FUNDAMENTOS DE FÍSICA II (1er curso Grado en FÍSICA) Junio 2017

Material auxiliar: Solo una calculadora **no programable**. **Tiempo:** 2 horas.

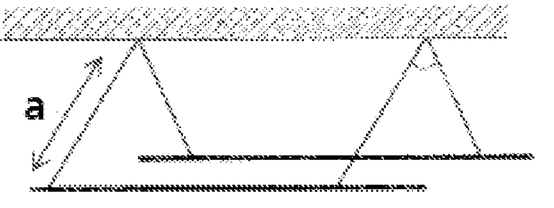
CUESTIÓN. Hasta 1 punto. La respuesta ha de ser razonada: no se puntuará si no se explica.

- Una habitación de una vivienda con una acometida eléctrica cuya diferencia de potencial es V, se calienta con una estufa eléctrica. Hay también una lámpara *flexo* sobre una mesa de estudio, con una bombilla de incandescencia. ¿Cuál espera que sea mayor, la resistencia R_{estufa} de la estufa o la resistencia R_{bombilla} de la bombilla?

PROBLEMAS. Hasta 3 puntos cada uno. No es suficiente con escribir ecuaciones; debe desarrollar las soluciones, justificar hipótesis y explicar en detalle los pasos. Cuide dimensiones y unidades, y los órdenes de magnitud de los resultados que obtenga.

• **1.**– Una fuente de potencial genera una diferencia de potencial constante, V, entre sus bornes. Se conectan dos resistencias en serie, una de valor r y otra de resistencia variable R.
(a) ¿Para qué valor de R se disipa más calor en la resistencia R?
(b) ¿Cuál es la diferencia de potencial en los extremos de la resistencia R en ese caso?

• **2.**– Dos alambres gruesos de aluminio, de densidad de masa ρ, radio r y cubiertos de un barniz aislante, se cuelgan de dos puntos del techo, utilizando para ello cuatro hilos finos aislantes de igual longitud a (véase la figura).
Se sabe que si por los alambres circula una corriente de intensidad I, el sistema está en equilibrio cuando los hilos forman un ángulo α entre sí.



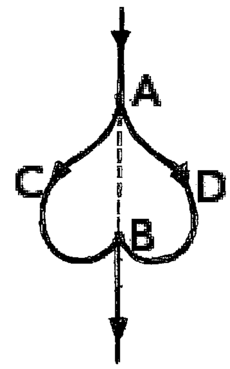
(a) En base a lo que se dice en el enunciado, ¿circula la intensidad por los alambres en el mismo sentido o en sentido contrario en cada uno de ellos? ¿Cuál sería el ángulo formado por los hilos si se invierte el sentido de las dos corrientes?
(b) ¿Cuál es el valor de la intensidad I? Dar la expresión en términos de a, α y $\lambda_{\text{aluminio}}$.
Nota: la fuerza magnética entre los alambre es por unidad de longitud, de manera que se usará la densidad de masa lineal (por unidad de longitud del alambre), $\lambda_{\text{aluminio}} = \rho \times \pi r^2$.
(c) Si se reduce a la mitad el valor de la corriente que circula por los alambres, ¿cuál sería entonces el ángulo α' que forman en el equilibrio los dos alambres?
(d) Estime los valores numéricos de I y de α'. Datos: densidad de masa del alambre: $\rho_{\text{aluminio}} = 2,7\ \text{g/cm}^3$, $r = 0,5$ cm, $a = 200$ cm; $\alpha = 0,28°$.
Nota: en todo el problema se puede usar la aproximación de que el valor de α es muy pequeño. En ese caso, se cumple que $\tan\alpha \simeq \sin\alpha$.

