## FUNDAMENTOS DE FÍSICA I (Grado en FÍSICA)

**Material auxiliar:** Solo una calculadora **no programable**. **Tiempo:** 2 horas.

**Deben realizarse todos los problemas aunque se haya seguido la evaluación continua.**

### CUESTIÓN.

Hasta 1 punto. La respuesta ha de ser razonada: no se puntuará si no se explica la contestación.

Un planeta esférico tiene una masa igual a 50 veces la masa de la Tierra y la velocidad de escape para objetos situados cerca de la superficie es cinco veces la velocidad de escape terrestre. ¿Cuál es la relación entre los radios del planeta y de la Tierra?

a) $R_p = R_T$
b) $R_p/R_T = 1/2$
c) $R_p/R_T = 2$

**Solución:** La solución correcta es la c). La velocidad de escape viene dada por $V_e = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ de forma que $R = \frac{2GM}{V_e^2}$. Por tanto $\frac{R_P}{R_T} = \frac{M_P V_{eT}^2}{M_T V_{eP}^2} = \frac{50 M_T V_{eT}^2}{M_T 25 V_{eT}^2} = 2$.

---

### PROBLEMAS. Puntuación hasta 3 puntos cada uno

No es suficiente con escribir ecuaciones; debe desarrollar las soluciones, justificar hipótesis y explicar en detalle los pasos. Cuide dimensiones y unidades, y los órdenes de magnitud de los resultados que obtenga.

• **1**.– En ausencia de gravedad, una partícula, de masa $m_A$ choca a velocidad $\boldsymbol{v}_A$ con la partícula 1 de un cuerpo rígido compuesto por tres partículas en las posiciones $\boldsymbol{r}_1$, $\boldsymbol{r}_2$ y $\boldsymbol{r}_3$. Las tres partículas pertenecientes al sólido rígido se encuentran inicialmente en reposo. Conociendo la velocidad $\boldsymbol{v}'_A$ de la partícula de masa $m_A$ tras el choque, calcular:

(a) Las posiciones de las cuatro partículas respecto del centro de masas del sólido rígido en el momento del choque.

(b) El vector velocidad del centro de masas del sólido rígido tras el choque.

(c) La velocidad angular del cuerpo rígido tras el choque.

**Datos:**

$m_A = m_1 = m_2 = m_3 = 0{,}1$ kg
$\boldsymbol{v}_A = (0{,}7, 0, 0)$ m/s
$\boldsymbol{r}_1 = (0, 0, 0)$ m
$\boldsymbol{r}_2 = (2, 1, 0)$ m
$\boldsymbol{r}_3 = (1, -4, 0)$ m
$\boldsymbol{v}'_A = (0{,}1, 0, 0)$ m/s

**Solución:**

- **Apartado (a)**

La posición del centro de masas del sólido rígido viene dada por

$$\boldsymbol{R}_{CM} = \frac{m_1\boldsymbol{r}_1 + m_2\boldsymbol{r}_2 + m_3\boldsymbol{r}_3}{m_1 + m_2 + m_3}. \quad (1)$$

Teniendo en cuenta que $m_1 = m_2 = m_3 = m$, esta ecuación queda

$$\boldsymbol{R}_{CM} = \frac{\boldsymbol{r}_1 + \boldsymbol{r}_2 + \boldsymbol{r}_3}{3} = (1, -1, 0) \text{ m}. \quad (2)$$

Las posiciones $\boldsymbol{r}_{A,CM}$, $\boldsymbol{r}_{1,CM}$, $\boldsymbol{r}_{2,CM}$ y $\boldsymbol{r}_{3,CM}$ de las cuatro partículas respecto de la posición del centro de masas del sólido rígido vendrán dadas por

$$\begin{aligned}
\boldsymbol{r}_{A,CM} = \boldsymbol{r}_{1,CM} &= \boldsymbol{r}_A - \boldsymbol{R}_{CM} = (-1, 1, 0) \text{ m}, \\
\boldsymbol{r}_{2,CM} &= \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{R}_{CM} = (1, 2, 0) \text{ m}, \\
\boldsymbol{r}_{3,CM} &= \boldsymbol{r}_3 - \boldsymbol{R}_{CM} = (0, -3, 0) \text{ m}.
\end{aligned} \tag{3}$$

- **Apartado (b)**

El momento lineal debe conservarse antes y después del choque, por lo que

$$\begin{aligned}
m_A\boldsymbol{v}_A + \sum_{i=1}^{3} m_i\boldsymbol{v}_i &= m_A\boldsymbol{v}'_A + \sum_{i=1}^{3} m_i\boldsymbol{v}'_i \quad \rightarrow \\
m_A\boldsymbol{v}_A + M\boldsymbol{V}_{CM} &= m_A\boldsymbol{v}'_A + M\boldsymbol{V}'_{CM}.
\end{aligned} \tag{4}$$

