21-22

GRADO EN FÍSICA
PRIMER CURSO

GUÍA DE ESTUDIO COMPLETA

MÉTODOS MATEMÁTICOS I

CÓDIGO 61041088

UNED

21-22

MÉTODOS MATEMÁTICOS I

CÓDIGO 61041088

ÍNDICE

Nombre de la asignatura	MÉTODOS MATEMÁTICOS I
Código	61041088
Curso académico	2021/2022
Departamento	FÍSICA INTERDISCIPLINAR
Título en que se imparte	GRADO EN FÍSICA
Curso	PRIMER CURSO
Periodo	SEMESTRE 2
Tipo	FORMACIÓN BÁSICA
Nº ETCS	6
Horas	150.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

El objetivo general de esta asignatura es cubrir una parte de la formación matemática que el alumno del Grado en Física debe poseer; en concreto, la parte de funciones de variable compleja y de ecuaciones diferenciales ordinarias. Es importante para el alumno no sólo por sus propios contenidos y para poder proseguir su formación matemática en las otras asignaturas de Métodos Matemáticos de la Física que aparecen en los estudios de Grado, sino también porque otras disciplinas en él formulan sus contenidos mediante modelos que se expresan en términos de ecuaciones diferenciales, y además utilizan como herramienta técnicas que le son propias a la teoría de funciones complejas de una variable compleja.
Esta asignatura forma parte del Grado en Física de 6 créditos ECTS, es de carácter básico, y aborda la capacitación del alumno en una parte relevante de sus conocimientos matemáticos: la teoría de funciones de una variable compleja y las ecuaciones diferenciales ordinarias. Está incluida en el grupo de asignaturas de Métodos Matemáticos de la Física, y es una asignatura de nivel medio-alto.
Está estrechamente relacionada tanto con las asignaturas de Fundamentos de Matemáticas (Análisis Matemático I y II y Álgebra) como con el resto de asignaturas de Métodos Matemáticos de la Física. Además, otras muchas asignaturas del grado utilizan la variable compleja y las ecuaciones diferenciales en la expresión de sus modelos y como herramienta.

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Es indispensable que el alumno tenga una buena base de análisis real para seguir la asignatura de Metodos Matemáticos I sin mayores dificutades; por lo que es necesario que curse previamente la asignatura de Análisis Matemático I y que simultanee esta asignatura con la de Análisis Matemático II si no la ha cursado previamente. Asimismo para seguir sin dificultad el estudio de los sistemas de ecuaciones diferenciales es necesario que el alumno haya cursado la asignatura de Álgebra..
En el caso en que estas asignaturas se hayan superado en cursos previos, sería recomendable un repaso de las mismas antes de cursar Métodos Matemáticos I. Principalmente, el estudiante necesitará, como requisitos previos mínimos:
- números complejos, su aritmética y geometría, y cálculo de raíces (contenidos de Análisis

Matemático I),
- funciones de una variable, derivación e integración (Análisis Matemático I),
- límites y continuidad en una y dos variables (Análisis Matemático I y Análisis Matemático II),
- derivadas parciales y coordenadas polares (Análisis Matemático II),
- series de números y series de potencias (Análisis Matemático I),
- sistemas de ecuaciones lineales (Álgebra),
- espacios vectoriales, subespacios y bases (Álgebra),
- aplicaciones lineales, autovalores y autovectores (Álgebra).

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos	CARLOS FERNANDEZ GONZALEZ (Coordinador de asignatura)
Correo Electrónico	cafernan@ccia.uned.es
Teléfono	91398-8364
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	FÍSICA INTERDISCIPLINAR

Nombre y Apellidos	JAVIER TAJUELO RODRIGUEZ
Correo Electrónico	jtajuelo@ccia.uned.es
Teléfono	91398-6651
Facultad	FACULTAD DE CIENCIAS
Departamento	FÍSICA INTERDISCIPLINAR

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

La labores de tutorización y seguimiento se harán principalmente a través de las herramientas de comunicación del Curso Virtual (correo y foros de debate), tanto por parte de los profesores como de los tutores de los respectivos grupos de tutoría.
Por otra parte, los estudiantes podrán siempre entrar en contacto con los profesores y tutores de la asignatura por medio de correo electrónico. También se podrá acordar entre vista personal con los profesores durante su horario de guardia.
Las guardias de los profesores serán las siguientes:

Carlos Fernández González
E-mail: cafernan@ccia.uned.es
Horario: Martes, de 10:00 a 14:00
Teléfono: 913988364
Despacho: 009 (Centro Asociado de Las Rozas - Facultad de Ciencias)
Avda. Esparta s/n - 28232 Las Rozas

Javier Tajuelo Rodíguez
E-mail: jtajuelo@ccia.uned.es
Horario: Martes, de 12:00 a 13:30 y de 15:30 a 18:00 horas
Tel.: 913986651

Despacho: 023 (Centro Asociado de Las Rozas - Facultad de Ciencias)
Avda. Esparta s/n - 28232 Las Rozas

Además, los estudiantes con tutores de la asignatura en sus Centros Asociados podrán asistir a las correspondientes tutorías en el horario establecido por el Centro, y por videoconferencia en aquellos casos en los que el Centro Asociado ofrezca esta posibilidad.

TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

•**Tutorías de centro o presenciales**: se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.

•**Tutorías campus/intercampus**: se puede acceder vía internet.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 61041088

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Competencias específicas

CE02 Saber combinar los diferentes modos de aproximación a un mismo fenómeno u objeto de estudio a través de teorías pertenecientes a áreas diferentes

CE04 Ser capaz de identificar las analogías en la formulación matemática de problemas físicamente diferentes, permitiendo así el uso de soluciones conocidas en nuevos problemas

CE05 Ser capaz de entender y dominar el uso de los métodos matemáticos y numéricos más comúnmente utilizados, y de realizar cálculos de forma independiente, incluyendo cálculos numéricos que requieran el uso de un ordenador y el desarrollo de programas de software

CE08 Ser capaz de adaptar modelos ya conocidos a nuevos datos experimentales

CE10 Ser capaz de buscar y utilizar bibliografía sobre física y demás literatura técnica, así como cualesquiera otras fuentes de información relevantes para trabajos de investigación y desarrollo técnico de proyectos

Competencias generales

CG01 Capacidad de análisis y síntesis

CG03 Comunicación oral y escrita en la lengua nativa

CG04 Conocimiento de inglés científico en el ámbito de estudio

CG07 Resolución de problemas

CG09 Razonamiento crítico

CG10 Aprendizaje autónomo

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Según la memoria de verificación del grado, los resultados de aprendizaje de esta asignatura son:

•Adquirir los conceptos generales acerca del cuerpo de los números complejos

•Entender las condiciones de analiticidad de Cauchy-Riemann.

•Entender la formulación de problemas físicos en el campo complejo.

•Entender la idea de ecuación diferencial como relación entre una magnitud y sus ritmos de cambio.

•Analizar cualitativa y cuantitativamente las ecuaciones diferenciales y sus soluciones.

•Ser capaz de predecir las características generales de la solución de una ecuación diferencial

•Resolver mediante diversas técnicas algunas de las ecuaciones básicas en Física.

Por lo tanto, tras cursar la asignatura, el estudiante conseguirá:

•Adquirir un conocimiento amplio del álgebra de los números complejos, de sus fundamentos básicos, de sus propiedades y un manejo con soltura de las operaciones algebraicas a realizar con ellos.

•Adquirir un conocimiento amplio del concepto de función en el campo complejo y en particular, de su acepción como transformación.

•Captar perfectamente el concepto de función analítica (u holomorfa) en el campo complejo y ver las diferencias existentes con respecto al mismo concepto en el campo real. Entender de forma clara cuáles son las condiciones necesarias (es decir, las denominadas condiciones de Cauchy-Riemann) y suficientes que deben verificar las componentes real y compleja de una función compleja para que sea analítica.

•Captar el concepto de función elemental en el campo complejo y en particular verla como una prolongación analítica de la función correspondiente en el campo real y saber entender las peculiaridades que le son propias en el campo complejo.

•Utilizar con soltura las herramientas que proporciona la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias y algunos elementos básicos del análisis complejo en el planteamiento y resolución de problemas físicos.

•Aquirir una idea clara del concepto de ecuación diferencial ordinaria y de sistema de ecuaciones diferenciales ordinario en el campo real y de su orden.

•Adquirir algunos de los métodos de resolución más importantes correspondientes a las ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

•Adquirir un conocimiento claro de las propiedades generales de las ecuaciones diferenciales lineales ordinarias de orden n y de los métodos de resolución de las mismas (en especial aquellas con coeficientes costantes).

•Conocer qué es un punto regular y un punto singular de una ecuación diferencial ordinaria de orden n con coeficientes variables en forma canónica. Saber cómo resolver esta ecuación en torno a un punto regular mediante un desarrollo en series de potencias. Saber cómo resolverla en torno a un punto singular regular mediante una serie de potencias generalizadas: Teoría de Frobenius.

- Conocer las propiedades básicas y los métodos de resolución de los sistemas lineales de ecuaciones diferenciales ordinarios de primer orden, en especial aquellas con coeficientes costantes. En este último caso saber cómo esta ligado el caracter de las soluciones con los valores propios de la matriz coeficiente del sistema, así como conocer el diagrama de fases de los sistemas homogéneos más sencillos.
- Aplicar la transformada de Laplace para resolver ciertos tipos de ecuaciones diferenciales.

CONTENIDOS

Tema 1. Los números complejos.