• **3.**– Se tiene una lente biconvexa delgada de índice de refracción $n = 1,5$ y cuyos radios de curvatura son $R_1 = 5$ cm y $R_2 = 4$ cm, respectivamente. Se sitúa un objeto de 8 mm de altura delante de la lente, a 10 cm de la misma.
(a) Dar la expresión para la distancia focal de la lente. Evaluar numéricamente la distancia focal a partir de dicha expresión.
(b) Dar la expresión para la posición de la imagen. Determinar la posición de la imagen usando dicha expresión.
(c) Dar la expresión para el tamaño de la imagen. Evaluar numéricamente el tamaño de la imagen.
(d) Dibujar el diagrama de rayos y especificar las características de la imagen.

Material auxiliar: Solo una calculadora **no programable**. **Tiempo:** 2 horas.

CUESTIÓN. Hasta 1 punto. La respuesta ha de ser razonada: no se puntuará si no se explica la contestación.

• En un plano, se tiene el circuito de la figura, por el que circula una corriente de intensidad total I (las líneas gruesas con flechas indican hilos metálicos de sección uniforme por los que circula la corriente).
Indique el módulo, la dirección y el sentido del campo magnético en un punto cualquiera de la línea AB, que es el eje de simetría del sistema.



PROBLEMAS. Hasta 3 puntos cada uno. No es suficiente con escribir ecuaciones; debe desarrollar las soluciones, justificar hipótesis y explicar en detalle los pasos. Cuide dimensiones y unidades, y los órdenes de magnitud de los resultados que obtenga.

• 1.– **(a)** Se dispone de un condensador de placas plano paralelas de área A y separación entre armaduras d. Se introduce un dieléctrico de espesor y ($y \leq d$) y permitividad relativa ε_r. Determinar la expresión algebraica de la capacidad del sistema en función del espesor y de la lámina de dieléctrico. Compruebe que la expresión se reduce a las ya conocidas para los límites en los que o bien no hay dieléctrico o bien el dieléctrico ocupa todo el espacio entre las armaduras del condensador.

(b) En un condensador de caras plano paralelas de lados b y h (área $A = bh$) y separación entre armaduras d, se introduce una lámina de dielécrico que tiene un espesor d, lados b y x, y permitividad relativa ε_r. Determinar la expresión algebraica de la capacidad del sistema en función de la longitud x del lado de la lámina de dieléctrico. Compruebe que la expresión se reduce a las ya conocidas para los límites en los que o bien no hay dieléctrico o bien el dieléctrico ocupa todo el espacio entre las armaduras del condensador.

• **2.**– Se colocan verticalmente, y paralelas a una distancia d, dos varillas metálicas que están conectadas eléctricamente mediante una resistencia R. En la región hay un campo magnético de módulo B, que está dirigido a lo largo del eje OX, dirección que es perpendicular al plano vertical definido por las varillas.
En contacto permanente con las varillas se puede mover, sin rozamiento y cayendo verticalmente, una fina barrita metálica de longitud l (con $l > d$) y masa m.
(a) Describa la ecuación del movimiento vertical de la barrita bajo la fuerza de la gravedad, cuando se deja caer en el instante $t = 0$ con velocidad inicial nula.
(b) Dé la expresión de la aceleración de la barrita $a(t)$ en función del tiempo. (El resultado no es explícito, sino que depende de $v(t)$).
(c) Demuestre que si las dos varillas tienen la suficiente longitud, llega un momento a partir del que la barrita se moverá con una velocidad constante.
Nota importante: suponga que las resistencias eléctricas de la barrita y de las dos varillas son despreciables frente a la resistencia R.

