# GUÍA DE ESTUDIO COMPLETA



# **ANÁLISIS MATEMÁTICO I**

CÓDIGO 6104102-



# 21-22

# ANÁLISIS MATEMÁTICO I CÓDIGO 6104102-

# ÍNDICE

**GLOSARIO** 

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA
ASIGNATURA
EQUIPO DOCENTE
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE
RESULTADOS DE APRENDIZAJE
CONTENIDOS
METODOLOGÍA
PLAN DE TRABAJO
SISTEMA DE EVALUACIÓN
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

UNED 2 CURSO 2021/22

Nombre de la asignatura ANÁLISIS MATEMÁTICO I

 Código
 6104102 

 Curso académico
 2021/2022

Departamento MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

Título en que se imparte
Curso
Periodo
Periodo
GRADO EN FÍSICA
PRIMER CURSO
SEMESTRE 1
FORMACIÓN BÁSICA

Nº ETCS 6 Horas 150.0

Idiomas en que se imparte CASTELLANO

## PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

#### Presentación

El análisis matemático es una parte de las matemáticas que trata de las nociones de función, límite, derivación e integración. En esta asignatura se van a presentar los conceptos básicos para funciones de una variable (que se extenderán a las funciones de varias variables en la asignatura Análisis Matemático II). Dichos conceptos junto con sus aplicaciones han formado la base de las matemáticas básicas de la Física desde sus comienzos históricos -de hecho las interrelaciones del cálculo y de la física han marcado el desarrollo de ambas disciplinas.

#### Contextualización

El contenido de la asignatura es un material básico y constituye la base para poder entender la asignatura de Análisis Matemático II (es una extensión de los conceptos del Análisis I a las funciones de varias variables y campos vectoriales). A su vez el cálculo diferencial e integral constituye una herramienta básica en otras asignaturas de contenido matemático del Grado en Físicas.

Esta asignatura va a permitir al alumno adquirir las siguientes destrezas y competencias:

#### 1. Generales

- •Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos. Habilidad para formular problemas procedentes de un entorno profesional, en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Habilidad para ayudar a profesionales no matemáticos a aplicar esta materia.
- •Destreza en el razonamiento y capacidad para utilizar los distintos tipos de razonamiento, fundamentalmente por deducción, inducción y analogía. Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Se incluye en esta competencia la aproximación geométrica y numérica.
- •Habilidad para crear y desarrollar argumentos lógicos, con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones. Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento tanto de forma teórica como práctica mediante la búsqueda de contraejemplos.

UNED 3 CURSO 2021/22

- •Habilidad para extraer información cualitativa a partir de información cuantitativa. Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto de forma oral como escrita.
- •Capacidad de relacionar distintas áreas de las matemáticas. Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos.
- 1. Específicas
- •Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales del Análisis Matemático que servirá para el estudio de las restantes asignaturas del curso.
- •Destreza para resolver problemas de cálculo diferencial e integral y desarrollos en serie.
- •Habilidades y destrezas que le permitan operar con funciones, representaciones gráficas de funciones, cálculo de límites, derivadas, integrales y aproximaciones numéricas, mediante el razonamiento, el análisis y la reflexión.
- •Capacidad para resolver problemas de valores extremos, cálculo de raíces de ecuaciones y aproximación de funciones.
- •Capacidad para calcular longitudes áreas y volúmenes.
- •Destreza para determinar la convergencia de series y sus sumas.
- Habilidad para proponer y plantear problemas prácticos y teóricos mediante las técnicas del cálculo diferencial e integral.

# REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Conocimientos previos recomendados

Los prerrequisitos necesarios son mínimos: noción de función entre conjuntos de números, inyectividad, sobreyectividad y cuestiones elementales de álgebra y teoría de números que se dan en el bachillerato o en el curso de acceso.

#### **EQUIPO DOCENTE**

Nombre y Apellidos Correo Electrónico

Teléfono Facultad

Departamento

JOSE ANTONIO VALLEJO RODRIGUEZ (Coordinador de asignatura)

jvallejo@mat.uned.es

FACULTAD DE CIENCIAS

MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

UNED 4 CURSO 2021/22

## HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

#### El horario de consulta al profesor de la asignatura será los miércoles de 10:00 h a 14:00 h.

La UNED asignará un tutor a cada alumno. El Profesor de la asignatura atenderá a las preguntas, dudas o cuestiones referentes a los contenidos científicos de la asignatura. El alumno también podrá trasladar sus preguntas, dudas o cuestiones referentes a los contenidos científicos, al Tutor de la asignatura.

# **TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS**

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

- •Tutorías de centro o presenciales: se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.
- •Tutorías campus/intercampus: se puede acceder vía internet.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 6104102-

#### **COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE**

#### **Competencias generales**

CG01 Capacidad de análisis y síntesis

CG07 Resolución de problemas

CG09 Razonamiento crítico

CG10 Aprendizaje autónomo

#### Competencias específicas

**CE02** Saber combinar los diferentes modos de aproximación a un mismo fenómeno u objeto de estudio a través de teorías pertenecientes a áreas diferentes.