1.1.- Definición y operaciones básicas: Propiedades algebraicas. 1.2.- Representación geométrica de un número complejo: El plano complejo. 1.3.- Definición de módulo y argumento de un número complejo: Argumento principal. Números complejos conjugados. 1.4.- Forma exponencial de un número complejo: Productos y cocientes de números complejos en forma exponencial. 1.5.- Potencias y raíces de un número complejo. 1.6.- Algunas definiciones topológicas básicas en el plano complejo: El concepto de dominio y región en él.

En el Tema 1 se repasan los fundamentos algebraicos de los números complejos así como su interpretación geométrica. También se introducen, con referencia al plano complejo, algunas definiciones topológicas básicas que se necesitan en el desarrollo posterior.
El estudiante podrá encontrar más detalles en la documentación del curso virtual.

Tema 2. Funciones analíticas (u holomorfas).

2.1.- El concepto de función compleja de una variable compleja: Su acepción como transformación en el plano complejo. 2.2.- Límite de una función compleja en un punto: Propiedades y cálculo con límites. El límite en el punto del infinito. 2.3.- Continuidad de una función compleja en un punto y en un dominio. 2.4.- La derivada de una función compleja en un punto y en un dominio: Formulas de derivación. La función derivada compleja de una función. 2.5.- Condiciones necesarias y suficientes para que una función sea derivable en un punto: Ecuaciones de Cauchy-Riemann, su expresión en coordenadas polares. 2.6.- El concepto de función analítica u holomorfa. Funciones armónicas. El concepto de prolongación analítica.

En el Tema 2 se inicia el estudio de las funciones complejas que dependen de una variable compleja.
Los contenidos de este tema tienen una gran importancia y conceptos como el de límite, continuidad y el de derivada en el sentido complejo son el preámbulo para la introducción del concepto fundamental de función analítica (u holomorfa), que es el fin primordial del tema por jugar un papel esencial en el Análisis Complejo.
El estudiante podrá encontrar más detalles en la documentación del curso virtual.

Tema 3. Funciones elementales y transformaciones asociadas a algunas de ellas.

a) Funciones elementales transcendentes básicas. 3.1.- La función exponencial: Definición y propiedades. 3.2.- La función logaritmo: Definición y propiedades. Definición de rama (o determinación) de la función logaritmo: Rama (o determinación) principal. 3.3.- Las funciones trigonométricas e hiperbólicas: Definición y propiedades. 3.4.- La función potencial con exponente complejo. Interpretación geométrica de funciones potenciales con exponente racional.
b) Algunas transformaciones elementales. 3.5.- La transformación lineal y la transformación w = 1/z. 3.6.- La transformación racional lineal: Definición y propiedades.

En el Tema 3, parte a), siguiendo la nomenclatura tomada del análisis real, se estudian las denominadas funciones elementales complejas, comprobando que cuando z=x+i 0 , se reducen a las ya conocidas del análisis real. De ellas la función exponencial merece especial interés, pues aparte de la gran importancia que tiene en sí misma, es el instrumento para definir las otras.
Aparte de la función exponencial y logarítmica en este tema se estudian también las funciones trigonométrica e hiperbólicas complejas, que se definen en términos de la función exponencial compleja, se estudia también la función potencial compleja definida en términos de la función exponencial y logarítmica complejas. Además se analiza en problema de sus funciones inversas.

En el Tema 3, parte b), se estudia la función compleja de variable compleja en su acepción como transformación del plano en el que toma valores su variable independiente en el plano complejo en el que se ubica su recorrido. A diferencia de lo que ocurre en el caso de la función real de una variable real, cuyas propiedades desde un punto de vista geométrico se ven reflejadas mediante su gráfica en R^2 , en el caso de una función compleja de una variable compleja no podemos hacer lo mismo puesto que necesitaríamos usar R^4.

El estudiante podrá encontrar más detalles en la documentación del curso virtual.

Tema 4. Conceptos generales de ecuaciones diferenciales ordinarias.

4.1.- Definición de ecuación diferencial: Ecuaciones Diferenciales Ordinarias (E.D.O.): Orden de una ecuación diferencial: Ecuaciones diferenciales autónomas. 4.2.- El concepto de solución de una ecuación diferencial: Soluciones explícitas e implícitas. Solución particular y solución general de una ecuación diferencial. 4.3.- Definición de sistema de ecuaciones diferenciales: Orden y concepto de solución de tal sistema. 4.4.- El concepto de problema con condiciones iniciales y del problema con condiciones de contorno de una Ecuación Diferencial y de un Sistema de Ecuaciones Diferenciales. 4.5.- Interpretación geométrica de una ecuación diferencial de primer orden: Campos de direcciones e isóclinas. Interpretación en términos geométricos, del concepto de solución de una ecuación diferencial de primer orden: Curvas solución. 4.6.- Teoremas de existencia, unicidad y prolongación de la solución del problema de valor inicial.