• **3.**– Se llama *dispersivo* a un medio cuyo índice de refracción depende de la longitud de onda. Consideramos una placa de grosor d de un medio dispersivo cuyo índice de refracción se comporta en el rango visible como $n(\lambda) = n_0 + (\lambda - \lambda_0)\, \Delta n$, donde Δn es desconocido. Por otra parte, la cara inferior de la placa está plateada y funciona como un espejo plano. La placa se sitúa horizontalmente en el vacío y se hace incidir sobre su cara superior un haz de luz blanca que forma un ángulo α con la vertical. La luz se descompone según sus longitudes de onda, y los rayos de los distintos colores salen de la placa formando distintos ángulos. De entre los rayos salientes, nos fijamos en uno violeta, con $\lambda^{(\text{viol})}$, y otro rojo con $\lambda^{(\text{rojo})}$.
(a) Sabiendo que la distancia que separa los puntos por donde salen ambos rayos por la cara superior (después de la reflexión en el espejo) es ℓ, obtenga una expresión que nos dé Δn en función de los datos del problema.
(b) Evalúe el valor de Δn.
Datos numéricos: $d = 1$ cm; $\alpha = 30°$; $\ell = (1/30)$ cm; $n_0 = 1,2$; $\lambda_0 = 400$ nm; $\lambda^{(\text{viol})} = 400$ nm y $\lambda^{(\text{rojo})} = 700$ nm.

FUNDAMENTOS DE FÍSICA II (Grado en Física) **Septiembre 2017** 2 horas

Calculadora no programable. Datos: $\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) = 8,85 \times 10^{-12}$ C^2/(N m^2), $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ N/A^2

CUESTIÓN. Hasta 1 punto. La respuesta ha de ser razonada: no se puntuará si no se explica.

• Dos alambres A y B cilíndricos están hechos del mismo metal y tienen igual longitud, pero la resistencia del alambre A es tres veces mayor que la del alambre B. ¿Cuál es la relación entre los radios r_A y r_B de los alambres A y B?

Solución:

La resistencia de un alambre de longitud L y sección S fabricado con un material de resistividad ρ viene dada por

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

Tenemos por tanto que

$$R_A = \rho \frac{L}{S_A} \qquad\qquad R_B = \rho \frac{L}{S_B}$$

Como $R_A = 3R_B$ tenemos

$$R_A = \rho \frac{L}{S_A} = 3R_B = 3\rho \frac{L}{S_B}$$

por lo que

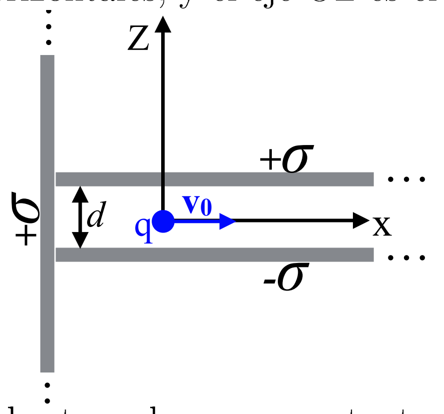
$$S_A = S_B/3 \quad \Longrightarrow \quad \pi r_A^2 = \pi r_B^2/3 \quad \Longrightarrow \quad \frac{r_A^2}{r_B^2} = 1/3 \quad \Longrightarrow \quad \frac{r_A}{r_B} = 1/\sqrt{3}.$$

PROBLEMAS. Hasta 3 puntos cada uno. No es suficiente con escribir ecuaciones; debe desarrollar las soluciones, justificar hipótesis y explicar en detalle los pasos. Cuide dimensiones y unidades, y los órdenes de magnitud de los resultados que obtenga.

• **1.-** Se tiene una placa infinita no conductora, cargada con una densidad de carga $+\sigma$ y situada **verticalmente**. Perpendicularmente a ella y separadas una distancia d, se colocan **horizontalmente** dos placas semi-infinitas no conductoras. Esas placas paralelas están cargadas con una densidad de carga superficial $+\sigma$ y $-\sigma$, respectivamente. Usamos un sistema coordenado en el que el eje OX está equidistante de las placas horizontales, y el eje OZ es el vertical.

Una carga puntual positiva q de masa m, se sitúa en el origen de coordenadas con velocidad inicial $\mathbf{v}_0 = (v, 0, 0)$.