**CE04** Ser capaz de identificar las analogías en la formulación matemática de problemas físicamente diferentes, permitiendo así el uso de soluciones conocidas en nuevos problemas

**CE05** Ser capaz de entender y dominar el uso de los métodos matemáticos y numéricos más comúnmente utilizados, y de realizar cálculos de forma independiente, incluyendo cálculos numéricos que requieran el uso de un ordenador y el desarrollo de programas de software

UNED 5 CURSO 2021/22

#### RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- •Aplicar adecuadamente los conceptos del cálculo diferencial y sus operaciones en la solución de problemas de valores extremos. Utilización del cálculo integral para determinar longitudes, áreas y volúmenes definidos por funciones.
- •Conocer y utilizar las técnicas de aproximación mediante polinomios de funciones, especialmente de funciones periódicas.
- •Reconocer la estructura de las funciones y realizar representaciones gráficas detalladas.
- •Comprender el concepto de convergencia y ver la forma de aplicarlo al análisis de las series de potencias y trigonométricas.

#### **CONTENIDOS**

#### Tema 1. Preliminares

Apéndice I, números complejos.

Capítulo 1: Límites y continuidad. Apéndice III, Funciones continuas.

#### Tema 2. Cálculo diferencial y sus aplicaciones

Capítulo 2: Diferenciación (sección 2.11, optativa).

Capítulo 3: Funciones transcendentes (no entra la sección 3.7).

4. Aplicación de las derivadas (sección 4.5, optativa).

#### Tema 3. Cálculo integral y sus aplicaciones

Capítulo 5: Integración. Apéndice IV, la integral de Riemann.

Capítulo 6: Técnicas de integración (secciones 6.7 y 6.8, optativas).

Capítulo 7: Aplicaciones de la integración (secciones 7.5, 7.6 y 7.8, optativas. No entran las secciones 7.7 y 7.9).

#### Tema 4. Sucesiones y series

Capítulo 9: Sucesiones, Series y series de potencias.

UNED 6 CURSO 2021/22

## **METODOLOGÍA**

Metodología de la enseñanza a distancia, que constará de lectura, consulta e interacción, con los contenidos teóricos asociados a los materiales didácticos propios de la asignatura. Realización de actividades practicas bajo la supervisión del profesor tutor o bien bajo la supervisión del equipo docente, responsable de la asignatura, de forma interactiva o bien mediatizados por programas informáticos y ejemplos tipo; trabajo autónomo con los materiales didácticos, mediante el estudio de los contenidos del programa de la asignatura, o mediante la realización de ejercicios.

Se realizarán evaluaciones a distancia mediante procesos interactivos, a través de la plataforma de virtualización, que servirán para llevar a cabo un proceso de autocontrol y corrección de errores en el aprendizaje, así como para que el equipo docente pueda seguir el aprendizaje del alumno. Por último el alumno tendrá que dedicar una parte del tiempo del proceso de aprendizaje a la preparación de las pruebas presenciales propias de la UNED. El número de horas mínimas indicadas para preparar la asignatura, por parte del alumno, oscilará entre 150 a 180 (6 ETCS). Dicho número de horas se puede repartir, en principio de la siguiente forma:

Trabajos con contenidos teóricos	37 a 45 horas
Realización de actividades prácticas.	22 a 27 horas
Trabajo autónomo	90 a 108 horas

El Texto Base está estructurado de forma que el contenido de los cuatro temas que forman esta signatura se pueda seguir según el esquema anterior, siempre reforzado por la relación con el tutor y con la mediación de programas informáticos (tipo Maple o Maxima) y pruebas en línea, en la virtualización a través de la plataforma Alf.

### **PLAN DE TRABAJO**

En el cómputo de horas se incluyen el tiempo dedicado a las horas lectivas, horas de estudio, tutorías, seminarios, trabajos, prácticas o proyectos, así como las exigidas para la preparación y realización de exámenes y evaluaciones.

#### TEMA: 1. Preliminares - 36 Horas

Este tema está dedicado por una parte a introducir los conceptos básicos sobre los números reales, funciones y sus gráficas y funciones elementales, y por otra al estudio de los conceptos de límite y continuidad. Se introduce por último el concepto de número complejo, representación gráfica y operaciones básicas.

UNED 7 CURSO 2021/22

Es recomendable en esta parte utilizar el programa Maple para realizar los ejemplos que facilitan al alumno y que permiten experimentar de una forma sencilla con los contenidos de esta tema (véase P.4, P.7 y 1.3 del libro Base).

Requisitos

Los requisitos necesarios son mínimos:

Noción de aplicación entre conjuntos, nociones básicas sobre los números naturales, enteros y reales, así como el conocimiento de las funciones elementales trigonométricas a nivel de bachillerato o del curso de acceso (aunque en este tema se repasan estas nociones, ampliándolas).