Dado que inicialmente, las tres partículas del sólido rígido se encuentran en reposo, esta ecuación se reduce a

$$m_A\boldsymbol{v}_A = m_A\boldsymbol{v}'_A + M\boldsymbol{V}'_{CM}. \tag{5}$$

Esta ecuación se simplifica un poco si tenemos en cuenta que las masas de todas las partículas son iguales, es decir, $m_A = m_1 = m_2 = m_3 = m$, por lo que $M = 3m$, obteniendo la siguiente ecuación

$$\boldsymbol{v}_A = \boldsymbol{v}'_A + 3\boldsymbol{V}'_{CM}. \tag{6}$$

Por la geometría del problema, se espera que las velocidades de las partículas del sólido rígido se mantengan en el plano X-Y. Por lo tanto, descomponiendo las ecuaciones anteriores en sus componentes vectoriales, tendremos

$$\begin{aligned}
v_A^x &= v_A'^x + 3V_{CM}'^x, \\
v_A^y &= v_A'^y + 3V_{CM}'^y.
\end{aligned} \tag{7}$$

De aquí se pueden extraer las componentes x e y de la velocidad del centro de masas:

$$\begin{aligned}
V_{CM}'^x &= \frac{1}{3}\left(v_A^x - v_A'^x\right), \\
V_{CM}'^y &= \frac{1}{3}\left(v_A^y - v_A'^y\right),
\end{aligned} \tag{8}$$

de donde se obtiene la velocidad del centro de masas del sólido rígido

$$\boldsymbol{V}_{CM} = (0{,}2, 0, 0) \text{ m/s}. \tag{9}$$

- **Apartado (c)**

La velocidad de las partículas del sólido rígido se puede descomponer en una velocidad de translación $\boldsymbol{V}_{CM}$ y otra de rotación $\boldsymbol{r}_{i,CM} \times \boldsymbol{\omega}'$, siendo $\boldsymbol{\omega}'$ la velocidad angular del sólido rígido tras el choque. Como el momento angular ha de conservarse y la velocidad angular es normal al plano formado por las partículas del sólido rígido, se debe cumplir la siguiente ecuación

$$m_A\boldsymbol{r}_A \times \boldsymbol{v}_A = m_A\boldsymbol{r}_A \times \boldsymbol{v}'_A + \sum_{i=1}^{3} m_i\boldsymbol{r}_i \times \boldsymbol{V}'_{CM} + \sum_{i=1}^{3} m_i\boldsymbol{r}_{i,CM}^2\boldsymbol{\omega}', \tag{10}$$

que se puede escribir en términos del sólido rígido como

$$m_A\boldsymbol{r}_A \times \boldsymbol{v}_A = m_A\boldsymbol{r}_A \times \boldsymbol{v}'_A + M\boldsymbol{R}_{CM} \times \boldsymbol{V}'_{CM} + I\boldsymbol{\omega}', \tag{11}$$

siendo $I = \sum_{i=1}^{3} m_i\boldsymbol{r}_{i,CM}^2$ el momento de inercia del sólido rígido respecto del eje de giro de este, que pasa por su centro de masas. De esta ecuación, todos los datos son conocidos salvo $\boldsymbol{\omega}'$ por lo que, para calcularla, solo hay que despejarla

$$\boldsymbol{\omega}' = \frac{(m_A\boldsymbol{r}_A \times (\boldsymbol{v}_A - \boldsymbol{v}'_A) - M\boldsymbol{R}_{CM} \times \boldsymbol{V}'_{CM})}{I}. \tag{12}$$

Esta expresión se simplifica bastante si tenemos en cuenta que $\boldsymbol{\omega}'$ va en la dirección z, que $m_A = m_i = m$ y que $M = 3m_A$

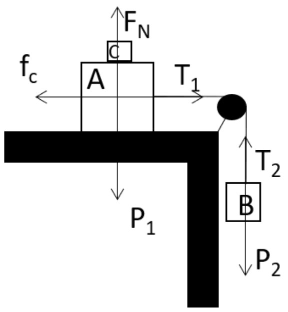
$$\omega'^z = \frac{\left(x_A\left(v_A^y - v_A'^y\right) - y_A\left(v_A^x - v_A'^x\right)\right) - 3\left(x_{CM}V_{CM}'^y - y_{CM}V_{CM}'^x\right)}{\sum_{i=1}^{3}\left(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{R}_{CM}\right)^2} \tag{13}$$

o eliminando las componentes nulas para simplificarlo aún más:

$$\omega'^z = \frac{3y_{CM}V_{CM}'^x}{\sum_{i=1}^{3}\left(\boldsymbol{r}_i - \boldsymbol{R}_{CM}\right)^2} = -0{,}0375 \text{ rad/s.} \tag{14}$$

• **2**.– Un bloque A de masa $m_A$ situado sobre una mesa está conectado por una cuerda delgada que pasa por una polea sin rozamiento ni masa a un bloque B de masa 2,25 kg que cuelga lateralmente de la mesa a una distancia de 1,5 m sobre suelo. Cuando el sistema se deja libre desde el reposo el bloque B choca contra el suelo al cabo de 0,82 s. A continuación se lleva el sistema a su posición inicial y se coloca un bloque C de masa 1,2 kg sobre el bloque A. De nuevo el sistema se deja libre desde el reposo tardando, en este caso, el bloque B 1,3 s en chocar contra el suelo. Determinar la masa del bloque A, $m_A$, y el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque A y la mesa.

