- **Cuestión:** Hasta 1 punto. Incluya una **breve, pero clara, explicación** de la respuesta.
- **Problemas:** Hasta 3 puntos cada uno. No es suficiente con escribir ecuaciones; debe desarrollar las soluciones, justificar hipótesis y explicar en detalle los pasos. Cuide dimensiones, unidades y los órdenes de magnitud de sus resultados.
- **Material auxiliar: Solo una calculadora no programable.** **Tiempo:** 2 horas.

## CUESTIÓN

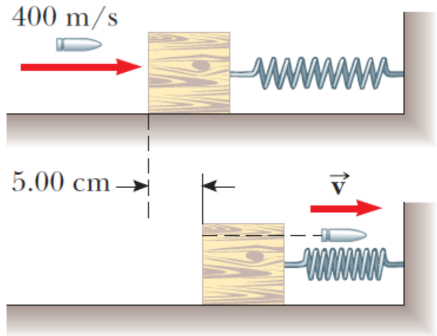
- En un experimento, un bloque de masa $m$, que se desliza por una superficie horizontal sin fricción con una velocidad constante $v$, entra en una zona rugosa que tiene un coeficiente de rozamiento $\mu_c$, y por efecto de la fricción se para después de recorrer una distancia $d$. Si ahora se repite el experimento con un bloque de masa $2m$, que entra en la zona rugosa con una velocidad $2v$, ¿qué distancia recorrerá este bloque antes de pararse?

(a) $4d$ (b) $2d$ (c) $d$ (d) $d/2$

---

## PROBLEMAS. Si ha seguido la evaluación continua solo debe resolver dos de los problemas.

- **1**.– Una bala de masa $m = 5$g, que se mueve con una velocidad inicial constante de 400m/s, se dispara y atraviesa un bloque de masa $M = 1$kg (ver figura). Se supone que el tiempo que tarda en atravesar el bloque es despreciable. El bloque, inicialmente en reposo sobre la superficie horizontal sin fricción, está conectado a un resorte con constante elástica $k = 900$N/m.




**(a)** Hallar la velocidad con la que la bala sale del bloque, si este se desplaza, antes de detenerse, una distancia $x = 5$cm después del impacto.

**(b)** Calcular la energía mecánica que se convierte en energía interna en la colisión.

**(c)** Si ahora se supone que la bala se queda incrustada dentro del bloque, calcular la distancia a la que se desplazará el sistema bloque-bala antes de pararse.

Sigue en la siguiente página ⟼

• **2**.– Se lanza un cohete desde la superficie de la Tierra con velocidad $v_0$, de manera que, cuando alcanza una altura de $5R_T$ con respecto a la superficie de la Tierra, su velocidad es $v_0/10$.

**(a)** Calcular la velocidad $v_0$.

**(b)** ¿Cuál es la altura máxima, respecto a la superficie terrestre, que alcanzará el cohete si fue lanzado verticalmente?

(Datos: Masa de la Tierra $M_T = 6{,}97 \times 10^{24}$kg, radio de la Tierra $R_T = 6{,}4 \times 10^3$km, masa del cohete $m = 3 \times 10^3$kg, constante de gravitación $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$N·m²/kg²)

• **3**.– Un mol de un gas diatómico ideal ($C_V = 5nR/2$) se encuentra inicialmente a 20 °C y 5 atm. Se expande adiabática y cuasiestáticamente hasta que su presión es 1 atm. A continuación se calienta a presión constante hasta que su temperatura es de nuevo 20 °C. Una vez alcanzada dicha temperatura, el gas experimenta una transformación isocórica (volumen constante) hasta que su presión es de 5 atm. Finalmente se comprime isobáricamente hasta volver a su estado original. Calcular:

**(a)** El trabajo realizado por el gas en todo el ciclo.

**(b)** El calor absorbido o cedido por el gas en el ciclo completo.

(Dato: $R = 8{,}314$ J·mol$^{-1}$·K$^{-1}$)

---

**FUNDAMENTOS DE FÍSICA I** **$1^{er}$ curso Grado en Física**
**Prueba Presencial–Febrero 2018–$2^a$ semana**

---

## CUESTIÓN

**La solución correcta es la (a)**. La fuerza de fricción entre el bloque y la superficie, $f_r$, produce un cambio en la energía cinética. Por el teorema trabajo–energía con disipación tenemos que $-f_r s = \Delta K = K_f - K_i = 0 - mv_i^2/2 \Rightarrow s = mv_i^2/(2f_r)$. Pero $f_r = \mu_c mg$, por lo que $s = v_i^2/(2\mu_c g)$, es decir, independiente de la masa. Por lo tanto, si cuando $v_i = v$ la distancia de frenado es $d = v^2/(2\mu_c g)$, cuando $v_i = 2v$ la distancia será $s = (2v)^2/(2\mu_c g) = 4v^2/(2\mu_c g) = 4d$.