#### 1ª Semana

Estudiar las secciones P.1 a P.5: En ellas se introducen los números reales, su representación geométrica y sus subconjuntos notables, así como su estructura algebraica, de orden, y el concepto de valor absoluto. Se propone como actividad complementaría la introducción de la axiomática de los números reales y sus propiedades topológicas elementales (dichas actividades serán voluntarias, véanse las referencias [2] y [3]). Se repasan los conceptos de función y propiedades básicas de estas, se definen algunas funciones elementales: rectas, cónicas... así como sus gráficas.

Prestar especial atención a:

Números reales:

Intervalos, valor absoluto y relaciones de desigualdad (reglas de desigualdad).

Funciones: funciones pares e impares. Simetrías y reflexiones. Composición de funciones. Funciones definidas por tramos.

Se recomienda en especial, para esta semana y la siguiente, realizar los Ejercicios (Drill), Quiz y los tutoriales que se encuentran en la dirección web.

http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/0/index.html

Conceptos: Concepto de desigualdad entre números reales, concepto de intervalo, valor absoluto. Concepto de función, composición de funciones

Ejemplos: P.1 - 2, 3, 4, 8,9; P.3-10, 11; P.4- 3, 4.; P.5- 1, 5, 6, 7.

Resolver los ejercicios: **P.1**- 16, 32, 43, 45; **P.3**- 14, 18, 19; **P.4**- 7, 22; **P.5**- 8, 10, 24, 26, 32, 35.

#### 2ª Semana

Estudiar las secciones P.6, P.7 y Apéndice I. La sección P.6 está dedicada a definir los polinomios y las funciones racionales; en ella se estudian las raíces de los polinomios y la

UNED 8 CURSO 2021/22

forma de factorizarlos. La sección P.8 es una introducción elemental a las funciones trigonométricas, se dan sus graficas y algunas de sus propiedades básicas. El Apéndice I es una introducción a los números complejos; la necesidad de los mismos surge cuando se quiere resolver una ecuación cuadrática cualquiera: se ve entonces la necesidad de extender el conjunto de los números reales a un conjunto mayor —el de los números complejos— en el cual tiene sentido la solución de dichas ecuaciones. En este apéndice se definen los números complejos y se da su representación gráfica, se introduce la aritmética con complejos y el concepto de raíz de un número complejo.

#### Prestar especial atención a:

P.1, P.2-Algoritmo de la división, teorema de factorización, convenio para ángulos, identidades de utilidad y teoremas básicos de trigonometría.

Apéndice I-módulo y argumento de un número complejo, teorema de Moivre, raíces de un número complejo.

#### Conceptos:

Polinomio y función racional, raíces y factores, medida de un ángulo, número complejo y raíz de un número complejo.

Ejemplos: P.6-1, 2, 35. P.7-1, 2, 5,6, 11. Ap I-1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

#### Resolver los ejercicios.

**P.6**- 5, 10, 20. **P.7**- 1, 2, 10, 11, 22, 23, 24. **Ap. I**- 16, 30, 31, 33, 41, 42, 50, 53, 55.

#### 3ª Semana

Estudiar las secciones 1.1, 1.2, 1.3, 1.4. La primera sección está dedicada a introducir algunos ejemplos donde surge de forma natural el concepto de límite. En la sección 2ª se da una definición informal de límite, del concepto de límites laterales y su relación con el límite de la función, si existe. Los límites en el infinito y los límites infinitos de una función se estudian en la 3ª sección, presentándose en la 4ª sección el concepto de continuidad de una función en un punto y en un intervalo de la recta real; se presenta a continuación el concepto

UNED 9 CURSO 2021/22

de discontinuidad evitable y el teorema sobre la existencia de valores máximos (mínimos) absolutos de una función continua en un intervalo cerrado y finito, terminándose con el teorema del Valor Medio.

Véase especialmente los tutoriales, Quiz y los Drill de: http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/1/limits.16/index.html

http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/1/limits.17/index.html

Prestar especial atención a:

Conceptos: límite, límite lateral, límites en el infinito y límites infinitos, continuidad en un punto y en un intervalo.

Ejemplos: 1.2-1, 2, 4, 5, 6, 8, 11. 1.3-1, 9. 1.4-1, 3, 4, 9, 10

Resolver los ejercicios.**1.2-** 1, 13, 21, 24, 36, 61, 62, 76, 77. **1.3-** 8, 30. **1.4-** 1, 2, 3, 4, 6, 18, 20, 29, 30.

#### 4ª Semana

Estudiar las secciones 1.5 y apéndice III. En la sección 1.5 se presenta la definición rigurosa de límite y en el apéndice III se expone de modo riguroso los conceptos y teoremas que aparecieron en la sección 1.4 introduciendo además el axioma de completitud de los números reales y el límite de una sucesión de números reales.