En el **Tema 4** se proporciona al estudiante una serie de definiciones y conceptos básicos, así como una terminología que va a utilizar de forma frecuente en los temas sucesivos de esta parte del programa. Entre otros cosas, se le indica qué es una ecuación y un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, qué se entiende por solución de cada una de ellas y sus tipos de soluciones. En qué consiste el problema de valor inicial y bajo qué condiciones su solución es única. También se estudia la interpretación geométrica de una ecuación diferencial ordinaria de primer orden y se le indica cómo poder generalizarlo a sistemas.

El estudiante podrá encontrar más detalles en la documentación del curso virtual.

Tema 5. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden.

5.1.- Ecuaciones separables y ecuaciones reducibles a esta forma. 5.2.- Ecuaciones diferenciales exactas: Criterios de exactitud. El concepto de factor integrante y tipos especiales de ellos. 5.3.- Ecuaciones lineales y ecuaciones reducibles a ellas: Ecuación del tipo de Bernoulli y de Riccati. 5.4.- Ecuaciones homogéneas y ecuaciones reducibles a ellas. 5.5.- Ecuaciones de la forma dy/dx=G(ax+by). 5.6.- Aplicaciones: Trayectorias ortogonales. 5.7.- Algunos tipos sencillos de ecuaciones diferenciales no resueltas en la derivada:

Ecuaciones de Clairaut.

En el **Tema 5** se introduce y estudia determinados tipos de ecuaciones diferenciales de primer orden para las cuales la obtención de las soluciones es más fácil. El estudiante debe aprender a reconocerlas y resolverlas con soltura. Podríamos agruparlas en tres grandes bloques; las denominadas ecuaciones diferenciales separables, las denominadas ecuaciones lineales y finalmente ecuaciones exactas.
El estudiante podrá encontrar más detalles en la documentación del curso virtual.

Tema 6. Ecuaciones diferenciales de segundo orden.

6.1.- El concepto de operador diferencial lineal de segundo orden: propiedades. 6.2.- Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden: forma canónica y propiedades. El problema de valor inicial. Teorema de existencia y unicidad de la solución. El concepto de dependencia e independencia lineal de funciones: el wronskiano. 6.3.- Ecuaciones diferenciales lineales homogéneas de segundo orden: propiedades. El concepto de conjunto fundamental de soluciones. Procedimiento para resolver las ecuaciones homogéneas. Reducción del orden de la ecuación a una lineal de primer orden cuando se conoce una solución particular: construcción de una segunda solución linealmente independiente a partir de la ya conocida. 6.4.- Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden con coeficientes constantes: su ecuación característica. Determinación de un conjunto fundamental de soluciones en el caso en que las raíces de la ecuación característica son ambas reales y en el caso en que ambas son complejas. 6.5.- Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden no homogéneas: el concepto de solución particular y de solución general. El principio de superposición en ecuaciones no homogéneas. Procedimiento para resolver la ecuación no homogénea de orden dos. Determinación de una solución particular de la ecuación diferencial no homogénea de orden dos mediante el método de los coeficientes indeterminados y el del operador anulador cuando los coeficientes de la ecuación son constantes. Determinación de la solución particular mediante el método de la variación de los parámetros en el caso general. 6.6.- Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden con coeficientes variables, reducibles a una con coeficientes constantes: Ecuaciones del tipo Cauchy-Euler. 6.7.- Ecuaciones de segundo orden no lineales que se pueden reducirse a una de primer orden no lineal.

En el **Tema 6** se estudia la teoría básica de las ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden como paso previo al estudio de la correspondiente de orden n (la teoría de las ecuaciones lineales de primer orden se ha estudiado en el tema anterior). A este respecto, debemos decir que el estudio de las ecuaciones diferenciales lineales es el objeto primordial en la Parte B del programa como corresponde a un curso de introducción en el marco de la teoría de ecuaciones diferenciales ordinarias y ello debido no solo a la importancia que tienen en sí mismas, sino también porque muchos fenómenos físicos y de otra índole pueden modelizarse, desde un punto de vista matemático, mediante este tipo de ecuaciones. El estudiante podrá encontrar más detalles en la documentación del curso virtual.

Tema 7. Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior a dos.

7.1.- Generalización de los resultados del capítulo anterior a ecuaciones diferenciales lineales de orden superior a dos: teoría básica. 7.2.- Ecuaciones diferenciales lineales homogéneas de orden n: propiedades. Conjuntos fundamentales de soluciones. Identidad de Abel para el wronskiano. Procedimiento para resolver las ecuaciones homogéneas de orden n. Reducción del orden de la ecuación a una de orden inferior cuando se conocen una o más soluciones particulares. 7.3.- Ecuaciones diferenciales lineales de orden n con coeficientes constantes: su ecuación característica. Determinación de un conjunto fundamental de soluciones en el caso en que las raíces de la ecuación característica son reales y distintas o repetidas y en el caso donde las raíces son complejas y distintas o repetidas. 7.4.- Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden n no homogéneas: el concepto de solución particular y de solución general. El principio de superposición en ecuaciones no homogéneas. Procedimiento para resolver la ecuación no homogénea de orden n. Determinación de una solución particular de la ecuación diferencial no homogénea de orden n mediante el método de los coeficientes indeterminados y el del operador anulador cuando los coeficientes de la ecuación son constantes. Determinación de la solución particular mediante el método de la variación de los parámetros en el caso general.