---

## PROBLEMAS

**Problema 1**

(a) El choque es inelástico, por lo que, en el choque, se conserva el momento lineal pero no la energía. Como el tiempo que dura la colisión es despreciable, se puede asumir que el bloque llega de manera instantánea a su máxima velocidad.

Por la conservación del momento tenemos

$$mv_i = MV + mv$$

donde la velocidad $v_i = 400$ m/s es la velocidad de la bala antes del impacto y $V$, $v$ son las velocidades del bloque y de la bala después del impacto, respectivamente.

Después de la colisión, el bloque de masa $M$ comprime el resorte una distancia $x = 5$ cm. La conservación de la energía después del choque conduce a

$$\frac{1}{2}MV^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

de donde obtenemos para la velocidad del bloque $V = 1,5$ m/s.

Usando ahora la ecuación de la conservación del momento lineal, podemos obtener la velocidad de la bala después del impacto

$$v = \frac{mv_i - MV}{m} = 100 \text{ m/s}$$

(b) El cambio en la energía total en el sistema, debido a la colisión, será

$$\begin{aligned}\Delta E &= \Delta E_c + \Delta U = (E_{c,f} - E_{c,i}) + (U_f - U_i) \\ &= \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 + \frac{1}{2}kx^2 = -374 \text{ J}\end{aligned}$$

por lo que hay una pérdida de la energía mecánica de 374 J (como era de esperar, ya que se trata de una colisión inelástica).

(c) En el caso en el que la bala queda incrustada dentro del bloque (colisión perfectamente inelástica), por la conservación del momento lineal tenemos

$$mv_i = (M+m)V_f$$

donde $V_f$ es la velocidad final del conjunto bloque y bala. Usando los valores numéricos obtenemos $V_f = 1,99$ m/s.

Para calcular la distancia que se comprimirá el muelle, aplicamos la conservación de la energía después de la colisión, es decir,

$$\frac{1}{2}(M+m)V_f^2 = \frac{1}{2}kx^2$$

de donde se obtiene $x = 6,6$ cm (el muelle se comprime más que en el caso anterior).

---

**Problema 2**

(a) La conservación de la energía se escribe

$$\frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GM_Tm}{R_T} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GM_Tm}{r}$$

donde $m$ es la masa del cohete. Entonces

$$v_0^2 - v^2 = \frac{2GM_T}{R_T}\left(1 - \frac{R_T}{r}\right)$$

Para $r = 5R_T + R_T = 6R_T$ tenemos que $v = v_0/10$, lo cual da

$$\frac{99}{100}v_0^2 = \frac{5GM_T}{3R_T} \Rightarrow v_0 = 1,3\sqrt{\frac{GM_T}{R_T}} = 1,11 \times 10^4\,\mathrm{m/s}$$

(b) La altura máxima se alcanza cuando $v = 0$. La conservación de la energía nos da

$$-\frac{GM_Tm}{r} = \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GM_Tm}{R_T}$$

y de aquí, usando la expresión para $v_0$ obtenida en el apartado anterior,

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{R_T}(1 - 0,85) \Rightarrow r = 6,45R_T$$

donde $r$ es la distancia al centro de la Tierra. Por lo tanto, la altura máxima respecto a la superficie de la Tierra será

$$h = r - R_T = 5,45R_T = 34,88 \times 10^3\mathrm{km}$$

---

**Problema 3**

Para la resolución numérica de este problema hay que tener en cuenta que 1 atm $=$ $1,013 \times 10^5$ Pa y que 1 $\mathrm{m}^3 = 10^3$ L.

(a) Inicialmente el gas se encuentra a $T_0 = 20\,^\circ\mathrm{C}$ y $P_0 = 5\,\mathrm{atm}$, ocupando un volumen

$$V_0 P_0 = nRT_0 \qquad \Rightarrow \qquad V_0 = \frac{nRT_0}{P_0} = \frac{8,314 \times (273+20)}{5 \times 1,013 \times 10^5} = 4,8 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}^3 = 4,8\ \mathrm{L}$$