**Solución:**
En primer lugar escribimos el diagrama de fuerzas sobre cada bloque




En las condiciones del problema, es decir, despreciando la masa de la cuerda, la de la polea y el rozamiento entre la cuerda y la polea, tenemos que $T_1 = T_2 = T$.

En la primera situación tenemos que el bloque B recorre los 1,5 m que lo separan de los suelo en 0,82 s. De forma que podemos determinar la aceleración del sistema:

$$x = x_0 - v_0 t_1 + 1/2 a_1 t_1^2 \longrightarrow a_1 = \frac{2(x - x_0)}{t_1^2} = 4{,}46\,\mathrm{m\,s^{-2}}$$

Aplicando ahora la segunda ley de Newton a cada uno de los bloques tenemos:
Bloque A:

$$\sum F_x = m_A a_1 \longrightarrow T_1 - f_c = m_A a_1 \longrightarrow T_1 - \mu_C m_A g = m_A a_1 \tag{15}$$

$$\sum F_y = m_A a_y \longrightarrow F_N - P_A = 0 \longrightarrow F_N = P_A = m_A g \tag{16}$$

Bloque B:

$$\sum F_x = m_B a_1 \longrightarrow P_B - T_1 = m_B a_1 \longrightarrow T_1 = m_B(g - a_1) \tag{17}$$

llevando esta ecuación a (15) tenemos que:

$$\mu_c = \frac{m_B(g - a_1) - m_A a_1}{m_A g}. \tag{18}$$

De forma equivalente, cuando añadimos la masa C sobre el bloque A tenemos que

$$a_2 = \frac{2(x - x_0)}{t_2^2} = 1{,}78\,\mathrm{m\,s^{-2}}$$

y aplicando la segunda ley de Newton teniendo en cuenta que ahora la masa de los bloque encima de la mesa es $m = m_A + m_C$ obtenemos

$$m_B(g - a_2) - \mu_c(m_A + m_C)g = (m_A + m_C)a_2$$

$$m_B(g - a_2) - \frac{m_B(g - a_1) - m_A a_1}{m_A g}(m_A + m_C)g = (m_A + m_C)a_2$$

llegando a la siguiente ecuación de segundo grado

$$m_A^2(a_1 - a_2) + (m_C + m_B)(a_1 - a_2)m_A - m_B(g - a_1) = 0 \tag{19}$$

cuya solución con $m_A > 0$ es $m_A = 1{,}215\,\mathrm{kg}$ y, por tanto, a partir de (18) $\mu_C = 0{,}67$.

• **3**.– Un péndulo de longitud 80 cm del que cuelga una masa de 0,6 kg es liberado desde el reposo con la cuerda formando un ángulo de $\theta_0$ con la dirección vertical. En el momento en que la cuerda se encuentra paralela a la vertical la velocidad del péndulo es de $0{,}4\,\mathrm{m\,s^{-1}}$. La masa de la cuerda se considera despreciable.

(a) ¿Cuál es el ángulo $\theta_0$?

(b) ¿Cuál es el ángulo que forma la cuerda con la vertical cuando la velocidad de la masa es de $0{,}2\,\mathrm{m\,s^{-1}}$? ¿Es $\theta_0/2$?

(c) ¿Se puede aproximar el movimiento de este péndulo por un oscilador armónico simple? Si es así justifíquelo y obtenga el valor del periodo.

**Solución:** Solución:

Utilizando la conservación de la energía, obtenemos que la energía potencial inicial es igual a la energía cinética en la posición vertical. Como la altura inicial es $h = L(1 - \cos\theta_0)$,

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mv_f^2 &= mgL(1 - \cos\theta_0),\\ \theta_0 &= \arccos(1 - \frac{v_f^2}{2gL}),\\ \theta_0 &= 0{,}14\,\mathrm{rad} = 8{,}2°.\end{aligned}$$

b) Si utilizamos la conservación de la energía, a esa altura la energía potencial será

$$U' = mgh' = mgL(1 - \cos\theta_0')$$

$$\begin{aligned}mgL(1 - \cos\theta_0) &= \frac{1}{2}mv'^2 + mgL(1 - \cos\theta'),\\ \theta' &= \arccos\left(\cos\theta_0 + \frac{v'^2}{2gL}\right),\\ \theta' &= 0{,}12\,\mathrm{rad} = 7{,}1°.\end{aligned}$$

c) Podemos aproximar el movimiento por un movimiento armónico simple ya que $\theta_0 = 0{,}14\,\mathrm{rad}´1$ entonces $T = 2\pi\sqrt{L/g} = 1{,}8\,\mathrm{s}$.

**Material auxiliar:** Solo una calculadora **no programable**. **Tiempo:** 2 horas.

**Deben realizarse todos los problemas aunque se haya seguido la evaluación continua.**

## CUESTIÓN.

Hasta 1 punto. La respuesta ha de ser razonada: no se puntuará si no se explica la contestación.