El **Tema 7** es una generalización de los resultados obtenidos en el tema anterior para las ecuaciones diferenciales de segundo orden, por lo que las orientaciones son casi una réplica de las allí dadas. En este tema se estudia la teoría básica de las ecuaciones diferenciales lineales de orden n (n>2). Se plantea la forma general de la ecuación diferencial lineal de orden superior a dos en forma canónica y se estudia la estructura de sus soluciones. Igualmente, planteamos el problema de valor inicial y los teoremas que garantizan la existencia y la unicidad y prolongación de su solución. Tras ello se estudia la ecuación homogénea de orden n y las propiedades de sus soluciones. Los conceptos de dependencia e independencia lineal de dos o más soluciones y el de conjunto fundamental de soluciones son la generalización natural de los correspondientes a las ecuaciones homólogas de orden dos. También aquí el conocimiento de una o más soluciones particulares de la homogénea puede utilizarse para reducir su orden. Las ecuaciones diferenciales lineales de orden n con coeficientes constantes son de especial interés, puesto que también en este caso pueden

integrarse mediante funciones elementales. Se introduce igualmente el concepto de ecuación característica asociada a la ecuación homogénea de orden n con coeficientes constantes y de acurdo con el tipo y estructura de sus soluciones se determina un conjunto fundamental de soluciones que permite expresar cualquier solución como una combinación lineal de estas soluciones. Prosiguiendo como en el caso de las ecuaciones lineales de orden dos, estudiamos las soluciones de la ecuación no homogénea de orden n con coeficientes constantes, se introduce n los conceptos de solución particular y solución general de ella y se estudian distintos procedimientos para obtener una solución particular, que junto con la solución general de la ecuación homogénea asociada nos permite obtener la solución general de la ecuación no homogénea.
El estudiante podrá encontrar más detalles en la documentación del curso virtual.

Tema 8. Soluciones de ecuaciones diferenciales lineales mediante series.

8.1.- Repaso sobre las series de potencias: el concepto de función analítica real: series de Taylor y de McLaurin. 8.2.- El concepto de punto ordinario y punto singular de una ecuación diferencial lineal de orden n en forma canónica. 8.3.- Desarrollo de la solución de una ecuación diferencial lineal de orden dos en serie de potencias en torno a un punto ordinario. Ecuaciones con coeficientes analíticos. 8.4.- Puntos singulares regulares: el método de Frobenius. Solución en serie de potencias generalizadas de una ecuación diferencial lineal de orden dos en el entorno de un punto singular regular: ecuación de índices. Obtención de una segunda solución linealmente independiente cuando la ecuación de índices tiene raíces repetidas o se diferencian en un número entero.

En el **Tema 8**, tras un breve repaso de las funciones analíticas reales y sus propiedades que el estudiante debe conocer de sus estudios Cálculo, se amplían los métodos de resolución de determinadas ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden (aunque el método se puede extender fácilmente a ecuaciones diferenciales lineales de orden superior) con coeficientes variables, permitiendo desarrollar en serie sus soluciones. En él se introducen conceptos como el de punto regular, punto singular regular y punto singular esencial de una ecuación diferencial lineal de segundo orden puesta en forma canónica. Se ve cómo en el entorno de un punto regular, cada solución linealmente independiente es analítica y puede desarrollarse en serie de potencias en dicho entorno. También puede verse, que su radio de convergencia es al menos tan grande como la distancia del punto regular al punto singular más próximo.
De forma similar, las soluciones en torno a un punto singular regular de la ecuación diferencial considerada, aunque en general no pueden desarrollarse en serie de potencias por no ser analíticas, como nos indica la Teorema de Frobenius, sí admiten un desarrollo en

serie de potencias generalizadas validas en un cierto entorno de dicho punto y con un radio de convergencia que de nuevo no es menor que la distancia entre el punto singular regular en torno al cual estamos haciendo el desarrollado y el punto singular más próximo, si bien cuando la ecuaciones de índices asociada tiene raíces que se diferencian en un entero, alguna de la soluciones puede contener términos logarítmicos.
El estudiante podrá encontrar más detalles en la documentación del curso virtual.

Tema 9. Sistemas lineales de ecuaciones diferenciales.

