

21-22

GRADO EN FÍSICA
PRIMER CURSO

GUÍA DE ESTUDIO COMPLETA



ANÁLISIS MATEMÁTICO II

CÓDIGO 61041071

UNED

21-22

ANÁLISIS MATEMÁTICO II

CÓDIGO 61041071

ÍNDICE

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN
REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA
EQUIPO DOCENTE
HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE
TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS
COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE
RESULTADOS DE APRENDIZAJE
CONTENIDOS
METODOLOGÍA
PLAN DE TRABAJO
SISTEMA DE EVALUACIÓN
BIBLIOGRAFÍA BÁSICA
BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA
RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA
GLOSARIO

Nombre de la asignatura	ANÁLISIS MATEMÁTICO II
Código	61041071
Curso académico	2021/2022
Departamento	MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES
Título en que se imparte	GRADO EN FÍSICA
Curso	PRIMER CURSO
Periodo	SEMESTRE 2
Tipo	FORMACIÓN BÁSICA
Nº ETCS	6
Horas	150.0
Idiomas en que se imparte	CASTELLANO

PRESENTACIÓN Y CONTEXTUALIZACIÓN

El análisis matemático es una parte de las matemáticas que trata de las nociones de función, límite, derivación e integración. En esta asignatura se van a presentar los conceptos básicos para funciones de varias variables (es una extensión de lo que se ha visto en la asignatura de Análisis I). Dichos conceptos junto con sus aplicaciones han formado la base de la matematización de los conceptos físicos; algunos, como la teoría de campos vectoriales, conformaron la física teórica de electromagnetismo en el siglo XIX.

El contenido de la asignatura es un material básico y constituye la base para poder entender las asignaturas de Mecánica y electromagnetismo. A su vez el cálculo diferencial e integral de funciones de varias variables constituyen una herramienta básica en otras asignaturas de contenido matemático del Grado en Físicas.

Esta asignatura va a permitir al alumno adquirir las siguientes destrezas y competencias:

A. Generales

- Destreza en el razonamiento cuantitativo, basado en los conocimientos adquiridos. Habilidad para formular problemas procedentes de un entorno profesional, en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Habilidad para ayudar a profesionales no matemáticos a aplicar esta materia.
- Destreza en el razonamiento y capacidad para utilizar sus distintos tipos, fundamentalmente por deducción, inducción y analogía. Capacidad para tratar problemas matemáticos desde diferentes planteamientos y su formulación correcta en lenguaje matemático, de manera que faciliten su análisis y resolución. Se incluye en esta competencia la aproximación geométrica y numérica.
- Habilidad para crear y desarrollar argumentos lógicos, con clara identificación de las hipótesis y las conclusiones. Habilidad para detectar inconsistencias de razonamiento tanto de forma teórica como práctica mediante la búsqueda de contraejemplos.
- Habilidad para extraer información cualitativa a partir de información cuantitativa. Habilidad para presentar el razonamiento matemático y sus conclusiones de manera clara y precisa, de forma apropiada a la audiencia a la que se dirige, tanto de forma oral como escrita.
- Capacidad de relacionar distintas áreas de las matemáticas. Razonamiento crítico, capacidad de evaluar trabajos propios y ajenos.

B. Específicas

- Comprensión de los conceptos básicos y familiaridad con los elementos fundamentales del Análisis Matemático que servirá para el estudio de las restantes asignaturas del curso.
- Destreza para resolver problemas de cálculo diferencial e integral de funciones de varias variables y campos vectoriales.
- Habilidades y destrezas que le permitan operar con funciones de varias variables y sus representaciones gráficas, cálculo de límites, derivadas, integrales y aproximaciones numéricas, mediante el razonamiento, el análisis y la reflexión.
- Capacidad para resolver problemas de valores extremos, cálculo de raíces de sistemas de ecuaciones no lineales y aproximación de funciones.
- Capacidad para calcular longitudes, áreas y volúmenes.
- Destreza para resolver problemas paramétricos y de ajuste por mínimos cuadrados.
- Habilidad para proponer y plantear problemas prácticos y teóricos mediante las técnicas del cálculo diferencial e integral de funciones escalares de varias variables y campos vectoriales.

TEMARIO DE LA ASIGNATURA**Tema 1. Curvas****1.1 Cónicas**

Parábolas. Propiedad focal de la parábola. Elipses. La propiedad focal de la elipse. Directrices de una elipse. Hipérbolas. Propiedad focal de la hipérbola. Clasificación de cónicas generales

1.2 Curvas paramétricas

Curvas planas generales y parametrizaciones. Algunas curvas planas de interés.

1.3 Curvas paramétricas suaves y sin pendientes

Pendiente de una curva paramétrica. Dibujo de curvas paramétricas.

1.4 Longitudes de arco y áreas de curvas paramétricas

Longitudes de arco y áreas de superficie. Áreas limitadas por curvas paramétricas.