(a) Calcule la fuerza que actúa en el instante inicial sobre la partícula. **(b)** Obtenga la trayectoria de la partícula y el tiempo que tarda en colisionar con una de las placas. **(c)** Obtenga el trabajo total realizado por el campo eléctrico sobre la partícula hasta el momento de colisión.



Solución:

(a) El campo eléctrico en todo punto del recinto definido entre las tres placas es constante, e igual a

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2\epsilon_0}(\sigma, 0, -2\sigma)$$

y la fuerza es igual a

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = \frac{q}{2\epsilon_0}(\sigma, 0, -2\sigma)$$

(b) La partícula sigue un movimiento uniformemente acelerado, con velocidad inicial $\mathbf{v}_0 = (v, 0, 0)$ y con aceleración constante $\mathbf{a} = \dfrac{q\sigma}{2m\epsilon_0}(1, 0, -2)$ (Obtenida de $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$). Por tanto, su trayectoria vendrá dada por

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{v}_0 t + \frac{1}{2}\mathbf{a}t^2.$$

Es decir,

$$\mathbf{r}(t) = \left(v_0 t + \frac{q\sigma t^2}{4m\epsilon_0}, 0, -\frac{q\sigma t^2}{2m\epsilon_0} \right).$$

El tiempo hasta la colisión (t_{col}) se obtiene mediante la intersección de la trayectoria con el plano $z = -\dfrac{d}{2}$, es decir:

$$-\frac{d}{2} = -\frac{q\sigma t_{col}^2}{2m\epsilon_0} \quad \rightarrow \quad t_{\rm col} = \sqrt{\frac{m\epsilon_0 d}{q\sigma}}.$$

(c) Como la fuerza que sufre la partícula es constante, el trabajo realizado por el campo eléctrico se puede obtener multiplicando escalarmente dicha fuerza constante por el desplazamiento total que hace la partícula:

$$W = \mathbf{F} \cdot \Delta\mathbf{d} = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0}\,(1, 0, -2) \cdot \Big(\mathbf{r}(t_{\rm col}) - \mathbf{r}(0) \Big) =$$

$$\mathbf{r}(t_{\rm col}) = \left(v_0 \sqrt{\frac{m\epsilon_0 d}{q\sigma}} + \frac{q\sigma}{4m\epsilon_0}\left(\frac{m\epsilon_0 d}{q\sigma}\right), 0, -\frac{d}{2} \right) = \left(v_0 \sqrt{\frac{m\epsilon_0 d}{q\sigma}} + \frac{d}{4}, 0, -\frac{d}{2} \right)$$

$$\mathbf{r}(0) = (0, 0, 0)$$

Entonces,

$$W = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0}\,(1, 0, -2) \cdot \left(v_0 \sqrt{\frac{m\epsilon_0 d}{q\sigma}} + \frac{d}{4}, 0, -\frac{d}{2} \right) = \frac{q\sigma}{2\epsilon_0}\left(v_0 \sqrt{\frac{m\epsilon_0 d}{q\sigma}} + \frac{5d}{4} \right)$$

• **2.-** Una bobina plana de 100 espiras de 10 cm^2 cada una gira a 360 revoluciones por minuto alrededor de un eje situado en su plano y que es perpendicular a un campo magnético uniforme de 0, 020 T. Se pide:

(a) El flujo que atraviesa la bobina y su valor máximo.

(b) La fem inducida en la bobina y su valor máximo. ¿Cuándo sucede este valor máximo y cuál es el flujo en tales momentos?

(c) Si cada espira tiene una resistencia de 0,1 Ω calcule la intensidad de corriente que las recorrerá. Describa cómo será esa corriente.

(d) ¿Qué energía se disipará en la bobina girando durante un minuto?

Solución:

(a) El flujo que atraviesa la bobina será igual a

$$\phi = BS\cos\alpha$$

donde α es el ángulo que forman el campo magnético y el plano de la espira. Como α es variable por el giro de la bobina tendremos que

$$\phi(t) = BS\cos(\omega t + \alpha_0)$$

donde

$$\omega = 2\pi \cdot 360/60 = 12\pi \text{ s}^{-1}$$

y α_0 es el ángulo inicial que se puede poner igual a cero α_0 sin más que elegir el origen de tiempo en un momento que la bobina esté perpendicular al campo.