Véase especialmente los Tutoriales, Quiz y los Drill que se encuentran en:

http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/1/limits.7/index.html

http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/1/continuous.5/index.html

Prestar especial atención a: continuidad en un punto, cota superior e inferior, axioma de completitud, teorema del valor medio.

Conceptos: definición formal de límite y axioma de completitud de los números reales.

Ejemplos: **1.5**- 2, 3, 4, 5, 6, 7. **Ap III**- 1

Ejercicios: **1.5**- 2, 9, 10, 18, 31, 32, 34, 38, 7, 8. **Ap III- 1**, 2, 10, 16.

UNED 10 CURSO 2021/22

#### TEMA: 2. Cálculo diferencial y sus aplicaciones - 36 Horas

El concepto de diferencial y la forma de calcular las derivadas de una función constituyen el núcleo de este Tema. También se introducen en este tema las funciones exponenciales y logaritmo, las inversas de las funciones trigonométricas y las funciones hiperbólicas, que constituyen, junto con las funciones presentadas en el capítulo de preliminares, las funciones elementales, elementos básicos para la aplicación del cálculo. Por último se presentan algunas aplicaciones de las derivadas a diversos tipos de problemas de cálculo y de representación gráfica de funciones.

Es recomendable en esta parte utilizar el programa Maple para realizar los ejemplos (véase la sección 2.4 del libro base).

#### Requisitos:

Los mismos que para el tema anterior y además dominar los conceptos básicos del Tema I.

#### 1ª Semana.

Secciones a estudiar: 2.1 a la 2.6, ambas incluidas. La primera sección está dedicada a presentar el problema geométrico que dio lugar al cálculo diferencial y a su formalización matemática. El concepto de derivada aparece al comienzo de la sección 2ª y constituye el núcleo, conceptual de este tema; también en esta sección se presenta la forma de calcular las derivadas de algunas funciones elementales, la notación del símbolo de derivada y el concepto de diferencial. Las reglas de derivación son el contenido de la sección 2.3, la regla de la cadena la de la sección 2.4 y la derivación de funciones trigonométricas la de la 2.5. Por último, en la sección 2.6, se dedica al teorema del Valor Medio para la derivada (véase. http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/3/mvt.3/index.html) de una función y su aplicación al estudio del crecimiento y decrecimiento de una función.

Véase especialmente los tutoriales, Quiz y los Drill que se encuentran en:

http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/2/index.html

Prestar especial atención a:

Tangentes verticales, pendiente de una curva, normal a una curva, regla de la cadena y teorema del valor medio.

Conceptos: pendiente de una curva, normales, derivada, diferencial, puntos críticos y consecuencias del teorema del valor medio para funciones derivables.

Ejemplos: 2.1-2, 3, 4, 7. 2.2-2, 4. 2.3-6, 10. 2.4-2, 3. 2.5-2, 4. 2.6-1, 2, 3, 4.

Ejercicios: **2.1**- 5, 10, 31, 32. **2.2**- 6, 15, 23, 30, 48, 54. **2.3**- 11, 32, 48, 54. **2.4**- 12, 13, 16, 40, 46. **2.5**- 29, 58. **2.6**- 4, 13, 16, 17, 18.

#### 2ª Semana.

UNED 11 CURSO 2021/22

Secciones a estudiar: 2.7 a la 2.10, ambas incluidas; secciones 3.1 y 3.2. La sección 2.7 está dedicada a las aplicaciones de las derivadas, la 2.8 a las derivadas de orden superior, la 2.9 a la diferenciación (derivación) de funciones definidas de forma implícita y la 2.10 al concepto de primitiva de una función. El concepto de función inversa y sus propiedades, así como al cálculo de sus derivadas aparece en la sección 3.1, por último en la sección 3.2 se introducen las funciones exponenciales y logarítmicas.

Véase especialmente los tutoriales, quiz y los Drill que se encuentran en: http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/3/index.html

Prestar especial atención a: propiedades de las funciones inversas y su derivación.

Conceptos: velocidad media de cambio, sensibilidad a los cambios, diferenciación implícita, primitiva, integral indefinida, función inversa.

Ejemplos: **2.7-** 1, 2, 4, **2.8-** 3, 4, 5. **2.9-** 1, 2, 5, 6. **2.10-** 1, 2, 4, 5, 6, 8. **3.1-** 1, 2, 4. **3.2-** 2, 3, 4.

Ejercicios: **2.7-** 5, 16, 27, 28, 29. **2.8-** 17, 22, 26, 30. **2.9-** 19, 28, 30. **2.10-** 11, 12, 15, 18. **3.1-** 3, 10, 15, 21, 26, 29, 32, 38. **3.2-** 11, 14, 18, 36.