9.1.- Introducción a los sistemas lineales de ecuaciones diferenciales: El método de eliminación. 9.2.- Breve repaso a la teoría de matrices y vectores. Álgebra de matrices. Sistemas lineales y matrices. Sistemas lineales en forma normal. 9.3.- Sistemas lineales con coeficientes constantes. El caso en que la matriz coeficiente tiene todos sus valores propios reales o complejos simples. El caso en el que tiene valores propios múltiples. 9.4.- Sistemas lineales no homogéneos: Representación de las soluciones en el caso no homogéneo. 9.5.- Determinación de la solución particular en el caso en el que la matriz coeficiente del sistema sea constante: Método de los coeficientes indeterminados. 9.6.- Determinación de la solución particular en el caso general: El método de la variación de los parámetros. 9.7.- Introducción a los diagramas de fase de sistemas lineales autónomos homogéneos de dimensión dos.

En el **Tema 9** se estudia la teoría básica de los sistemas lineales de ecuaciones diferenciales en forma normal. Se plantea el problema de valor inicial para ellos y se fijan las condiciones bajo las cuales se puede garantizar la existencia y la unicidad de la solución. Se estudia además la estructura y las propiedades de las soluciones del sistema homogéneo con coeficientes variables y se introducen, entre otros, los conceptos de conjunto completo de soluciones y el de matriz fundamental para él. Con los resultados obtenidos, se aborda el estudio del sistema completo (no homogéneo), viéndose cómo es la estructura de su solución general e indicándose cómo puede obtenerse una solución particular necesaria para la determinación de la solución general, una vez que conocemos la solución general de la ecuación diferencial homogénea asociada a él. Tras ello, se estudia cómo obtener un sistema completo (o una matriz fundamental) en el caso del sistema lineal homogéneo con coeficientes constantes, tanto en el caso en el que la matriz coeficiente del sistema es diagonalizable, como cuando no lo es (en ambos casos se considera que los valores propios puedan tomar valores reales o complejos). En el caso en que la matriz coeficiente no es diagonalizable, se introducen los denominados vectores propios generalizados para poder obtener un conjunto completo de soluciones. Finalmente, se aborda el estudio de la estructura de la solución general en el caso no homogéneo con coeficientes constantes.

Vemos en este caso cómo a partir de una matriz fundamental del sistema homogéneo asociado puede obtenerse una solución particular de la ecuación inhomogénea, y con ello también su solución general.
El caso de los sistemas lineales de ecuaciones diferenciales homogéneos con coeficientes constantes son de especial interés porque su tratamiento es especialmente simple en comparación con los sistemas lineales en general y porque pueden integrarse siempre en términos de funciones elementales. También muchos de los sistemas lineales no homogéneos tienen dicha propiedad dependiendo del carácter del término no homogéneo.
Por último, en el tema se introducen los diagramas de fases de sistemas lineales homogéneos con coeficientes constantes en algunos casos particulares. En primer lugar se ilustran los diagramas de fases generales de sistemas unidimensionales, para luego profundizar en los casos de los sistemas lineales homogéneos con coeficientes constantes correspondientes a matrices diagonalizables con autovalores reales no nulos y distintos entre sí. El resto de casos tan sólo aparecerán ilustrados. Se introduce también en este tema el concepto de estabilidad de puntos críticos.
El estudiante podrá encontrar más detalles en la documentación del curso virtual.

Tema 10. La transformada de Laplace.

10.1.- Definición: Condiciones suficientes para la existencia de la transformada de Laplace. Propiedades básicas. 10.2.- La transformada de Laplace de la derivada de primer orden y de órdenes superiores de una función. Derivadas de la transformada de Laplace de una función. 10.3.- La transformada de Laplace de varios tipos de funciones importantes: de una función continua a trozos (por partes), de una función escalón unitario, de la función impulso y de la función delta de Dirac. 10.4.- La transformada inversa de Laplace: Definición y propiedades. Utilización del método de las fracciones simples en la obtención de la transformada inversa en el caso de funciones racionales. 10.5.- El concepto de producto convolutivo o convolución de dos funciones f(t) y g(t): Propiedades. El teorema de la convolución. 10.6.- Solución mediante la transformada de Laplace de ecuaciones diferenciales y sistemas de ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes y de problemas con valores iniciales asociados a ellas.

En el **Tema 10** se estudia la teoría básica de la transformada de Laplace, se discuten varias de sus propiedades más importantes y se muestran, entre otras cosas, cómo puede utilizarse como herramienta en la solución de ecuaciones y sistemas de ecuaciones diferenciales (básicamente con coeficientes constantes) y en particular en la solución del problema de valor inicial asociado a ellos. Esto es debido a que la transformada de Laplace convierte estos problemas de valor inicial de ecuaciones diferenciales en ecuaciones

algebraicas, en las que se puede trabajar cómodamente para buscar una solución de las ecuaciones y, a partir de ella, conseguir una solución del problema.
El estudiante podrá encontrar más detalles en la documentación del curso virtual.