El valor máximo del flujo es cuando el plano de la bobina se sitúe perpendicularmente al campo magnético, por lo que

$$\phi_{\text{máx}} = BS = 0{,}020 \text{ T} \cdot 10 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Wb}.$$

(b) La fuerza electromotriz inducida será consecuencia del cambio en el flujo que atraviesa la bobina (es decir, las N espiras) como consecuencia de la rotación

$$\varepsilon(t) = -N\frac{d\phi(t)}{dt} = -NBS\omega \,\text{sen}\,(\omega t + \alpha_0)\,.$$

El valor máximo de la fem se produce cuando seno toma el valor 1, (donde el flujo es cero pero es cuando más rápidamente está variando el flujo). La fem máxima es

$$\varepsilon_{\text{máx}} = -NBS\omega = -100 \cdot 0{,}020 \text{ T} \cdot 10 \cdot 10^{-4}\text{m} \cdot 12\pi = 24\pi \cdot 10^{-3} \text{ V}.$$

(c) La resistencia total de la bobina será $R = 10\ \Omega$, por lo que la corriente

$$I(t) = \frac{\varepsilon(t)}{R} = -\frac{NBS\omega}{R}\,\text{sen}\,(\omega t) = 24\pi{\cdot}10^{-4} \cdot A\,\text{sen}\,(12\pi t + \alpha_0)\,.$$

Se trata de una corriente oscilante en el tiempo que cambia 720 veces por minuto de dirección. Se trata por tanto de una corriente alterna de 6 hertzios.

(d) Para calcular la energía disipada en un minuto es necesario integrar la potencia que la bobina disipa a lo largo de ese tiempo. Como $P = RI^2$, podemos calcularla como la suma de las 360 contribuciones de uno de los periodos

$$W = R \cdot 360 \cdot \int_0^{2\pi/\omega} I^2(t)dt = 360\ R\left(\frac{NBS\omega}{R}\right)^2 \int_0^{2\pi/\omega} \text{sen}^{\,2}(\omega t)dt$$

Como

$$\int_0^{2\pi/\omega} \text{sen}^{\,2}(\omega t)dt = \int_0^{2\pi/\omega} \text{sen}^{\,2}(\omega t)dt = \frac{1}{2}$$

nos queda que

$$W = 360\ R\left(\frac{NBS\omega}{R}\right)^2 \frac{1}{2}.$$

Usando los datos del enunciado,

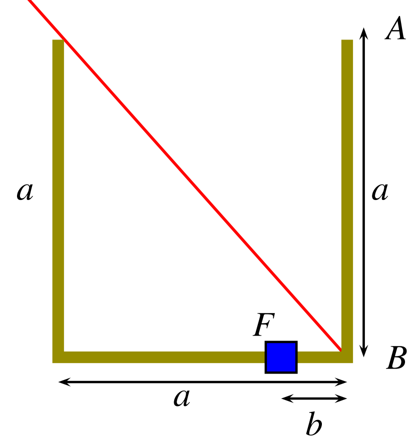
$$W = 288\ \pi \cdot 10^{-7} \text{ J}.$$

• **3.-** Se tiene un recipiente abierto por arriba y con forma de cubo de arista a. El material del recipiente es opaco. Se coloca el recipiente sobre una mesa y una persona mira al cubo perpendicularmente a una de sus caras laterales. Desde la posición de la persona no se observa el fondo del recipiente, aunque sí se alcanza a ver toda la pared lateral que está enfrente (pared AB de la figura; la línea diagonal es la línea de visión de la persona).

Se sabe que hay un objeto pequeño en el fondo del recipiente, situado en el punto F que está a una distancia b del vértice B.