#### 3<sup>a</sup> Semana.

Secciones a estudiar: 3.3, 3.4, 3.5, 3.6, 4.1 y 4.2. La sección 3.3 está dedicada a la función exponencial y al logaritmo natural, en la 3.4 se utilizan las funciones exponenciales para modelar las tasas de crecimiento (interesan de esta sección los teoremas y la modelización del crecimiento relacionada con procesos que se dan en la física). En la sección 3.5 se introducen las funciones trigonométricas inversas y en la 3.6 las funciones hiperbólicas. La sección 4.1 está dedicada a aplicar el concepto de derivación a los problemas elementales de tasa de cambio relacionadas (velocidades de cambio entre magnitudes- dependientes del tiempo-). La derivada de una función nos puede suministrar mucha información sobre el comportamiento de una función, en la sección 4.2 se utiliza este hecho para resolver los problemas de valores extremos, determinación de puntos críticos y puntos singulares.

Véase especialmente los tutoriales, quiz y los Drill que se encuentran en:

http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/3/index.html

Prestar especial atención a: propiedades del logaritmo natural y de la función exponencial. Funciones hiperbólicas, cómo resolver problemas de tasas relacionadas, test de la primera derivada y existencia de valores extremos en intervalos abiertos.

Conceptos: tasa de crecimiento y cambio, puntos críticos y puntos singulares.

Ejemplos: **3.3-** 1, 2, 3, 4, 8, 9. **3.4-** 2, 3. **3.5-** 3, 4, 6, 9. **3.6-** 2. **4.1-** 2, 3, 5. 4.2- 2, 4, 5, 6. Ejercicios: **3.3-** 8, 11, 15, 18, 52, 65, 68, 74. **3.4-** 3, 8, 16. **3.5-** 7, 24, 25, 35, 46. **3.6-** 6. **4.1-** 14, 16,17, 38. 4.2- 13, 17, 25, 26, 28.

#### 4ª Semana.

UNED 12 CURSO 2021/22

Secciones a estudiar: 4.3, 4.4, 4.6, 4.7, 4.8, 4.9. La sección 4.3 está dedicada a ver la forma de obtener información del comportamiento de una función a través de su derivada segunda. La sección 4.4 está dedicada a la representación gráficas de funciones. El cálculo de las raíces de ecuaciones es un problema matemático importante y a él está dedicada la sección 4.6. La sección 4.7 está dedicada a las aproximaciones lineales de una función en un entorno de un punto, continuando con el estudio de los polinomios de aproximación, sección 4.8, y terminando en la sección 4.9 con su aplicación a la forma de límites indeterminados.

Véase especialmente los tutoriales, Quiz y los Drill que se encuentran en:

http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/3/index.html

Prestar especial atención a: concavidad, punto de inflexión, test de la segunda derivada, asíntotas de una función racional, valores extremos, método de Newton, iteración del punto fijo, análisis del error, formula de Taylor, reglas d'Hòpital y notación O.

Conceptos: asíntota, punto fijo, aproximación lineal.

Ejemplos: **4.3-** 1, 3. **4.4-** 1, 4, 6, 7, 8. **4.6-** 1, 3. **4.7-** 1, 4. **4.8-** 1, 2, 4, 5, 6, 7. 4.9- 1, 4, 6, 7, 9.

Ejercicios: **4.3-** 11, 17, 34, 36, 37, 42. **4.4-** 1, 2, 5, 18, 40. **4.6-** 14, 15, 23. **4.7-** 3, 14, 30. **4.8-** 1, 9, 12, 16, 28, 30, 34. 4.9- 1, 2, 26.

#### TEMA: 3. Cálculo integral y sus aplicaciones - 36 Horas

La relación entre la Integral definida y el cálculo de áreas constituye el nucleó de este tema; en él se da el teorema fundamental del cálculo, se repasan las técnicas de integración y se introduce el concepto de integral impropia. Por último se dan algunas reglas de cálculo numérico de integrales y se determina el volumen de algunos sólidos regulares.

Es recomendable en esta Tema utilizar el programa Maple para realizar los ejemplos (véase la sección 6.4 del libro base).

Para este Tema revisar los tutoriales, Quiz y Drill que se encuentran en las direcciónes:

http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/4/index.html

http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/5/index.html

#### Requisitos:

Los mismos que para el tema anterior y además dominar los conceptos básicos del Tema II.

#### 1ª Semana.

Secciones a estudiar: 5.1-5.7, ambas incluidas. En la primera sección se introduce el símbolo sumatorio con sus propiedades, y se aplica al cálculo de aéreas mediante límites de sumas en la sección 5.2. En la sección 5.3 se introduce el concepto de suma de Riemann y el de integral definida. La sección 5.4 está dedicada a las propiedades de la integral definida,

UNED 13 CURSO 2021/22

al teorema del valor medio para integrales. La sección 5.5 está íntegramente dedicada al teorema fundamental del cálculo. El método de cálculo de integrales mediante sustitución y su aplicación al cálculo de integrales de funciones trigonométricas se presenta en la sección 5.6. En la sección 5.7 se da un procedimiento para calcular el área de regiones planas definidas mediante curvas regulares.

