Asignatura: Análisis Matemático II.

Duración: 120 minutos.

UNED

Indicaciones

Duración 2 horas. No se permite ningún tipo de material, ni electrónico (ordenadores, tablets, móviles etc) ni impreso (libros, apuntes, etc) excepto el uso de calculadora no programable y no gráfica, que si está permitido.

Pregunta 1.

(2 puntos) Calcular el área de la superficie de revolución que se obtiene rotando la curva de ecuación

$$x = e^t sen(t), \qquad y = e^t cos(t)$$

alrededor del eje X en el intervalo $(0, \frac{\pi}{2})$.

Pregunta 2.

(2.5 puntos) Hallese el valor mínimo de la distancia al origen de los puntos de la superficie definida por la ecuación

$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \, x^2 - xy + y^2 - z^2 = 1\}$.

Pregunta 3.

(3 puntos) Estudiar cuales de las siguientes integrales existen y son finitas. No es necesario calcular su valor explícito, pero debe inidicarse el razonamiento utilizado para llegar a las conclusiones.

(a) (1.5 puntos) $\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2-y^2} dxdy;$

(b) (1.5 puntos) $\int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \frac{1}{[x^2+y^2]^\alpha} dxdy,$ **para** $\alpha = \frac{1}{2}$.

Pregunta 4.

(2 puntos) Sea $\overline{F} = (\cos(x), 2ye^{y^2+z}, e^{y^2+z})$ **y sea** C **la curva definida por** $r(t) = (cos(t), sen(t), 1)$ **para** $t \in (0, 2\pi)$. **Calcular** $\oint_C \overline{F} \, dr$.

Pregunta 5.

(0.5 puntos) Poner un ejemplo de un campo irrotacional.

Asignatura: Análisis Matemático II.

Duración: 120 minutos.

Indicaciones

Duración 2 horas. No se permite ningún tipo de material, ni electrónico (ordenadores, tablets, móviles etc) ni impreso (libros, apuntes, etc) excepto el uso de calculadora no programable y no gráfica, que si está permitido.

Pregunta 1.
(2 puntos) Calcular el área de la superficie de revolución que se obtiene rotando la curva de ecuación

$$x = sen^2(t), \qquad y = cos^2(t)$$

alrededor del eje X en el intervalo $(0, \frac{\pi}{2})$.

Pregunta 2.
(2.5 puntos) Hallese el valor mínimo de la función $f(x, yz) = x^2 + 2y^2 + z^2$ en los puntos de la superficie definida por la ecuación
$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3\, x^2 + y^2 + z^2 - zx = 1\}$.

Pregunta 3.
(3 puntos) Justificar para que valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ la siguiente integral es finita (no es necesario calcularla)
$\int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1} \frac{1}{[x^2+y^2]^\alpha} dxdy.$

Pregunta 4.
(2 puntos) Sea $\vec{F} = (y, 2ye^{y^2+z} + x, e^{y^2+z})$ y sea C la curva definida por $r(t) = (cos(t), sen(t), 1)$ para $t \in (0, 2\pi)$. Calcular $\oint_C \vec{F}dr$.

Pregunta 5.
(0.5 puntos) Poner un ejemplo de una función armónica, es decir, que al aplicar el operador laplaciana a dicha función, el resultado es 0.

Asignatura: Análisis Matemático II.

Duración: 120 minutos.

Indicaciones

No se permite ningún tipo de material impreso ni digital, ni ordenadores, ni tablets, ni móviles etc. Únicamente esta permitido el uso de calculadora no programable. El examen tiene una duración máxima de 120 minutos (2 horas).

Pregunta 1.

(2 puntos) Se considera el campo vectorial

$$\overline{F} = (2xe^{x^2+y^2+z^2}, 2ye^{x^2+y^2+z^2}, 2ze^{x^2+y^2+z^2} + 1)$$

y la curva C definida por

$r(t) = (cos(t), sen(t), t), \quad \text{para } t \in (0, 2\pi).$

Calcular $\int_C \overline{F} dr.$

Pregunta 2.

(2 puntos) Se considera la función f definida en todo el plano $\mathbb{R}^2$, $f(x,y) = \ln(x^2+y^2+1)$. Obtener todos sus puntos críticos (máximos, mínimos, puntos de ensilladura o de silla) y clasificarlos.

Pregunta 3.

(2.5 puntos) Hállese la distancia máxima al origen de coordenadas de la superficie definida por la ecuación

$C = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3, \quad x^2 + 4y^2 + z^2 = 1\}.$

Obtener el conjunto de puntos de C que se encuentra a dicha distancia.

Pregunta 4.

(2 puntos) Calcular la curvatura de la curva definida por

$C = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3, x = sen(t), \ y = cos(t), \ z = t\}.$

Pregunta 5.

(1.5 puntos) Estudiar en que puntos la siguiente curva es suave:

$\{(x,y) \in \mathbb{R}^2, \quad |x|^{\frac{1}{2}} + |y|^{\frac{1}{2}} = 1\}.$