Si la amplitud del movimiento de un oscilador armónico simple se triplica, ¿Por qué factor aumentará su energía?

**Solución:**

Solución: la energía aumenta con el cuadrado de la amplitud por lo que incrementará 9 veces.

## PROBLEMAS. Puntuación hasta 3 puntos cada uno

No es suficiente con escribir ecuaciones; debe desarrollar las soluciones, justificar hipótesis y explicar en detalle los pasos. Cuide dimensiones y unidades, y los órdenes de magnitud de los resultados que obtenga.

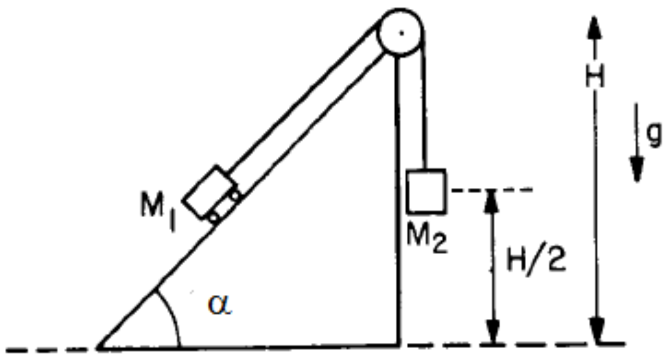
• **1**.– Un bloque de masa $M_1$ se encuentra en reposo sobre un plano inclinado $\alpha = 30°$ de altura $H$. El bloque se encuentra atado a una cuerda que pasa por una polea y el otro extremo de la cuerda está atado a otro bloque $M_2$, que tiene la misma masa. La longitud total de la cuerda permite que ambas masas estén a la misma altura en $H/2$. Ambos bloques están en reposo y se sueltan en el instante $t = 0$, de manera que el bloque de masa $M_1$ comienza a deslizarse por el plano inclinado.

(a) Calcule la aceleración del bloque $M_2$ en el instante $t = 0$.

(b) ¿Cuál de las masas irá hacia abajo? Calcule el instante en que alcanzará el suelo.

(c) Cuando la masa que va hacia abajo (según se obtiene en el apartado anterior) llega al suelo y se para, la masa que estaba subiendo seguirá subiendo hacia arriba ¿llegará hasta la polea? En caso de que no llegue hasta la polea calcule la distancia vertical al suelo que alcanza al pararse.

Considere que la masa de la cuerda es despreciable y también los tamaños de la polea y de los bloques. Datos: $M_1 = M_2 = 1\,\mathrm{kg}$, $H = 1\,\mathrm{m}$, $g = 9{,}8\,\mathrm{m\,s^{-2}}$




**Solución:**

Consideramos en principio que la masa $M_2$ iría hacia abajo, las ecuaciones del movimiento de ambas masas es:

$$M_1 a = T - M_1 g \operatorname{sen}\alpha,$$
$$M_2 a = M_2 g - T,$$

$$a = \frac{g(M_2 - M_1 \operatorname{sen}\alpha)}{M_1 + M_2}$$

Como $M_1 = M_2$ y $\operatorname{sen}\pi/3 = 1/2$ se obtiene:

$$a = \frac{g}{4} = 2{,}5\,\mathrm{m\,s^{-2}}$$

(b) Hemos obtenido $a > 0$, por tanto el bloque $M_2$ irá hacia abajo como supusimos en principio. El tiempo que tarda el bloque $M_2$ en alcanzar el suelo es

$$H/2 = at^2/2,$$
$$t = \sqrt{\frac{H}{a}} = \sqrt{\frac{4H}{g}} = 0{,}64\,\mathrm{s}$$

(c) Como la aceleración de ambas masas es la misma desde el inicio hasta el momento del choque de la masa $M_2$ contra el suelo, la masa $M_1$ recorrerá una distancia igual sobre el plano inclinado $s = at^2/2 = H/2$. La velocidad de la masa $M_2$ es la misma que la de $M_1$ y se puede obtener a partir de la fórmula

$$v_f^2 = v_0^2 + 2as = aH,$$
$$v_f = \sqrt{\frac{gH}{4}} = 1{,}6\,\mathrm{m\,s^{-2}}$$

Para calcular el espacio recorrido utilizamos que, una vez golpea el suelo la masa $M_2$, la aceleración de la masa $M_1$ es ahora $a_1 = g \operatorname{sen}\alpha = g/2$. El espacio que recorre cuando golpea el suelo se obtiene por la fórmula $0 = v_f^2 - 2a_1 s$, entonces

$$s_1 = \frac{v_f^2}{2a_1} = \frac{gH}{4}\frac{1}{2(g/2)} = \frac{H}{4} = 0{,}25\,\mathrm{m}$$

El espacio recorrido total $d$ es la suma $d = H/2 + H/4 = 3H/4$. La altura $d = h \operatorname{sen}\alpha = h/2 = 3H/8$

$$h = \frac{3H}{8} = 0{,}38\,\mathrm{m}$$

• **2**.– La aceleración de la gravedad en la superficie de un planeta desconocido de radio $3 \times 10^3$ km es $6{,}0\,\mathrm{m\,s^{-2}}$. Un satélite, cuya masa es $2{,}0 \times 10^2$ kg, situado a una altura $h$ del planeta describe una órbita circular con una aceleración de $5{,}92\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

(a) Determinar la densidad del planeta.