#### Prestar especial atención a:

Símbolo sumatorio y sus propiedades, funciones continuas a trozos (por tramos) y método de sustitución.

Conceptos: Sumas de Riemann, integración definida, teorema del valor medio para integrales, Teorema Fundamental del Cálculo.

Ejemplos: **5.1-** 2, 3, 4. **5.2-** 1, 2, 3, 4. **5.3-** 1, 2, 3, 4. **5.4-** 1, 2, 3. **5.5-** 1, 2, 4, 5, 6, 7, 8, 9. **5.6-** 1, 2, 3, 4, 5, 7. **5.7-** 1, 2, 3, 4.

Ejercicios: **5.1-** 9, 17, 22, 29, 36. **5.2-** 1, 7, 16. **5.3-** 3, 8, 11, 12, 18. **5.4-** 3, 8, 22, 27, 30, 33, 42. **5.5-** 6, 11, 16, 21, 28. **5.6-** 4, 8, 12, 15, 18, 34. **5.7-** 2, 10, 17, 18, 24, 30.

#### 2ª Semana.

Estudiar las secciones 6.1-6.6, ambas incluidas. Los contenidos de esta semana son esencialmente las técnicas básicas para calcular integrales; en ella se presentan la integración por partes, las fórmulas de reducción, las sustituciones inversas, la integración de funciones racionales, las integrales impropias ( véase: http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/4/improper.2/index.html) y las reglas del trapecio y el punto medio para el cálculo aproximado de integrales.

#### Prestar especial atención a:

Integración por partes, sustituciones inversas, descomposición en fracciones simples e integrales p.

#### Conceptos: integrales impropias.

Ejemplos: **6.1-** 1, 2, 4, 6. **6.2-** 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9. **6.3-** 1, 2, 3, 5, 8. **6.4-** 1. **6.5-** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. **6.6-** 1, 2, 3.

Ejercicios: **6.1-** 3, 13, 20, 31, 38. **6.2-** 1, 12, 23, 38, 42, 43. **6.3-** 9, 24. **6.4-** 1, 3, 4. **6.5-** 1, 3, 8, 18, 24, 27, 28, 44. **6.6-** 5, 6. **6.8-** problemas avanzados- 8.

#### 3ª Semana.

Los conceptos fundamentales de esta semana se encuentran en el apéndice IV y tienen que ser el objeto principal de estudio durante la misma.

Entran las secciones 7.1-7.4, ambas incluidas, y el apéndice IV. En esta semana se estudian los modos de aplicar las integrales definidas al cálculo de volúmenes de sólidos de revolución y otros sólidos de arias seccionales conocidas. Se introduce el concepto de longitud de un arco y se da la forma de calcularlo para arcos definidos de forma explícita

UNED 14 CURSO 2021/22

mediante funciones regulares. Se enseña la forma de calcular el área de una superficie de revolución mediante integrales definidas. La sección 7.4 está dedicada a la aplicación de las integrales definidas al cálculo de masas, momentos y centros de masas de regiones y sólidos regulares. En el apéndice se presenta el concepto de integral de Riemann para funciones sólo acotadas y para funciones continuas así como el importante concepto de continuidad uniforme.

Prestar especial atención a: áreas de superficies de revolución e integración por partes.

Conceptos: Longitud de arco, masa y densidad, partición, sumas de Riemann, integral de Riemann, continuidad uniforme.

Ejemplos: **7.1-** 1, 34, 5, 6, 7, 8. **7.2-** 1, 2, 3. **7.3-** 1, 2, 3, 4, 5. **7.4-** 1, 2, 4, 6, 7. Ap. IV- 1, 2. Ejercicios: **7.1-** 3, 12, 13, 24. **7.2-** 2, 10. **7.3-** 1, 4, 6, 21, 34. **7.4-** 1, 4, 17, 18. **Ap. IV-** 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8.

#### TEMA: 4. Sucesiones y series - 36 Horas

El tema IV está dedicado a introducir los conceptos y métodos de cálculo relacionados con las sucesiones y series numéricas y con las series de potencias. En él se dan los conceptos de convergencia de sucesiones y series, y se introducen diferentes tipos de las mismas: geométricas, telescópicas y armónicas. Se introducen a continuación algunos teoremas sobre series y algunos criterios de convergencia de las mismas. Se introduce el concepto de reordenación de los términos de una serie para, a continuación, presentar las series de potencias. Por último se da una sencilla introducción a las series de Fourier y su convergencia.

Revisar los tutoriales Quiz y los Drill de la Página:

http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/6/index.html

Requisitos:

Los mismos que para el tema anterior y además dominar los conceptos básicos del Tema III.

#### 1<sup>a</sup> Semana

Entran las secciones 9.1, 9.2 y 9.3. Durante esta semana se tienen que estudiar una serie de conceptos básicos como son los de sucesiones de números (en la notación del libro secuencias) y su convergencia, series infinitas y criterios para su convergencia, series de potencias y series trigonométricas.