METODOLOGÍA

La metodología de la asignatura está basada en la enseñanza a distancia, donde tiene gran importancia el trabajo autónomo, con el apoyo docente a través del correo, correo electrónico, medios virtuales, foro de debate, telemáticos, teléfono y reuniones presenciales.
Para el trabajo autónomo y la preparación de la asignatura los estudiantes disponen de una bibliografía básica acorde con el programa de la materia, así como de materiales de apoyo y la tutoría telemática proporcionada por los profesores de apoyo, y las tutorías presenciales disponibles.
Los estudiantes matriculados en esta asignatura dispondrán de:
- Una guía con los temas del programa, con un plan de estudio para la asignatura, con los contenidos detallados, las referencias a la bibliografía y actividades propuestas.
- Pruebas de evaluación continua optativas, que influirán en la calificación final de la asignatura en caso de que el alumno decida realizarlas.
- Foros del Curso Virtual, en que se consultarán dudas y donde los profesores de la asignatura plantearán problemas para su discusión, para así ayudar en el aprendizaje de los conceptos más difíciles de la asignatura.

Todos estos materiales de apoyo se encontrarán accesibles en la web de la UNED, en el espacio virtual de esta asignatura en la plataforma ALF.

PLAN DE TRABAJO

En el cómputo de horas se incluyen el tiempo dedicado a las horas lectivas, horas de estudio, tutorías, seminarios, trabajos, prácticas o proyectos, así como las exigidas para la preparación y realización de exámenes y evaluaciones.

TEMA: 1.- Los números complejos. - 8 Horas

Teoría y problemas del Cap. 1 (Churchill, Brown) según documento en el curso virtual.

TEMA: 2.- La función compleja y su derivada: Funciones analíticas (u holomorfas). - 13 Horas

Teoría y problemas del Cap. 2 (Churchill, Brown) según documento en el curso virtual.

TEMA: 3.- Funciones elementales y transformaciones asociadas a algunas de ellas. - 18 Horas

Teoría y problemas de los Caps. 3 y 8 (Churchill, Brown) según documento en el curso virtual.

TEMA: 4.- Conceptos generales de ecuaciones diferenciales. - 12 Horas

Teoría y problemas del Cap. 1 (Nagle, Saff, Snider) según documento en el curso virtual.

TEMA: 5.- Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer Orden. - 14 Horas

Teoría y problemas del Cap. 2 (Nagle, Saff, Snider) según documento en el curso virtual.

TEMA: 6.- Ecuaciones diferenciales Ordinarias de segundo Orden. - 16 Horas

Teoría y problemas de los Caps. 4 y 6 (Nagle, Saff, Snider) según documento en el curso virtual.

TEMA: 7.- Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior a dos. - 14 Horas

Teoría y problemas del Cap. 6 (Nagle, Saff, Snider) según documento en el curso virtual.

TEMA: 8.- Solución de Ecuaciones Diferenciales Lineales mediante series. - 16 Horas

Teoría y problemas del Cap. 8 (Nagle, Saff, Snider) según documento en el curso virtual.

TEMA: 9.- Sistemas Lineales de Ecuaciones Diferenciales Ordinarias. - 22 Horas

Teoría y problemas del Cap. 9 (Nagle, Saff, Snider) según documento en el curso virtual.

TEMA: 10.- La transformada de Laplace. - 15 Horas

Teoría y problemas del Cap. 7 (Nagle, Saff, Snider) según documento en el curso virtual.

PRUEBA PRESENCIAL: 2 horas

Total Horas ECTS introducidas aquí : 150

SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	0
Duración del examen	120 (minutos)

Material permitido en el examen

Ninguno.

Criterios de evaluación

El estudiante deberá resolver las cuestiones y problemas de forma razonada aplicando los conocimientos adquiridos durante el curso.

Se valorará no sólo la solución correcta de cada pregunta, sino su planteamiento y la justificación de los pasos seguidos.

% del examen sobre la nota final	80
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	0

Comentarios y observaciones

El examen presencial final escrito será de dos horas de duración, en el que se deberán contestar cuestiones teóricas y/o resolver problemas concretos aplicando los conocimientos teóricos adquiridos. Este examen es obligatorio y se celebrará en todos los Centros Asociados, de manera coordinada, al final del semestre correspondiente.

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC?	Si

Descripción

La evaluación continua consistirá en cuestionarios o entregas de problemas escritos que se ofertarán en el curso virtual. Estas pruebas no serán obligatorias, y para los alumnos que no los realicen su peso en la nota final será nula. Para los estudiantes que las realicen su peso en la calificación final será de hasta el 20% del total de la asignatura, siempre y cuando esto suponga una mejora de la calificación final.

Consistirá en una entrega de problemas para cuya realización se estima un tiempo de aproximadamente dos horas cada prueba, siempre y cuando el estudiante haya asimilado adecuadamente los conceptos necesarios para la misma.