(b) ¿Cuál es la altura de la orbita del satélite?

(c) ¿Qué energía será necesario aportar al satélite para que pueda escapar de la gravedad del planeta?

Datos: $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\,\mathrm{N\,m^2\,kg^{-2}}$.
**Solución:** (a) A partir del valor del campo gravitatorio en la superficie del planeta se puede determinar la masa del mismo:

$$g_P = G\frac{M_P}{R_P^2} \longrightarrow M_P = \frac{g_p R_P^2}{G} = 8{,}1 \times 10^{23}\,\mathrm{kg}$$

y la densidad del planeta es

$$\rho = \frac{M_P}{V_P} = \frac{M_P}{\frac{4}{3}\pi R_P^3} = 7{,}16 \times 10^3\,\mathrm{kg\,m^{-3}}$$

(b) Aplicando la segunda ley de Newton tenemos

$$m_s a_s = \frac{G m_s M_P}{r^2} \longrightarrow r = \sqrt{\frac{GM_P}{a_s}} = 3{,}02 \times 10^6\,\mathrm{m}$$

donde $R$ es la distancia a la que se encuentra el satélite medida desde el centro del planeta. Por tanto,

$$h = r - R_P = 2{,}1 \times 10^4\,\mathrm{m}$$

(c) En primer lugar es necesario conocer la velocidad del satélite en su órbita circular. Aplicando de nuevo la segunda ley de Newton

$$\frac{Gm_sM_P}{r^2} = m\frac{v_s^2}{r} \longrightarrow v_s = \sqrt{\frac{GM_P}{r}}$$

Aplicando la conservación de la energía mecánica y teniendo en cuenta que velocidad de escape corresponde a una energía total nula tenemos

$$E_i = E_F \longrightarrow \frac{1}{2}m_sv_s^2 - G\frac{M_Pm_s}{r} + E = 0 \longrightarrow E = G\frac{M_Pm_s}{2r} = 1{,}79 \times 10^9 \text{ J}$$

siendo E la energía que hay que aportar al satélite para que escape de la gravedad del planeta.

• **3**.– Un sistema formado por un gas ideal monoatómico se encuentra en un estado inicial $A$, a una temperatura de 300 K y una presión de 1 atmósfera ocupando 60 litros de volumen. Experimenta una serie de transformaciones que conforman proceso cíclico $A-B-C-D-A$, que es un motor térmico:

1.$A \longrightarrow B$ Compresión adiabática hasta la mitad de su volumen inicial.

2. $B \longrightarrow C$ Proceso isóbaro: Expansión a presión constante hasta un volumen que es 1,5 veces el volumen del estado $B$.

3. $C \longrightarrow D$ Expansión adiabática hasta el volumen inicial.

4. $D \longrightarrow A$ Proceso isócoro: Proceso a volumen constante hasta el estado $A$ inicial.

AYUDA: Para que pueda resolver el ciclo, calcule primero las variables de estado $(p, V, T)$ en cada estado del diagrama. Haga una tabla en la que figuren todas recogidas. Dibuje el ciclo termodinámico.

a) Estudie en cada uno de los procesos el calor, el trabajo y el cambio en energía interna. Haga una tabla con los resultados.

b) Calcule el rendimiento del ciclo termodinámico $\eta$ y el que tendría un ciclo de Carnot trabajando entre las temperaturas mayor y menor de este ciclo. Halle la proporción entre el rendimiento obtenido y el que teóricamente tendría un ciclo de Carnot operando entre las mismas temperaturas extremas, $\eta/\eta_{Carnot}$.

Datos: $R = 0{,}082$ atm L mol$^{-1}$ K$^{-1}$ = 8,314 J mol$^{-1}$ K$^{-1}$
1 atm=101300 Pa

**Solución:**

En primer lugar determinamos el número de moles del gas

$$n = \frac{p_AV_A}{RT_A} = 2{,}43902\text{moles}.$$

Hallamos las variables del ciclo, generalmente conocemos una que estará relacionada con la del estado anterior por el tipo de transformación y otra que es un dato del problema, la tercera la calculamos gracias a la ecuación de estado de los gases ideales. Procedemos en cada uno de los pasos

$A \longrightarrow B$

$$V_B = V_B/2 = 30\text{L} \quad p_B = p_A\left(\frac{V_A}{V_B}\right)^\gamma = 3{,}1748\text{atm} \quad T_B = \frac{p_BV_B}{nR} = 476{,}22\text{K}$$

$B \longrightarrow C$

$$V_C = 1{,}5V_A = 45\text{L} \quad p_C = p_B = 3{,}1748\text{atm} \quad T_C = \frac{p_CV_C}{nR} = 714{,}33\text{K}$$