En todo el ciclo, los procesos que sufre el gas son:
(1) Expansión adiabática hasta que $P_1 = 1$ atm. El trabajo realizado por el gas está dado por

$$W_1 = -C_V \Delta T$$

Para un gas diatómico se tiene que $C_P = C_V + nR = 7nR/2$, lo que implica que $\gamma = C_P/C_V = 1,4$. La temperatura final podemos calcularla mediante la relación[1]

$$\frac{T_0^\gamma}{P_0^{\gamma-1}} = \frac{T_1^\gamma}{P_1^{\gamma-1}} \qquad \Rightarrow \qquad T_1 = 185\ \mathrm{K}$$

y el volumen será

$$V_1 P_1 = nRT_1 \qquad \Rightarrow \qquad V_1 = 15,18\ \mathrm{L}$$

por lo que el trabajo realizado por el gas en este tramo es

$$W_1 = -C_V \Delta T = -\frac{5}{2} R(185 - 293) = 2,25\ \mathrm{kJ}$$

(2) El segundo tramo consiste en un calentamiento a presión constante, $P_2 = P_1 = 1\,\mathrm{atm}$ y $T_2 = 20\,^\circ\mathrm{C}$. El volumen será $V_2 = RT_2/P_2 = 24,05\,\mathrm{L}$ y el trabajo realizado en este caso por el gas es

$$W_2 = P\Delta V = P_2(V_2 - V_1) = 0,9\ \mathrm{kJ}$$

(3) El tercer tramo es una compresión isócora (volumen constante), $V_3 = V_2 = 24,05$ L y $P_3 = 5$ atm. Por lo tanto, al no haber variación de volumen el trabajo realizado es cero, $W_3 = 0$.
(4) Por último, el gas vuelve a su estado inicial mediante un proceso isobárico. El trabajo realizado por el gas en este proceso es

$$W_4 = P\Delta V = P_3(V_0 - V_3) = -9,75\ \mathrm{kJ}$$

Por tanto, el trabajo realizado por el gas en todo el ciclo es:

$$W_{\mathrm{por}} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 = -6,6\ \mathrm{kJ}$$

(b) La variación de energía interna, al ser un proceso cíclico, es cero, por lo que usando el primer principio de la termodinámica, $\Delta E_{\mathrm{int}} = Q_{\mathrm{absorbido}} + W_{\mathrm{sobre}} = Q_{\mathrm{absorbido}} - W_{\mathrm{por}} = 0$, y, por tanto, el calor absorbido es $Q_{\mathrm{absorbido}} = W_{\mathrm{por}} = -6,6\,\mathrm{kJ}$. Es decir, que en el proceso completo, se extraen 6,6 kJ de calor del sistema.

---

[1] También se podría usar la relación $P_0 V_0^\gamma = P_1 V_1^\gamma$ para calcular primero el volumen final y después usar la ecuación del gas ideal para obtener la temperatura $T_1$.

- **Cuestión:** Hasta 1 punto. Incluya una **breve, pero clara, explicación** de la respuesta.
- **Problemas:** Hasta 3 puntos cada uno. No es suficiente con escribir ecuaciones; debe desarrollar las soluciones, justificar hipótesis y explicar en detalle los pasos. Cuide dimensiones, unidades y los órdenes de magnitud de sus resultados.
- **Material auxiliar: Solo una calculadora no programable.** **Tiempo:** 2 horas.

## CUESTIÓN

- Una patinadora sobre hielo está girando sobre sí misma, agachada y con los brazos extendidos hacia adelante. Mientras sigue girando, se levanta y junta sus brazos al cuerpo, de manera que su momento de inercia respecto al eje de giro es ahora la mitad que el que tenía cuando giraba agachada. Despreciando la posible fricción entre sus patines y el hielo, en la posición levantada su energía cinética es:

**(a)** la mitad que la que tenía cuando giraba agachada.

**(b)** igual que cuando giraba agachada, ya que la energía se conserva.

**(c)** el doble que cuando giraba agachada.

---

## PROBLEMAS. Si ha seguido la evaluación continua solo debe resolver dos de los problemas.

- **1**.– Una saltadora de puenting, considerada como una masa puntal de 65 kg, salta de un puente con una cuerda elástica agarrada a ella y al puente. La longitud de la cuerda sin estirar es de 11 m. La saltadora alcanza el fondo de su movimiento 36 m abajo del puente antes de rebotar de regreso. Su movimiento se puede separar en una caída libre de 11 m y en una sección de 25 m de movimiento armónico simple.

**(a)** ¿Durante qué intervalo de tiempo está en caída libre?

**(b)** Determinar la constante de resorte de la cuerda.

**(c)** ¿Cuál es la ubicación del punto de equilibrio medida desde el puente? ¿Y la amplitud de la oscilación?

**(d)** ¿Cuál es el intervalo de tiempo durante el cuál transcurre todo el salto, es decir, desde que salta hasta que alcanza por primera vez la máxima elongación de la cuerda?