En la sección 9.1 se introduce los conceptos de sucesión, así como los de convergencia y límite para sucesiones. La sección 9.2 introduce el concepto de serie infinita (o simplemente serie); se introducen las series geométricas, telescópicas y armónicas; por último en la sección 9.3 se dan algunos test de convergencia para series de términos positivos.

Prestar especial atención a la convergencia de sucesiones monótonas acotadas, sumas parciales de una serie geométrica, test de la integral, convergencia de la serie p y el uso de cotas de integrales para estimar la suma de una serie.

UNED 15 CURSO 2021/22

Conceptos: sucesión, límite, cota superior e inferior de una sucesión, convergencia de una serie.

Ejemplos: **9.1**- 1, 2, 3, 4, 7, 8; **9.2**- 1, 3, 4, 5, 6; **9.3**-1, 2, 3, 5, 6, 7;

Ejercicios: **9.1**-1, 4, 15, 17, 20, 30, 32, 35, 36; **9.2**-1, 2, 5, 8, 14, 30; **9.3**-1, 4, 5, 14, 27, 34,

38, 44.

#### 2ª Semana

Hay que estudiar las secciones 9.4 y 9.5. En la sección 9.4 se presentan los conceptos de convergencia absoluta y condicional, un test para la convergencia de series alternantes, el efecto que sobre la convergencia introduce la reordenación de los términos de una serie. Las series de potencias junto con las operaciones algebraicas que se pueden realizar sobre ellas así como las operaciones de integración y derivación de las mismas, bajo ciertas condiciones, son el contenido de la sección 9.5.

Prestar especial atención a la convergencia absoluta y condicional, convergencia de la reordenación de una serie, centro y radio de convergencia de una serie de potencias. Cálculos con Maple.

Conceptos: convergencia absoluta y condicional, radio de convergencia, producto de Cauchy.

Ejemplos: **9.4**- 1, 2, 3, 4, 5, 7; **9.5**- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Ejercicios: **9.4-** 1, 4, 9, 13, 16, 17, 20, 27, 28, 30; **9.5-** 1, 4, 9, 10, 12, 21, 24, 28.

#### 3ª Semana.

Estudiar las secciones 9.6 a 9.9, ambas incluidas. En la sección 9.6 se introducen las series de Taylor y Maclaurin y se presenta el teorema de Taylor. Las aplicaciones de las series de Taylor y Maclaurin para aproximar funciones y para la determinación del límite de formas indeterminadas constituyen los contenidos de la sección 9.7. En la sección 9.8 se introduce la serie binomial y el estudio de las condiciones de convergencia de la misma. Por último, en la sección 9.9, se introducen la representación de funciones periódicas mediante funciones trigonométricas (series de Fourier), así como condiciones para las cuales dichas series son convergentes.

Prestar especial atención a: definición de función analítica, restos de Lagrange e integral, funciones definidas por integrales, formas indeterminadas, serie binomial, series de Fourier. Conceptos: Series de Taylor y Maclaurin, funciones analíticas, serie de Fourier, serie de Fourier en senos y cosenos.

Ejemplos: **9.6**- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; **9.7**- 1, 2, 3; **9.8**- 1, 2, 3; **9.9**- 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.

Ejercicios: **9.6**-1, 2, 19, 24, 32, 40, 42; **9.7**-2, 7, 1, 5, 16, 22, 23; **9.8**-1, 6, 7, 9; **9.9**-2, , 6, 7, 10, 14, **problemas avanzados**-6, 8.

UNED 16 CURSO 2021/22

#### PEC: Prueba de evaluación continua - 4 Horas

Habrá un examen de carácter voluntario a lo largo del cuatrimestre (el contenido y la forma de realizarlo se comunicará a los alumnos). La nota de la prueba será como máximo 10 puntos.

#### PRUEBA PRESENCIAL: 2 horas

Total Horas ECTS introducidas aquí: 150

# SISTEMA DE EVALUACIÓN

#### TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen Examen de desarrollo

Preguntas desarrollo

Duración del examen 120 (minutos)

Material permitido en el examen

#### Calculadora cientifica no-gráfica ni programable

Criterios de evaluación

•En todos los ejercicios se valorará, esencialmente, el grado de comprensión de la materia y el planteamiento razonado del problema. Se penalizarán los errores graves. Sólo entran en el examen los contenidos del programa que aparecen en el Libro Base (libro de referencia).

% del examen sobre la nota final 90 Nota del examen para aprobar sin PEC 5 Nota máxima que aporta el examen a la 10

calificación final sin PEC

Nota mínima en el examen para sumar la 4 PEC

Comentarios y observaciones

La evaluación final consistirá en un examen presencial que constará de una serie de ejercicios que podrán ser prácticos (problemas) o teóricos (cuestiones o demostraciones de resultados teóricos con uno o varios apartados).

