raíces racionales serían las siguientes:

$$\frac{p}{q}$$

Donde "p" son todos los factores (positivos y negativos) del término constante a_0 y "q" los factores (positivos y negativos) del término principal a_n. Es decir, para el polinomio en su forma general:

$$p(x) = \underbrace{a_n}_{q\,=\,a_n} x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + \underbrace{a_0}_{p\,=\,a_0}$$

Por ejemplo, para el siguiente polinomio: $4x^4 + 9x^3 - 5x^2 + 9x - 9$

Donde $q = \{1, 2, 4\}$ y $p = \{1,\ 3,\ 9\}$

Entonces se hacen todas las posibles combinaciones para poder encontrar las raíces, que son tanto positivas como negativas:

$$\left\{\pm\frac{1}{1}, \pm\frac{3}{1}, \pm\frac{9}{1}, \pm\frac{1}{2}, \pm\frac{3}{2}, \pm\frac{9}{2}, \pm\frac{1}{4}, \pm\frac{3}{4}, \pm\frac{9}{4}\right\}$$

Por lo que con siguiente se hace la división de polinomios con los siguientes pasos:

1. Se escriben los coeficientes.
2. Se baja el primer coeficiente de la izquierda directo.
3. Se empieza a multiplicar el número que se bajó por la raíz que escogimos, y se le resta al siguiente coeficiente y así sucesivamente.
4. Al final tiene que dar 0 para decir que es una raíz del polinomio.

Tomaremos el ejemplo anterior descrito para poder explicar a detalle.

4	9	-5	9	-9	1
	4	13	8	17	
4	13	8	17	8	

Se escriben los coeficientes del polinomio y, a la derecha, se coloca la raíz seleccionada, en este caso $+1$. Luego, se baja directamente el 4 y se multiplica (4x1), cuyo resultado se coloca debajo del siguiente coeficiente, 9. A continuación, se suman ambos valores, obteniendo 13. Este proceso se repite de manera consecutiva con los demás coeficientes. El resultado que obtuvimos fue 8, lo cual la raíz seleccionada no es una del polinomio, y así consecutivamente tenemos que probar las diferentes raíces que obtuvimos anteriormente hasta que de 0.

4	9	-5	9	-9	-3
	-12	9	-12	9	
4	-3	4	-3	0	

Al probar con la raíz -3, observamos que el último valor obtenido es 0, lo que indica que hemos encontrado una raíz válida. Por lo tanto, podemos afirmar que -3 es una raíz del polinomio. A continuación, realizamos nuevamente la división utilizando los nuevos coeficientes obtenidos en el proceso anterior, y repetimos el procedimiento con las raíces. Es importante notar que las raíces pueden probarse y repetirse para verificar su validez.

La segunda raíz encontrada fue $\frac{3}{4}$.

4	-3	4	-3	0.75
	3	0	3	
4	0	4	0	

Después de esto llegamos al siguiente caso, donde después de probar todas las raíces no llegamos al término 0. En este caso ya no se podría ocupar la división sintética y tendríamos que hacer el despeje nosotros mismos, pero checando el avance que obtuvimos se pudo reducir hasta tener un polinomio de grado 2.

4	0	4	0.75

Por lo que quedaría el siguiente polinomio $4x^2 + 4$

Que si lo desarrollamos quedarían las raíces siguientes $x = \pm\sqrt{-1}$

Las raíces que obtuvimos fueron las siguientes:

Que fueron 2 reales y 2 complejas.

$$x = \left\{-3, \frac{3}{4}, \sqrt{-1}, -\sqrt{-1}\right\}$$

Que si factorizamos la expresión original quedaría de la siguiente forma:

$$(x+3)\left(x-\frac{3}{4}\right)(4x^2+4)$$

Al realizar la división sintética para encontrar las raíces, puede ocurrir que no logremos identificar todas las raíces con las opciones que inicialmente consideramos, o que algunas resulten en números imaginarios. Sin embargo, en estos casos, existen otros métodos para resolver el polinomio, como el uso de la fórmula general, sustitución o factorización, dependiendo de la naturaleza del problema. Cada técnica puede ser útil para encontrar las raíces restantes, pero lo principal fue que redujimos considerablemente la expresión.