Sigue en la siguiente página ⟼

• **2**.– Dos partículas con masas $m$ y $3m$ se mueven una hacia la otra a lo largo del eje $x$ con la misma velocidad inicial $v$. La partícula $m$ viaja hacia la izquierda y la partícula $3m$ viaja hacia la derecha. Cuando se encuentran sufren una colisión oblicua elástica, tal que la partícula $m$ se mueve hacia abajo después de la colisión formando un ángulo recto con su dirección inicial.

**(a)** Determinar el módulo de la velocidad final de cada una de las dos partículas en función de la velocidad inicial.

**(b)** ¿Cuál es el ángulo con el que sale desviada la partícula de masa $3m$?

• **3**.– Un satélite artificial de 500 kg realiza una órbita circular alrededor de la Tierra a una altura de la superficie terrestre $h = 3R_T$, donde $R_T = 6{,}37 \times 10^6$ m es el radio de la Tierra.

**(a)** ¿Cuál es el periodo orbital del satélite?

**(b)** ¿Cuál es la energía total del satélite?

**(c)** Exprese el momento angular $L$ del satélite con respecto al centro de la Tierra en términos de su energía cinética $E_c$ y encuentre el valor numérico de $L$.

---

**FUNDAMENTOS DE FÍSICA I 1er curso Grado en Física**
**Prueba Presencial–Febrero 2018–1ª semana**

---

## CUESTIÓN

**La solución correcta es la (c)**. Como no hay momentos exteriores (se desprecia el rozamiento entre los patines y el hielo), el momento angular se conserva, de forma que $L_i = I_i\omega_i = L_f = I_f\omega_f \Rightarrow \omega_f = (I_i/I_f)\,\omega_i = 2\omega_i$. Por lo tanto. la relación entre la energía cinética final y la inicial será $K_f/K_i = \left(I_f\omega_f^2/2\right)/\left(I_i\omega_i^2/2\right) = \left(L_f\omega_f\right)/\left(L_i\omega_i\right) = 2\omega_i/\omega_i = 2$.

---

## PROBLEMAS

### Problema 1

Suponemos que el sistema está formado por la saltadora, la cuerda elástica y la Tierra. Por lo tanto, en este problema habrá cambios de energía cinética, energía potencial gravitatoria y energía potencial elástica.

(a) La trayectoria de la saltadora durante la caída libre viene dada por

$$y_l = y_0 + v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t_l^2$$

Tomando como origen el puente y la dirección hacia arriba como positiva, tenemos que $(y_0 = v_{0y} = 0; a_y = -g)$

$$y_l = -\frac{1}{2}g t_l^2$$

de manera que el tiempo transcurrido mientras la saltadora está en caída libre es

$$t_l = \sqrt{-\frac{2y_l}{g}} = \sqrt{-\frac{(-22)}{9,8}} = 1,5 \text{ s}$$

(b) Tomamos como punto inicial la posición donde la saltadora salta del puente y el punto final en la parte más baja de su movimiento. Aplicando la conservación de la energía mecánica tenemos (los subíndices $g$ y $s$ se refieren a la energía asociada a la gravedad y a la cuerda elástica, respectivamente)

$$K_i + U_{gi} + U_{si} = K_f + U_{gf} + U_{sf} \qquad \Rightarrow \qquad 0 = mgy_f + \frac{1}{2}k y_m^2$$

donde la posición final de la saltadora es $y_f = -36\,\text{m}$ y la longitud máxima que se estira la cuerda es $y_m = -25\,\text{m}$, por lo que

$$k = -\frac{2mgy_f}{y_m^2} = 73,4 \text{ N/m}$$

(c) El punto de equilibrio es aquel, medido desde el puente, alrededor del cual la saltadora atada a la cuerda oscilaría con movimiento armónico simple (o, dicho de otra manera, en el que el sistema saltadora–cuerda permanecería en reposo si no hubiera oscilaciones). En dicho punto de equilibrio la fuerza de la cuerda elástica equilibra la fuerza gravitacional ejercida sobre la saltadora, es decir, $F = mg = k\Delta y_m$, donde $\Delta y_m$ es la cantidad que se ha alargado la cuerda, respecto a su longitud no extendida, por efecto del peso del cuerpo. Por lo tanto

$$\Delta y_m = \frac{mg}{k} = 8,68 \text{ m}$$

por lo que la posición del punto de equilibrio, medida desde el puente, es $|y_{eq}| = |y_l| + \Delta y_m = 11 + 8,68 = 19,7\,\text{m}$ y el valor de la amplitud de la oscilación alrededor del punto de equilibrio será $A = |y_f| - |y_{eq}| = 36 - 19,7 = 16,3\,\text{m}$.