(a) Dé la expresión de la altura h hasta la que habría que rellenar de líquido de índice de refracción n el recipiente para que, sin cambiar de posición, la persona pudiera ver el objeto. La expresión será función de b, del índice de refracción n y del ángulo θ_1 que forma la línea diagonal con la vertical.

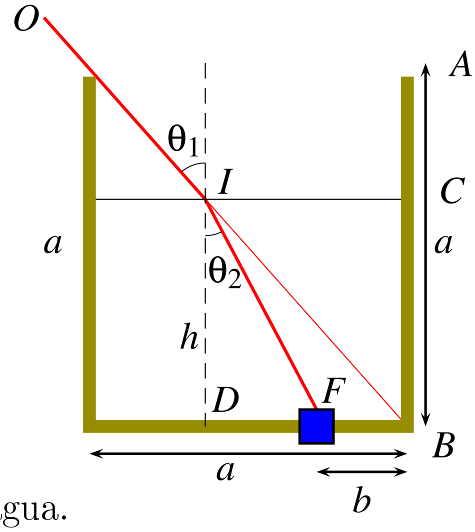
(b) Evalúe h cuando el líquido es agua ($n = 1,33$), la arista es $a = 40$ cm y la posición del objeto viene dado por $b = 10$ cm



Solución:

(a) Como inicialmente es posible ver toda la pared lateral, los ojos de la persona están situados de tal forma que la línea que une el punto B con esos ojos coincide con la diagonal de una de las caras laterales (véase la figura del enunciado). Esa línea forma por consiguiente un ángulo de 45° con la vertical.

Al ir llenando el cubo de líquido, el ángulo de incidencia θ_1 sigue siendo de 45° (véase la figura de la solución). En cualquier momento, la línea OIB es la diagonal del cuadrado IDBC, de manera que siempre se cumple que la longitud de IC es igual a la altura h del agua.



Como consecuencia, al llegar al momento en el que la altura h permite a la persona ver el objeto, el triángulo IDB (rectángulo isósceles) cumple que $ID = h$ y $DB = h$. Eso significa que la altura h del agua cumple que $h - b = DF = h \tan\theta_2$, siendo θ_2 el ángulo de refracción.

Por tanto,

$$h\ (1 - \tan\theta_2) = b \qquad \Longrightarrow \qquad h = \frac{b}{1 - \tan\theta_2}.$$

Para expresar esto en función del ángulo θ_1, podemos usar la ley de Snell de la refracción, $n \operatorname{sen}\theta_2 = \operatorname{sen}\theta_1$. En efecto, tendemos:

$$1 - \tan\theta_2 = 1 - \frac{\operatorname{sen}\theta_2}{\cos\theta_2} = 1 - \frac{\operatorname{sen}\theta_2}{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\theta_2}} = \frac{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\theta_2} - \operatorname{sen}\theta_2}{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\theta_2}},$$

de manera que

$$\frac{1}{1 - \tan\theta_2} = \frac{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\theta_2}}{\sqrt{1 - \operatorname{sen}^2\theta_2} - \operatorname{sen}\theta_2} = \frac{\sqrt{n^2 - n^2\operatorname{sen}^2\theta_2}}{\sqrt{n^2 - n^2\operatorname{sen}^2\theta_2} - n\operatorname{sen}\theta_2} = \frac{\sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2\theta_1}}{\sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2\theta_1} - \operatorname{sen}\theta_1}$$

De esta manera, el valor de h nos queda solamente en términos de b, θ_1 y n.

$$\boxed{h = \frac{b}{1 - \tan\theta_2} = \frac{b\sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2\theta_1}}{\sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2\theta_1} - \operatorname{sen}\theta_1}}$$

(b)

$$h = \frac{b\sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2\theta_1}}{\sqrt{n^2 - \operatorname{sen}^2\theta_1} - \operatorname{sen}\theta_1} \simeq 27\text{cm}$$