$C \longrightarrow D$

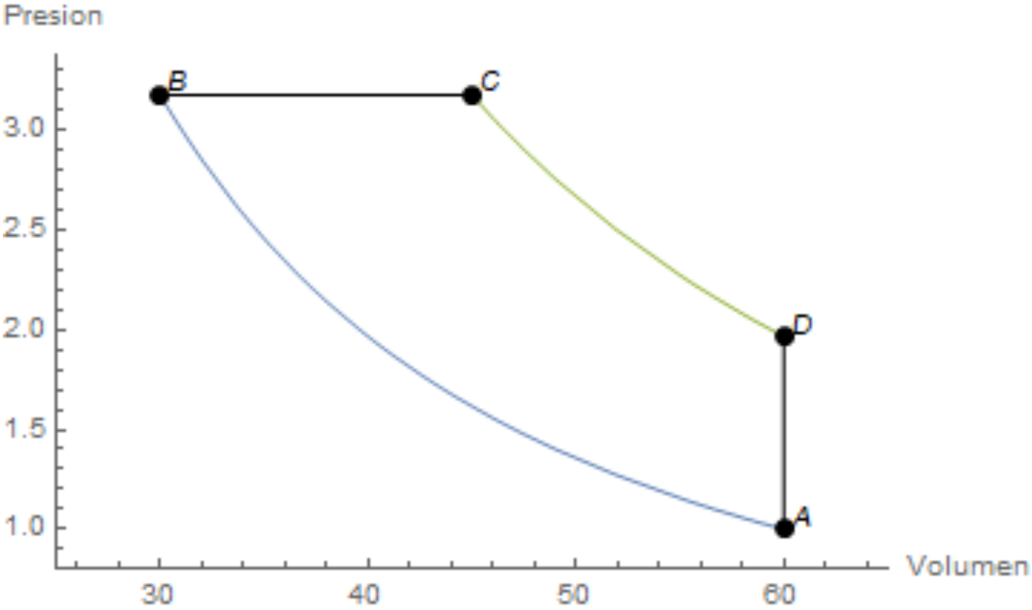
$$V_D = V_A = 60\text{L} \quad p_D = p_C\left(\frac{V_C}{V_D}\right)^\gamma = 1{,}96556\text{atm} \quad T_D = \frac{p_CV_C}{nR} = 589{,}667\text{K}$$

En las tablas se recogen los valores de las variables de estado que definen el ciclo.

| Estado | Volumen V | Presión P | Temeperatura T |
|---|---|---|---|
| A | 60 | 1 | 300 |
| B | 30 | 3.1748 | 476.22 |
| C | 45. | 3.1748 | 714.33 |
| D | 60 | 1.96556 | 589.667 |

| Cantidad | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| Volumen V | 60 | 30 | 45. | 60 |
| Presión P | 1 | 3.1748 | 3.1748 | 1.96556 |
| Temeperatura T | 300 | 476.22 | 714.33 | 589.667 |

En la figura se muestra representado el ciclo termodinámico.




(a) A continuación se recogen las expresiones de los calores, trabajos y cambios en la energía interna de un estado inicial $A$ a otro estado final $B$ en función del proceso termodinámico que esté teniendo lugar. En cada proceso del problema es necesario tener en cuenta el tipo de transformación y cuales son los estado inicial y final.

Utilizamos el primer principio de la termodinámica con el criterio de signos empleado en el texto base de Tipler-Mosca

$$\Delta U = W + Q$$

así el calor es positivo cuando este es agregado al sistema y el trabajo es positivo cuando es realizado sobre el sistema. De este modo si el sistema realiza trabajo sobre el exterior -como en una expansión- el trabajo es negativo.

El trabajo en un **proceso isóbaro** puede calcularse como

$$W_{A\longrightarrow B} = \int_A^B dW = -\int_A^B pdV = -p\int_A^B dV = -p_A\left(V_B - V_A\right).$$

El cambio en la energía interna puede calcularse fácilmente como

$$\Delta U_{A\longrightarrow B} = nC_v\left(T_B - T_A\right).$$

El calor lo calculamos haciendo uso del primer principio de la termodinámica

$$Q_{A\longrightarrow B} = \Delta U_{A\longrightarrow B} - W_{A\longrightarrow B}.$$

El trabajo en un **proceso isotermo** puede calcularse como

$$W_{A\longrightarrow B} = \int_A^B dW = -\int_A^B pdV = -\int_A^B \frac{nRT}{V}dV = -nRT_A\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right).$$