(d) El tiempo total que dura el salto es el tiempo que transcurre mientras la saltadora está en caída libre, $t_l$, calculado en el apartado (a), más el tiempo transcurrido durante el movimiento armónico simple, $t_{os}$,hasta que se llega por primera vez a la máxima extensión de la cuerda (la amplitud del movimiento oscilatorio respecto al punto de equilibrio).

Para calcular $t_{os}$ estudiamos el movimiento armónico, desde que comienza (cuando la cuerda comienza a estirarse) hasta que llega por primera vez al fondo (amplitud del movimiento armónico, medida desde el punto de equilibrio). El movimiento armónico simple de la saltadora está descrito por $y\,(t) = A\cos(\omega t + \phi)$ donde $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = 1{,}06\,\text{rad/s}$.

Para calcular la constante de fase, $\phi$, hay que tener en cuenta que cuando $t = 0$ la cuerda comienza a estirarse, por lo que la posición de la saltadora, medida respecto al punto de equilibrio, cumple la condición (recordemos que hemos considerado que la dirección hacia arriba es la positiva)

$$y\,(0) = \Delta y_m = A\cos(\phi) \Rightarrow 8,68 = -16,3\cos\phi \Rightarrow \phi = \arccos\left(-\frac{8,68}{16,3}\right) = \pm 2,13 \text{ rad}$$

En nuestro caso, para $t > 0$ la saltadora se mueve hacia valores menos positivos (hacia abajo) por lo que el signo correcto que hay que tomar para la constante de fase es el negativo. Por lo tanto, cuando la saltadora llega al punto más bajo por primera vez se cumplirá

$$y\,(t_{os}) = A = A\cos(\omega t_{os} - |\phi|) \quad \Rightarrow \quad 1 = \cos(\omega t_{os} - |\phi|) \quad \Rightarrow \quad t_{os} = \frac{|\phi|}{\omega} = 2,01 \text{ s}$$

En consecuencia, el tiempo total durante el que transcurre el salto será $t = t_l + t_{os} = 3,51$ s.

---

**Problema 2**

(a) Para estudiar el choque tomamos como sentido positivo hacia la derecha (en el eje $x$) y hacia arriba (en el eje $y$). Como el choque es perfectamente elástico se conserva el momento lineal y la energía cinética:

$$m_1\vec{v_{1i}} + m_2\vec{v_{2i}} = m_1\vec{v_{1f}} + m_2\vec{v_{2f}}$$

$$\frac{1}{2}m_1v_{1i}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2i}^2 = \frac{1}{2}m_1v_{1f}^2 + \frac{1}{2}m_2v_{2f}^2$$

Si llamamos $\alpha$ al ángulo con el que sale desviada la partícula de masa $3m$, aplicando la conservación del momento lineal tenemos, en la dirección $x$, que:

$$-mv + 3mv = mv_{1f}\cos(90^o) + 3mv_{2f}\cos(\alpha)$$

y en la dirección $y$:

$$0 = -mv_{1f}\,\mathrm{sen}(90^o) + 3mv_{2f}\,\mathrm{sen}(\alpha)$$

Aplicando la conservación de la energía cinética a este caso concreto

$$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}3mv^2 = \frac{1}{2}mv_{1f}^2 + \frac{1}{2}3mv_{2f}^2.$$

Operando con las ecuaciones de conservación anteriores, obtenemos

$$v_{2f} = \sqrt{\frac{2}{3}}v \qquad \text{y} \qquad v_{1f} = \sqrt{2}v$$

(b) Del apartado anterior tenemos

$$0 = -mv_{1f}\,\mathrm{sen}(90^o) + 3mv_{2f}\,\mathrm{sen}(\alpha) \quad \Rightarrow \quad \mathrm{sen}(\alpha) = \frac{1}{3}\frac{v_{1f}}{v_{2f}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 35,26^\circ$$

---

**Problema 3**
(a)Cuando el satélite se encuentra en una órbita situada a una distancia $r$ del centro de la Tierra, su periodo orbital viene dado por

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi(4R_T)}{v} = \frac{8\pi R_T}{v}$$

en donde $v$ es la velocidad orbital del satélite. Para obtener $v$ aplicamos la segunda ley de Newton al satélite

$$F = ma \Rightarrow \frac{GM_T m}{(4R_T)^2} = m\frac{v^2}{4R_T} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{gR_T}{4}}$$

donde hemos tenido en cuenta que $g = GM_T/R_T^2$.

