

1. Sea $a > 0$. Demuestrese que la curva C dada por $\vec{r} = a \cos(s/a) \vec{i} + a \sin(s/a) \vec{j}$ es una circunferencia en el plano xy de radio a y centro en el origen y que está parametrizada en función de la longitud de arco s . Calcular la curvatura, el radio de curvatura y los vectores tangente unitario y normal principal en todo punto de C .
(v. 2,5)

2. Calcular los valores máximo y mínimo de $f(x,y) = x - x^2 + y^2$ en el rectángulo $\{0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1\}$.
(v. 2,5)

3. Calcular el volumen del sólido que está situado en el primer octante, dentro del cilindro $x^2 + y^2 = a^2$ y bajo el plano $z = y$.
(v. 2,5p)

4. Sea C la parte de la curva intersección de las superficies $z = x + y^2$ e $y = 2x$ que van del origen al punto $(2, 4, 8)$. Calcular $\int_C 2y dx + x dy + 2 dz$.
(v. 2,5p)

1. El plano $z = 1 + x$ corta al cono $z^2 = x^2 + y^2$ formando una parábola.

Intente parametrizar dicha parábola utilizando como parametros. a) $t = x$, b) $t = y$ y c) $t = z$. ¿Cuál de estas parametrizaciones sirven para representar toda la parábola? ¿Qué es dicha parametrización? ¿Qué sucede con las otras dos posibilidades de parametrización?

(v. 2.5p)

2. Calcular una ecuación de la curva del plano xy que pasa por $(1, 1)$ y corta a todas las curvas de nivel de la función $f(x, y) = x^4 + y^2$ formando angulos rectos.

(v. 2.5p)

3. Calcular la integral doble $\iint_D dA / \sqrt{(x^2 + y^2)}$ en el disco

$$D := \{x^2 + y^2 \leq a^2, a > 0\}.$$

(v. 2.5p)

4. Calcular la integral $I = \oint_C (x - y^3)dx + (y^3 + x^3)dy$, siendo C la frontera orientada positivamente del cuarto de disco

$$Q := \{0 \leq (x^2 + y^2) \leq a^2, x \geq 0, y \geq 0\}.$$

(v. 2.5p)

1. a. Dibujar la curva paramétrica dada, mostrando su dirección con una flecha. Eliminar el parámetro para obtener una ecuación cartesiana en x e y cuya gráfica sea la de la curva paramétrica $x = 1 - \sqrt{4 - t^2}, y = 2 + t, (-2 \leq t \leq 2)$

(vale 1p)

b. Dibujar la región R dada en polares y calcular su área: R está limitado por el lazo más pequeño de la curva $r = 1 + 2\cos(\theta)$.

(vale 1p)

2. Calcular todos los planos horizontales que son tangentes a la superficie cuya ecuación es $z = xye^{-(x^2+y^2)/2}$. ¿En que puntos son tangentes?

(vale 2p)

3. La temperatura en el espacio tridimensional está dada por $T(x, y, z) = x^2 - y^2 + z^2 + xz^2$. En el instante $t = 0$ un dron pasa por el punto $(1, 1, 2)$, volando según la trayectoria correspondiente a la intersección de las superficies $z = 3x^2 - y^2$ y $2x^2 + 2y^2 - z^2 = 0$. Si la velocidad del dron es 7, ¿qué tasa de cambio de temperatura experimenta el dron en $t = 0$?

(vale 2p)

4. ¿Para qué valores de k , y a qué valor converge, la integral

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 1} dA/(x^2 + y^2)^k?$$

(vale 2p)

5. ¿Calcular $\iint_{\mathfrak{S}} z dS$, sobre la superficie cónica $\mathfrak{S} = \{(x, y, z) \mid z = x^2 + y^2\}$ entre $z = 0$ y $z = 1$.

(vale 2p)