El cambio en la energía interna puede saberse fácilmente que es cero

$$\Delta U_{A\longrightarrow B} = nC_v\left(T_A - T_B\right) = 0.$$

El calor lo calculamos de nuevo haciendo uso del primer principio de la termodinámica

$$Q_{A\longrightarrow B} = -W_{A\longrightarrow B}$$

El trabajo en un **proceso isócoro** el trabajo es cero ya que no hay variación de volumen

$$W_{A\longrightarrow B} = \int_A^B dW = -\int_A^B pdV = 0.$$

El cambio en la energía interna puede calcularse fácilmente como

$$\Delta U_{A\longrightarrow B} = nC_v\left(T_B - T_A\right).$$

El calor lo calculamos haciendo uso del primer principio de la termodinámica

$$Q_{A\longrightarrow B} = \Delta U_{A\longrightarrow B}.$$

El calor en un **proceso adiabático** es cero por su propia definición

$$Q_{A\longrightarrow B} = 0$$

El cambio en la energía interna puede calcularse fácilmente como

$$\Delta U_{A\longrightarrow B} = nC_v\left(T_B - T_A\right).$$

El trabajo lo calculamos haciendo uso del primer principio de la termodinámica

$$W_{A\longrightarrow B} = \Delta U_{A\longrightarrow B}.$$

1.$A \longrightarrow B$ Compresión **adiabática** hasta la mitad de su volumen.
El calor en el primer proceso es

$$Q_{A\longrightarrow B} = 0\text{J}.$$

mientras que el cambio en la energía interna es

$$\Delta U_{A\longrightarrow B} = nC_v\left(T_B - T_A\right) = 5360{,}11\text{J}$$

lo que nos arroja por el principio de conservación de la energía que el trabajo es

$$W_{A\longrightarrow B} = \Delta U_{A\longrightarrow B} - Q_{A\longrightarrow B} = 5360{,}11\text{J}$$

2. $B \longrightarrow C$ Proceso **isóbaro** hasta un volumen que es 1.5 veces el volumen del estado $B$.
El trabajo en el segundo proceso es

$$W_{B\longrightarrow C} = -p_B\left(V_C - V_B\right) = -4824{,}11\text{J}.$$

mientras que el cambio en la energía interna es

$$\Delta U_{B\longrightarrow C} = nC_v\left(T_C - T_B\right) = 7242{,}61\text{J}$$

lo que nos arroja por el principio de conservación de la energía que el calor es

$$Q_{B\longrightarrow C} = \Delta U_{B\longrightarrow C} - W_{B\longrightarrow C} = 12066{,}7\text{J}$$

3. $C \longrightarrow D$ Expansión **adiabática** hasta el volumen inicial.
El calor en el primer proceso es

$$Q_{C\longrightarrow D} = 0\text{J}.$$

mientras que el cambio en la energía interna es

$$\Delta U_{C\longrightarrow D} = nC_v\left(T_D - T_C\right) = -3791{,}9\text{J}$$

lo que nos arroja por el principio de conservación de la energía que el trabajo es

$$W_{C\longrightarrow D} = \Delta U_{C\longrightarrow D} - Q_{C\longrightarrow D} = -3791{,}9\text{J}$$

4. $D \longrightarrow A$ Proceso **isócoro** hasta el estado $A$ inicial.
El trabajo es cero ya que no hay variación de volumen

$$W_{D\longrightarrow A} = \int_D^A dW = -\int_D^A pdV = 0.$$

El cambio en la energía interna puede calcularse fácilmente como

$$\Delta U_{D\longrightarrow A} = nC_v\left(T_D - T_A\right) = -8810{,}82\text{J}.$$

El calor lo calculamos haciendo uso del primer principio de la termodinámica

$$Q_{D\longrightarrow A} = \Delta U_{D\longrightarrow A} = -8810{,}82\text{J}.$$

A continuación se muestra toda la información calculada en forma de tablas.

| Proceso | Trabajo | Calor | Energía |
|---|---|---|---|
| AB | 5360.11 | 0 | 5360.11 |
| BC | -4824.11 | 12066.7 | 7242.61 |
| CD | -3791.9 | 0 | -3791.9 |
| DA | 0 | -8810.82 | -8810.82 |

| Cantidad | AB | BC | CD | DA |
|---|---|---|---|---|
| Trabajo W | 5360.11 | -4824.11 | -3791.9 | 0 |
| Calor Q | 0 | 12066.7 | 0 | -8810.82 |
| Energía | 5360.11 | 7242.61 | -3791.9 | -8810.82 |

(b) El trabajo realizado por el sistema es igual al área encerrada bajo la curva y es la suma de los trabajos de los cuatro procesos realizados

$$W_T = W_{A\longrightarrow B} + W_{B\longrightarrow C} + W_{C\longrightarrow D} + W_{D\longrightarrow A} = -3255{,}91\text{J}$$

que sale negativo ya que es un trabajo que el sistema ha realizado sobre el exterior.

El calor absorbido es la suma de los calores positivos del proceso, ya que los negativos son cedidos al exterior:

$$Q_{abs} = 12066{,}7\text{J}.$$

El rendimiento del ciclo termodinámico es

$$\eta = \frac{|W_T|}{Q_{abs}} = 0{,}269825.$$

mientras que el rendimiento de un ciclo de Carnot trabajando a temperaturas equivalentes es

$$\eta = 1 - \frac{T_A}{T_C} = 0{,}580026,$$

y el ratio pedido es

$$\eta/\eta_{Carnot} = 0{,}465195.$$

FUNDAMENTOS DE FÍSICA 1 (Grado en FÍSICA)