Sustituyendo esta expresión en la ecuación para el periodo tenemos

$$T = 16\pi\sqrt{\frac{R_T}{g}} = 11,25 \text{ h}$$

(b) La energía total, que es la suma de la energía cinética y la potencial, en una órbita circular es

$$E_T = E_c + U = \frac{1}{2}U = \frac{1}{2}\left(-\frac{GM_T m}{4R_T}\right) = -\frac{1}{8}mgR_T$$

que, sustituyendo valores, conduce a

$$E_T = -3,9 \times 10^9 \text{ J}$$

(c) El momento angular del satélite con respecto al centro de la Tierra es $L = rmv \Rightarrow v^2 = L^2/m^2r^2$. Por lo tanto, la energía cinética del satélite en función de su momento angular será

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{L^2}{2mr^2} = \frac{L^2}{2I}$$

en donde hemos usado que el momento de inercia del satélite, respecto a un eje que pase por el centro de la Tierra, es

$$I = mr^2 = m(4R_T)^2 = 16mR_T^2$$

Así pues, el momento angular nos queda

$$L = \sqrt{2IE_c} = \sqrt{2(16mR_T^2)E_c} = 4R_T\sqrt{2mE_c} = 2m\sqrt{gR_T^3} = 50,3 \times 10^{12}\ \mathrm{kg \cdot m^2/s}$$

---

- **Cuestión:** Hasta 1 punto. Incluya una **breve, pero clara, explicación** de la respuesta.
- **Problemas:** Hasta 3 puntos cada uno. No es suficiente con escribir ecuaciones; debe desarrollar las soluciones, justificar hipótesis y explicar en detalle los pasos. Cuide dimensiones, unidades y los órdenes de magnitud de sus resultados.
- **Material auxiliar: Solo una calculadora no programable.** Tiempo: 2 horas.

## CUESTIÓN

- Un satélite artificial se mueve en una órbita circular alrededor de la Tierra, conociéndose el radio de la órbita y el período. Esta información nos permite

**(a)** obtener, tanto la masa de la Tierra como la del satélite.

**(b)** obtener solo la masa de la Tierra.

**(c)** obtener la masa del satélite y su velocidad.

**(d)** obtener la masa de la Tierra y la velocidad del satélite.

---

## PROBLEMAS. Si ha seguido la evaluación continua solo debe resolver dos de los problemas.

- 1.– Un bloque de masa $m$ se encuentra sobre una superficie horizontal rugosa. Los coeficientes de rozamiento estático y cinético entre el bloque y la superficie son $\mu_e$ y $\mu_c$, respectivamente. El bloque está inicialmente en reposo y sobre él se aplica una fuerza horizontal $\vec{F}$.

**(a)** Calcular la fuerza resultante sobre el bloque si $F = 45$ N.

**(b)** Calcular el valor mínimo de la magnitud de $\vec{F}$, a partir del cual el bloque se pondrá en movimiento.

**(c)** Si se aplica una fuerza $F = 80$ N sobre el bloque durante un tiempo $t = 4$ s, calcular la distancia horizontal que recorre el bloque hasta que se para.

(Datos: $m = 16$ kg. $\mu_e = 0,3$. $\mu_c = 0,25$. $g = 9,8$ m/s$^2$)

Sigue en la siguiente página ⟼

• 2.– Un juguete lanza canicas pequeñas utilizando un muelle dentro de un tubo. El muelle, de constante $k$, está dentro de un tubo cilíndrico hueco, de longitud $\ell_0$, que es la misma que la del muelle cuando está sin estirar ni comprimir. Se pone en el borde del tubo una canica de tamaño despreciable y masa $m$, y se comprime el muelle dentro del tubo una longitud $\Delta\ell$. El tubo está inclinado un ángulo de 60° con respecto a la horizontal. Se suelta el muelle, el cual impulsa la canica instantáneamente. Se desprecia el rozamiento de la canica en el tubo y la resistencia del aire.

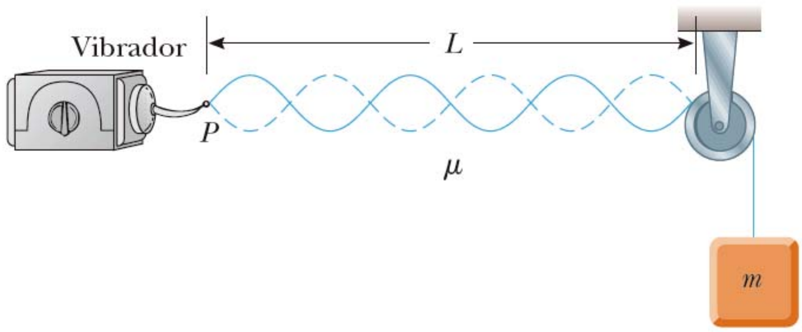
**(a)** ¿A qué velocidad $v_0$ sale la canica del tubo?