Criterios de evaluación

El estudiante deberá resolver las cuestiones y problemas de forma razonada aplicando los conocimientos adquiridos durante el curso.

Se valorará no sólo la solución correcta de cada pregunta, sino su planteamiento y la justificación de los pasos seguidos.

La calificación de las PEC se tendrá en cuenta para las convocatorias ordinaria y extraordinaria.

Ponderación de la PEC en la nota final	20
Fecha aproximada de entrega	PEC 1 - mediados de marzo ; PEC 2 - mediados de mayo
Comentarios y observaciones	

La evaluación continua es optativa. En esta asignatura sólo será tenida en cuenta si ayuda a subir la calificación del examen.

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s?	No
Descripción	
Criterios de evaluación	
Ponderación en la nota final	
Fecha aproximada de entrega	
Comentarios y observaciones	

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

Dado que la asignatura consta de dos bloques diferenciados, será necesario adquirir el grado de suficiencia necesario para aprobar en cada bloque de la asignatura. La calificación en cada bloque vendrá dada por:

Cf=max{Ce, 0.8Ce+0.2Ec},

donde Cf denota la calificación final (correspondiente al bloque), Ce la calificación del examen (prueba presencial, correspondiente al bloque) y Ec la calificación correspondiente a la evaluación continua (correspondiente al bloque).

La calificación final se obtendrá como 35% Parte A + 65 % Parte B, con la condición de haber aprobado cada parte independientemente.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788448142124
Título:VARIABLE COMPLEJA Y APLICACIONES (7?)
Autor/es:Brown, James Ward ; Churchill, Ruel V. ;
Editorial:MC GRAW HILL

ISBN(13):9789702612858
Título:ECUACIONES DIFERENCIALES Y PROBLEMAS CON VALORES EN LA FRONTERA (4)
Autor/es:Penney, David E. ; Edwards, C. Henry ;

Editorial:PEARSON EDUCACIÓN

Cada uno de los libros propuestos cubre uno de los dos grandes bloques de la asignatura.
La primera parte de la asignatura se cubre en los capítulos 1, 2, 3 y 8 del libro "Variable Compleja y Aplicaciones", de Churchill y Brown.
La segunda parte se cubre principalmente en los capítulos del 1, 3, 4, 5, 7 y 8 del libro "Ecuaciones Diferenciales y Problemas con Valores en la Frontera, Cómputo y Modelado", de Edwards y Penney.
Además se proporcionarán en el curso virtual apuntes que completan el temario.
En un documento sobre el plan de trabajo para la asignatura, que estará disponible en el Curso Virtual una vez comenzado el semestre, se detallará qué epígrafes y qué apartados cubren cada tema de la asignatura.

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9788429151138
Título:ECUACIONES DIFERENCIALES
Autor/es:Ross, Shefley L. ;
Editorial:REVERTÉ

ISBN(13):9788480410151
Título:PROBLEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES ORDINARIAS (1)
Autor/es:Kiseliov, A. ;
Editorial:RUBIÑOS 1860, S.A.

ISBN(13):9788483843116
Título:MÉTODOS DE VARIABLE COMPLEJA (primera)
Autor/es:David Sánchez Martín ;
Editorial:Treballs Feministes

ISBN(13):9789684228832
Título:VARIABLE COMPLEJA (1ª)
Autor/es:Spiegel, Murray R. ;
Editorial:MC GRAW HILL

ISBN(13):9789702605928
Título:ECUACIONES DIFERENCIALES Y PROBLEMAS CON VALORES EN LA FRONTERA (4)
Autor/es:Snider, Arthur David ; Saff, Edward B. ; Nagle, R. Kent ;
Editorial:PEARSON EDUCACIÓN

La bibliografía complementaria ha sido seleccionada con el objeto de que el alumno pueda complementar algunos de los temas que aparecen en la bibliografía básica.

Se propone el libro "Variable Compleja" de Spiegel como fuente de problemas resueltos y ejercicios para su resolución por parte del alumno.

En cuanto a la parte de ecuaciones diferenciales se proponen dos libros de texto en los que el alumno puede ver tratado todo el temario con un desarrollo alternativo al propuesto en la bibliografía básica, así como complementar algunos aspectos. Además, se propone un libro de problemas como apoyo para el alumno (Kiseliov).

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

A través del curso virtual se pondrá a disposición de los alumnos diverso material de apoyo al estudio. Con ellos el alumno puede desarrollar su capacidad de aplicar los conocimientos adquiridos a la resolución de problemas y cuestiones.
El alumno puede contar con las bibliotecas de la UNED para consultas bibliográficas.
Además, como parte de la Red de Innovación Docente *Visualización en variable compleja: desarrollo y uso de materiales*, se han creado algunas animaciones que estarán disponibles en los foros.

GLOSARIO

Esta asignatura no dispone de glosario.

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.