Los ejercicios del examen tendrán una dificultad análoga a los ejemplos y problemas que aparecen en el libro de teoría.

El porcentaje del examen sobre la nota final es como mínimo el 90%

UNED 17 CURSO 2021/22

#### PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? Si

Descripción

Consistirá en la solución de una serie de ejercicios, del nivel del libro base, que se realizará durante cuatro horas y se entregaran en buzón de la página web de la asignatura

Criterios de evaluación

Se puntuara los resultados finales, el procedimiento empleado y la claridad en la exposición. Se pueden penalizar los errores graves.

Ponderación de la PEC en la nota final 1

Fecha aproximada de entrega 14/12/2020

Comentarios y observaciones

#### **OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES**

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final 0

Fecha aproximada de entrega Comentarios y observaciones

#### ¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

La nota de la asignatura es la nota X del examen. Si X es mayor o igual a 4, entonces la nota de la asignatura es X + Y/10, donde Y es la prueba de evaluación a distancia (máximo 10 puntos). Si esta suma es superior a 10 se pondrá como nota de la asignatura 10.

# **BIBLIOGRAFÍA BÁSICA**

ISBN(13):9788478290895

Título:CÁLCULO (6ª)

Autor/es:Robert A. Adams;

Editorial:PEARSON ADDISON-WESLEY

Es un libro de introducción al análisis matemático pensado para estudiantes de Física.

Este libro es también texto básico para la asignatura de Análisis II.

Para la asignatura de *Análisis I* entran los siguientes capítulos:

Tema I

Preliminares. Apéndice I, números complejos.

Capítulo 1: Límites y continuidad. Apéndice II, Funciones continuas.

Tema II

UNED 18 CURSO 2021/22

Capítulo 2: Diferenciación (sección 2.11, optativa).

Capítulo 3: Funciones trascendentes (no entra la sección 3.7).

Capítulo 4: Aplicación de las derivadas (sección 4.5, optativa).

Tema III

Capítulo 5: Integración. Apéndice IV, la integral de Riemann.

Capítulo 6: Técnicas de integración (secciones 6.7 y 6.8, optativas).

Capítulo 7: Aplicaciones de la integración (secciones 7.5, 7.6 y 7.8, optativas. No entran las secciones 7.7 y 7.9).

Tema IV

Capítulo 9: Sucesiones, Series y series de potencias.

# **BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA**

#### Bibliografía Complementaria.

Esta asignatura se puede seguir también mediante los siguientes textos:

- [1] Michael Spivak, Calculus, 2ºedición. +Suplemento del Calculus. Reverté (Barcelona).
- [2] M. Rosa Estela Carbonell, J. Saá Seoane, Cálculo, Pearson, Prentice Hall (Madrid 2008).
- [3] Tom M Apostol, Calculus (volumen 1), Reverté, 2ª edición, (Barcelona).
- [4] Larson, Hostetler, Edwards, Calculus, Vol. 1, Mc Graw Hill (Madrid).

#### Libros de problemas.

- [5] F. Ayres, E. Mendelson, Cálculo, Mc Graw Hill (Madrid 2001).
- [6] M. R. Spiegel, Cálculo Superior, Mc Graw Hill (Madrid)
- [7] Alfonsa García y otros, Cálculo I problemas de Análisis Matemático. ICAI (Madrid 1993). Se recomienda, para aplicaciones del Maple al estudio del Análisis, el libro:
- [8] J. Amillo, F. Ballesteros, R. Guadalupe, y L. J. Martin, Calculo, Conceptos, ejercicios y sistemas de computación matemática, con Maple. Mc Graw Hill, Madrid 1996

UNED 19 CURSO 2021/22

# **RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA**

Los alumnos tendrán a su disposición, en la virtualización, diverso material en pdf, así como una serie de direcciones Web que le servirán de apoyo a la asignatura.

Los conocimientos previos para este curso se pueden obtener en la dirección Web

http://descartes.cnice.mec.es/indice\_ud.php?idioma=Castellano

Unos tutoriales y ejercicios interesantes de Cálculo se encuentran en:

http://archives.math.utk.edu/visual.calculus/

http://www.slu.edu/classes/maymk/MathApplets-SLU.html

Un curso de cálculo aplicado a la física se encuentra en

http://www.physics2000.com/Pages/Calculus.html

Software: Maple y Maxima

Son programs de carácter general. Sirven tanto como laboratorio, para experimentar en el aprendizaje de las matemáticas, o bien para investigar con él, ya que disponen de numerosas funciones implementadas. La instalación de los programas es sencilla.

#### **Actividades Complementarias**

Se le comunicarán a través de la virtualización de la asignatura o bien personalmente.

#### **GLOSARIO**

El glosario de términos relevantes para la asignatura se incluirá en el Curso Virtual.

# **IGUALDAD DE GÉNERO**

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.

UNED 20 CURSO 2021/22