**(b)** ¿Cuál es la velocidad de la canica en el punto cuya altura es máxima?

**(c)** ¿Cuál es la máxima altura $h$ (con respecto al borde de salida del tubo) que alcanza la canica?

(Datos: $m = 20$ g, $k = 400$ N/m, $\Delta\ell = 10$ cm, $g = 9,8$ m/s$^2$)

• 3.– En el experimento que se muestra en la figura, un objeto de masa $m$ se puede colgar de una cuerda (con densidad de masa lineal $\mu = 0{,}002$ kg/m) que pasa sobre una polea ligera. La cuerda se conecta a un vibrador (que hace oscilar la cuerda con una frecuencia constante $f$) y la longitud de la cuerda entre el punto donde se une la cuerda al vibrador ($P$ en la figura) y la polea es $L = 2\,$m. Cuando la masa del objeto es $m = 16\,$kg o $m = 25\,$kg, se observan ondas estacionarias; sin embargo, no se observan ondas estacionarias con ninguna otra masa entre esos valores.




**(a)** ¿En qué armónico vibra la cuerda cuando se cuelga la masa $m = 25$ kg?

**(b)** ¿Cuál es la frecuencia con la que el vibrador hace oscilar la cuerda?

**(c)** ¿Cuál es la masa $m$ más grande que se puede colgar en el experimento para la que se pueden observar ondas estacionarias?

(NOTAS: El número de nodos y antinodos de una onda estacionaria disminuye cuando la tensión sobre la cuerda aumenta. La velocidad de propagación de una onda en una cuerda está relacionada con la tensión, $F_T$, mediante la expresión $v = \sqrt{F_T/\mu}$)

---

## Soluciones

### Cuestión

**La solución correcta es la (d)**. Conociendo el periodo y el radio de la órbita, $T$ y $r$, se puede calcular directamente la velocidad del satélite, ya que $v = 2\pi r/T$. Por otra parte, usando la tercera Ley de Kepler tenemos $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{GM_T}$, de manera que $M_T = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$. Ni los datos que nos dan ($T$ y $r$) ni los que hemos podido calcular ($v$ y $M_T$) nos permiten obtener la masa del satélite.

---

### Problema 1

(a) Para obtener la fuerza resultante sobre el bloque necesitamos saber si la fuerza aplicada es suficiente para moverlo. Como el bloque está inicialmente en reposo, para poder mover el bloque la fuerza aplicada debería ser mayor que la fuerza de rozamiento estática máxima, que es $f_{e,\text{máx}} = \mu_e N = \mu_e mg = 47,04$ N. Como la fuerza aplicada $F = 45$ N es menor que la fuerza de rozamiento estática máxima, el bloque no se mueve y la fuerza resultante es $F_R = 0$ N.
(b) El valor mínimo de la fuerza, a partir del cual el bloque se pondrá en movimiento, lo hemos calculado en el apartado anterior, es decir, $F_{\text{mín}} = f_{e,\text{máx}} = 47,04$ N. Para cualquier fuerza ligeramente superior a este valor mínimo, $F > F_{\text{mín}}$, el bloque se moverá.
(c) Como la fuerza aplicada $F = 80$ N es mayor que $F_{\text{mín}}$, el bloque se mueve y actuará el rozamiento cinético. Mientras la fuerza se está aplicando (4 segundos), la segunda Ley de Newton da

$$F - \mu_c mg = ma_1 \Rightarrow a_1 = \frac{F - \mu_c mg}{m} = 2,55 \text{ m/s}^2$$

Por otra parte, cuando la fuerza deja de actuar, tendremos

$$-\mu_c mg = ma_2 \Rightarrow a_2 = \frac{-\mu_c mg}{m} = -2,45 \text{ m/s}^2$$

Durante el tiempo $t_1 = 4$ s que actúa la fuerza, la distancia recorrida por el bloque y la velocidad que alcanza son

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = 20,4 \text{ m} \\ v_1 &= a_1 t_1 = 10,2 \text{ m/s} \end{aligned}$$