(Universidad de Guanajuato, 2023) (MateFacil, 2016)

PLANEACIÓN DEL CÓDIGO

Paso 1: Entrada de Datos

Se le pedirá al usuario que ingrese:

1. El grado del polinomio.
2. Los coeficientes correspondientes de cada término del polinomio, desde el mayor grado hasta el término constante.

Paso 2: Cálculo de los divisores

Para aplicar el teorema de las raíces racionales, es necesario determinar los posibles divisores racionales. Estos se calculan como el cociente entre los divisores del coeficiente principal (primero) y el coeficiente independiente (último término del polinomio).

- Obtener todos los divisores del coeficiente principal a_0 (primer coeficiente).
- Obtener todos los divisores del coeficiente constante a_n (último coeficiente).
- Generar todas las combinaciones de cocientes $\frac{p}{q}$, donde p es un divisor del coeficiente constante y q es un divisor del coeficiente principal.

Paso 3: División sintética

Para cada divisor racional candidato:

1. Se realiza la **división sintética** del polinomio utilizando el divisor como el valor evaluado.
2. Se verifica si el último valor del resultado de la división es cercano a 0 (con un margen de error ($\epsilon = 1e - 6$). Si es así, se considera una raíz válida.

Algoritmo:

1. Inicializar la lista de resultados con el primer coeficiente del polinomio.
2. Para cada coeficiente restante del polinomio:
   - Multiplicar el divisor por el último valor obtenido en la lista de resultados.
   - Sumar este valor al coeficiente correspondiente.
   - Almacenar el nuevo valor en la lista de resultados.
3. Al finalizar, verificar si el último valor es cercano a 0. Si es así, se ha encontrado una raíz.

Condiciones para terminar la iteración:

- Si se encuentra una raíz, se elimina el último término del polinomio y se actualizan los coeficientes restantes.
- Si el grado del polinomio se reduce a 2, el proceso de división se detiene, y se aplica la **fórmula cuadrática**.

Paso 4: Resolución de Ecuaciones Cuadráticas

Si el polinomio se reduce a grado 2, se utiliza la fórmula cuadrática para resolverlo, si en dado caso las raíces que tenemos no lo solucionan.

Dependiendo del valor de la discriminante:

- Si es positivo, se obtienen dos raíces reales.
- Si es igual a 0, se obtiene una única raíz doble.
- Si es negativo, se obtienen dos raíces complejas.

Paso 5: Manejo de un polinomio de grado 1
Si el polinomio se reduce a **grado 1** (una ecuación lineal de la forma $ax + b = 0$), la raíz se calcula directamente usando la fórmula:

$$x = -\frac{b}{a}$$

CÓDIGO REALIZADO

El código realizado fue en el lenguaje de programación de JavaScript.

```
// Función principal que realiza la división sintética para encontrar raíces racionales
function divisionSintetica(divisoresRacionales, coeficientes) {
  let raices = [];  // Array para almacenar las raíces encontradas
  let gradoActual = coeficientes.length - 1;  // El grado del polinomio se determina a partir de la longitud de los coeficientes


  // Iterar sobre cada divisor en divisoresRacionales usando forEach
  divisoresRacionales.forEach(divisor => {
    // Si el polinomio ya ha sido reducido a grado 2 o 1, terminar la iteración
    if (gradoActual <= 2 || gradoActual === 1) return;


    // Inicializar resultadoDivision con el primer coeficiente del polinomio
    let resultadoDivision = [coeficientes[0]];


    // Realizar la división sintética: calcular los nuevos valores iterando sobre los coeficientes restantes
    for (let i = 1; i < coeficientes.length; i++) {
      // Se aplica la fórmula: coeficiente actual + (divisor * valor anterior en resultadoDivision)
      let nuevoValor = coeficientes[i] + divisor * resultadoDivision[i - 1];
      resultadoDivision.push(nuevoValor);   // Agregar el nuevo valor calculado al array resultadoDivision
    }


    // Mostrar el resultado de la división sintética para cada divisor
```

```
    console.log("Resultado de la división sintética con divisor", divisor, ":", resultadoDivision);

    // Verificar si el último valor de resultadoDivision es cercano a cero (es decir, si el divisor es una raíz)
    if (Math.abs(resultadoDivision[resultadoDivision.length - 1]) < 1e-6) {
      raices.push(divisor);  // Agregar la raíz encontrada (el divisor actual) al array de raíces
      coeficientes = resultadoDivision.slice(0, resultadoDivision.length - 1);  // Reducir los coeficientes
      gradoActual--;  // Reducir el grado del polinomio en 1

      // Si el polinomio se reduce a un grado 2, resolverlo usando la fórmula general
      if (gradoActual === 2) {
        raices = raices.concat(resolverPolinomioCuadratico(coeficientes));  // Agregar las raíces cuadráticas encontradas
      }
      // Si el polinomio se reduce a grado 1, calcular la raíz directamente (ecuación lineal)
      else if (gradoActual === 1) {
        let raiz = -coeficientes[1] / coeficientes[0];  // Calcular la única raíz de la ecuación lineal
        raices.push(raiz);  // Agregar la raíz lineal al array de raíces
      }
    }
  });
  // Devolver el array de todas las raíces encontradas
  return raices;
}
```

CONCLUSIONES

Para la realización de este documento, primero fue necesario consolidar los conocimientos fundamentales que sustentan este proyecto. Los conceptos básicos, que hemos estudiado desde la secundaria y preparatoria, nos proporcionaron las bases para abordar el tema de los polinomios. A partir de esos conocimientos previos, solo fue cuestión de recordar los procedimientos y seguir una serie de pasos y reglas para aplicar la división sintética de manera correcta. Además, realizamos algunas investigaciones adicionales que nos permitieron resolver las dudas que surgieron en el proceso.

Inicialmente, desarrollamos manualmente el proceso de obtención de raíces mediante la división sintética. Una vez que tuvimos claro el método, trasladamos los pasos a un algoritmo, aprovechando nuestras habilidades de programación, lo que facilitó su implementación. También tomamos en cuenta situaciones especiales, como cuando el polinomio se reduce a una expresión cuadrática o lineal, o cuando las raíces que buscamos resultan ser complejas o no están en nuestra lista inicial.

Al desarrollar el algoritmo, decidimos implementarlo en JavaScript, dado que próximamente lo integraremos en un proyecto web. Al ser un lenguaje de programación ampliamente utilizado en el desarrollo web, JavaScript nos permite generar una solución que se podrá implementar de forma directa en el entorno del navegador, mejorando la accesibilidad y la interacción del usuario con el proyecto. Esta decisión nos posiciona para futuras expansiones, ya que planeamos incluir el código en una aplicación web que permita el uso práctico y en tiempo real del algoritmo, lo que facilitará su uso.

Por último, cabe destacar que el trabajo en equipo fue fundamental para el éxito del proyecto. La distribución eficiente de tareas, la colaboración entre los miembros, y el intercambio constante de ideas nos permitió superar los retos que surgieron. Esta sinergia no solo facilitó la resolución de problemas, sino que también abrió nuevas perspectivas y soluciones innovadoras, lo que fortalece nuestro enfoque y nos prepara para avanzar en las siguientes etapas del proyecto.

REFERENCIAS

MateFacil. (2016). *Regla de Ruffini, Muy fácil desde CERO [Video]*. Obtenido de YouTube: https://www.youtube.com/watch?v=hkdfRGPh_p8

Universidad de Guanajuato. (2023). *Clase digital 10. Factorización empleando división sintética (raíces de polinomios)*. Obtenido de Recursos Educativos Abiertos: https://blogs.ugto.mx/rea/clase-digital-10-factorizacion-empleando-division-sintetica-raices-de-polinomios/