**Material auxiliar:** Solo una calculadora **no programable**. **Tiempo:** 2 horas.

**Deben realizarse todos los problemas aunque se haya seguido la evaluación continua.**

**CUESTIÓN.**

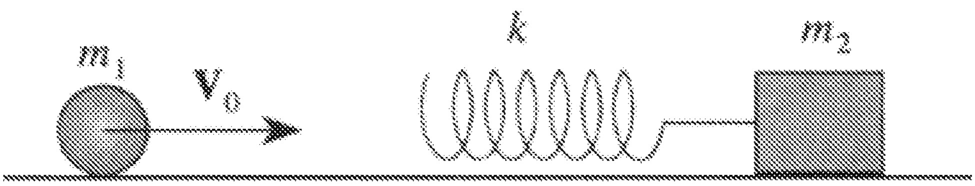
Hasta 1 punto. La respuesta ha de ser razonada: no se puntuará si no se explica la contestación.

Una patinadora, que gira con los brazos extendidos, tiene un momento de inercia I referido a su eje de rotación y una velocidad angular de 4 rad/s. Cuando junta sus brazos al cuerpo, su momento de inercia es 2I/5 ¿Cuál es ahora su velocidad angular? (a) 1.6 rad/s. (b) 10 rad/s. (c) 16 rad/s.

PROBLEMAS. **Puntuación hasta 3 puntos cada uno**

No es suficiente con escribir ecuaciones; debe desarrollar las soluciones, justificar hipótesis y explicar en detalle los pasos. Cuide dimensiones y unidades, y los órdenes de magnitud de los resultados que obtenga.

• **1**.– Una masa $m_1$ con velocidad inicial $V_0$ impacta con un sistema muelle-masa, compuesto de un muelle de constante $k$, sin comprimir y una masa $m_2$ que se encuentran inicialmente en reposo (se muestra en la figura). Inmediatamente después del impacto el muelle se comprime. Posteriormente el muelle se descomprime, la masa $m_1$ se separa del sistema muelle-masa viajando con una velocidad $V_1$ y el sistema muelle masa se mueve conjuntamente con velocidad $V_2$. (a) Considere el momento en el que el muelle se encuentra en su máxima compresión. En ese momento, tanto la masa $m_1$ como el sistema muelle-masa se desplazan juntos con velocidad $V'$. ¿Cuál es la máxima compresión del muelle?
(b) Un tiempo después de la colisión, cuando el muelle ya se ha descomprimido, ambos objetos viajan en la misma dirección. Escriba las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento y de la energía, ¿cuáles serán las velocidades finales $V_1$ y $V_2$ de las masas $m_1$ y $m_2$?
Datos: $V_0 = 1{,}5\,\mathrm{m\,s^{-1}}$, $m_1 = 2m_2 = 2\,\mathrm{kg}$, $k = 4\,\mathrm{N\,m^{-2}}$
Se considera que la masa del muelle es despreciable y que no hay fricción.




• **2**.– Un sistema formado por un gas ideal monoatómico, que se encuentra en un estado inicial A (a una temperatura de 400 Kelvin y una presión de 2 atmósferas ocupando un volumen de 50 litros), experimenta una serie de transformaciones que conforman un proceso cíclico $A-B-C-D-A$ que constituye un motor térmico:

1. $A \longrightarrow B$ Compresión adiabática hasta la mitad de su volumen.
2. $B \longrightarrow C$ Proceso isócoro: A volumen constante aumenta la presión hasta duplicar su valor en $B$.
3. $C \longrightarrow D$ Expansión adiabática hasta el volumen inicial de estado $A$.
4. $D \longrightarrow A$ Proceso isócoro: Proceso a volumen constante hasta el estado $A$ inicial.

AYUDA: Para que pueda resolver el ciclo calcule primero las variables de estado $(p, V, T)$ en cada estado del diagrama. Haga una tabla en la que figuren todas recogidas. Dibuje el ciclo termodinámico.

a) Calcule en cada uno de los procesos el calor el trabajo y el cambio en la energía interna del gas. Recoja los resultados en una tabla.

b) Calcule el rendimiento del ciclo termodinámico $\eta$ y el que tendría un ciclo de Carnot trabajando entre las temperaturas mayor y menor de este ciclo $\eta_{Carnot}$. Halle la proporción entre estos dos resultados, $\eta/\eta_{Carnot}$.

Datos: $R = 0{,}082$ atm L mol$^{-1}$ K$^{-1}$ = 8,314 J mol$^{-1}$ K$^{-1}$ 1 atm=101300 Pa

• **3**.– Un bloque A de masa 4,5 kg situado sobre una mesa está conectado por una cuerda delgada que pasa por una polea sin rozamiento ni masa a un bloque B de masa 2,25 kg que cuelga lateralmente de la mesa. Sobre el bloque A se coloca un bloque C de masa $m_C$. A continuación el sistema se deja libre.

(a) Determina la mínima masa que debe tener el bloque C para evitar que el bloque A se deslice si el coeficiente de rozamiento estático entre la mesa y el bloque A es $\mu_e = 0{,}20$.

(b) Si el bloque C se retira de repente ¿Cuál es la aceleración del bloque A si el coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la mesa es $\mu_c = 0{,}15$?