Cuando la fuerza deja de actuar, el bloque, que se mueve ahora con una velocidad $v_1$ y con una aceleración $a_2$, se detendrá ($v_f = 0$) en un tiempo

$$v_f = v_1 + a_2 t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{v_f - v_1}{a_2} = 4,16 \text{ s}$$

y, en este tiempo habrá recorrido una distancia

$$x_2 = v_1 t_2 + \frac{1}{2}a_2 t_2^2 = 21,23 \text{ m}$$

Por lo tanto, la distancia que recorre el bloque hasta que se para será

$$x = x_1 + x_2 = 41,63 \text{ m}$$

**Problema 2**

(a) Elegimos el origen de energía potencial gravitacional en el borde de salida del tubo. Cuando el muelle está comprimido, justo antes de soltarse, la energía mecánica inicial del sistema es solo potencial (del muelle y gravitatora de la canica)

$$E_i = U = \frac{k\,(\Delta\ell)^2}{2} - mg\Delta\ell\,\mathrm{sen}\,\alpha$$

donde $\alpha$ es el ángulo de inclinación del tubo. Cuando la canica sale del tubo la energía es cinética únicamente, y vale

$$E_f = K = \frac{mv_0^2}{2}$$

Como no hay rozamiento, la energía se conserva, por lo que, igualando las energías inicial y final, obtenemos

$$v_0 = \sqrt{\frac{k}{m}\,(\Delta\ell)^2 - 2g\Delta\ell\,\mathrm{sen}\,\alpha} \Rightarrow v_0 = 14,1 \text{ m/s} = 51 \text{ km/h}$$

(b) Cuando sale del tubo la canica sigue un movimiento balístico. Cuando se encuentra en la máxima altura de su trayectoria su velocidad será únicamente horizontal. En un movimiento balístico sin rozamiento, la velocidad horizontal es constante y vale

$$v_H = v_0 \cos\alpha = 7 \text{ m/s} = 25 \text{ km/h}$$

(c) Para calcular la máxima altura (con respecto al borde de salida del tubo) se puede utilizar la conservación de la energia. Igualando la energía en el punto en el que la canica sale del tubo (solo cinética) con la que tiene en el punto cuya altura es máxima (cinética y potencial), tenemos

$$\frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv_H^2}{2} + mgh \Rightarrow h = \frac{v_0^2 - v_H^2}{2g} = \frac{v_0^2\,\mathrm{sen}^2\,\alpha}{2g} = 7,6 \text{ m}$$

**Problema 3**

(a) Como una masa, $m$, que cuelga está en equilibrio, la tensión que produce sobre la cuerda es, por la segunda ley de Newton, $F_T = mg$. Consideremos ahora que $n$ es el armónico en el que vibra la cuerda cuando se coloca la masa $m$ =25 kg ($n$ es también igual al número de antinodos de la onda estacionaria resultante). Entonces, como al colgar una masa menor, $m = 16$ kg, la tensión sobre la cuerda disminuye, el número de nodos y antinodos de la onda estacionaria aumenta, lo que implica que la cuerda vibra en este caso en el armónico superior, $n+1$(recordemos que, como indica el enunciado, no hay ondas estacionarias para ninguna otra masa de valor intermedio entre las dadas). Para ondas estacionaras tenemos que $\lambda_n = 2L/n$ y que la velocidad de la onda está relacionada con la longitud de onda y la frecuencia mediante $v_n = f\lambda_n$ (la frecuencia de vibración es constante, ya que la produce el vibrador). Además, la tensión está relacionada con la velocidad de propagación de la onda por $v_n = \sqrt{F_{Tn}/\mu}$.

Por lo tanto tenemos, para la masa $m_n = 25\,\text{kg}$

$$f = \frac{v_n}{\lambda_n} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{F_{Tn}}{\mu}} = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{m_n g}{\mu}}$$

y para la masa $m_{n+1} = 16\,\text{kg}$

$$f = \frac{v_{n+1}}{\lambda_{n+1}} = \frac{n+1}{2L}\sqrt{\frac{F_{T(n+1)}}{\mu}} = \frac{n+1}{2L}\sqrt{\frac{m_{n+1} g}{\mu}}$$

Igualando las dos ecuaciones anteriores, podemos determinar el valor de $n$

$$\frac{n+1}{n} = \sqrt{\frac{m_n}{m_{n+1}}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4} \qquad \Rightarrow \qquad n = 4$$

por lo que, cuando se cuelga la masa $m = 25$ kg, la cuerda vibra en su cuarto armónico (cuatro antinodos y cinco nodos)

(b) De acuerdo con el apartado anterior, la frecuencia del vibrador es

$$f = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{m_n g}{\mu}} = 350 \text{ Hz}$$

(c) La masa más grande para la que se producen ondas estacionarias es aquella para la que la cuerda vibra en el primer armónico (modo fundamental de vibración), es decir $n = 1$

$$f = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{m_1 g}{\mu}} \qquad \Rightarrow \qquad m_1 = \frac{4L^2\mu f^2}{g} = 400 \text{ kg}$$