1.5 Coordenadas polares y curvas polares

Algunas curvas en polares. Intersecciones de curvas en polares. Cónicas en polares.

1.6 Pendientes, áreas y longitudes de arco de curvas polares

Áreas limitadas por curvas en polares. Longitudes de arco de curvas en polares.

1.7 Funciones vectoriales de una variable

Diferenciación de combinación de vectores.

1.8 Algunas aplicaciones de la diferencial vectorial

Movimiento de una masa variable. Movimiento circular. Sistemas en rotación y el efecto Coriolis.

I.9 Curvas y parametrizaciones

Parametrización de la curva intersección de dos superficies. Longitud de arco. Curvas suaves por tramos. Parametrización mediante la longitud de arco.

I.10 Curvatura, torsión y sistema de referencia de Frenet.

El vector tangente unitario. Curvatura y normal unitaria. Torsión y binormal, Fórmulas de Frenet-Serret.

I.11 Curvatura y torsión para parametrizaciones generales

Aceleración tangencial y normal. Evolutas. Aplicación al diseño de vías (o carreteras).

2. Tema II. Diferenciación parcial

II.1 Funciones de varias variables

Representaciones gráficas

II.2 Límites y continuidad

II.3 Derivadas parciales

Planos tangentes y rectas normales. Distancia de un punto a una superficie. Un ejemplo geométrico.

II.4 Derivadas de orden superior

Las ecuaciones de Laplace y de ondas

II.5 La regla de la cadena

Funciones homogéneas. Derivadas de orden superior.

II.6 Aproximaciones lineales, diferenciabilidad y diferenciales

Demostración de la regla de la cadena. Diferenciales. Funciones de un espacio de n -dimensiones en un espacio de m -dimensiones.

II.7 Gradientes y derivadas direccionales

Derivadas direccionales. Tasas de cambio percibidas por un observador en movimiento. El gradiente en tres y más dimensiones.

II.8 Funciones implícitas

Sistemas de ecuaciones. Determinantes jacobianos. El teorema de la función implícita.

II.9 Aproximaciones mediante series de Taylor

Aproximación de funciones implícitas.

II.10 Valores Extremos

Clasificación de los puntos críticos.

II.11 Valores extremos de funciones definidas en dominios restringidos

Programación Lineal.

II.12 Multiplicadores de Lagrange

El método de los multiplicadores de Lagrange. Problemas con más de una restricción.

Programación no lineal.

II.13 El método de los mínimos cuadrados

Regresión lineal. Aplicaciones del método de los mínimos cuadrados a integrales.

II.14 Problemas paramétricos

Diferenciación de integrales con parámetros. Envolventes. Ecuaciones con perturbaciones.

3. Tema III.**III.1 Integrales dobles**

Integrales dobles en dominios más generales. Propiedades de la integral doble.

Resolución de integrales dobles por inspección.

III.2 Iteración de integrales dobles en coordenadas cartesianas**III.3 Integrales impropias y el teorema del valor medio**

Integrales impropias de funciones positivas. Un teorema del valor medio para integrales dobles.

III.4 Integrales dobles en coordenadas polares

Cambio de variables en integrales dobles.

III.5 Integrales triples**III.6 Cambios de variable en integrales triples**

Coordenadas cilíndricas. Coordenadas esféricas.

III.7 Aplicaciones de las integrales múltiples

Área de la superficie de una gráfica. Atracción gravitatoria de un disco. Momentos y centros de masa. Momento de inercia.

III.8 Campos escalares y vectoriales

Líneas de campo (curvas integrales). Campos vectoriales en coordenadas polares.

III.9 Campos conservativos

Superficies y curvas equipotenciales. Fuentes sumideros y dipolos.

III.10 Integrales sobre curvas

Cálculo de integrales sobre curvas

III.11 Integrales sobre curvas

Cálculo de integrales sobre curvas.

III.12 Integrales sobre curvas de campos vectoriales

Dominios conexos y simplemente conexos. Independencia del camino.

4. Tema IV**IV.1 Superficies e integrales de superficie**

Superficies paramétricas. Superficies compuestas. Integrales de superficie. Superficies suaves, normales y elementos de área. Cálculo de integrales de superficie. Atracción de una corteza terrestre.

IV.2 Superficies orientadas e integrales de flujo

Superficies orientadas. Flujo de un campo vectorial por una superficie.

IV.3 Gradiente, divergencia y rotacional

Interpretación de la divergencia. Distribuciones y funciones delta. Interpretación del rotacional.

IV.4 Algunas identidades con el gradiente, la divergencia y el rotacional

Potencial escalar y potencial vector.

IV.5 El teorema de Green en el plano

El teorema de la divergencia en dos dimensiones.

IV.6 El teorema de la divergencia en el espacio tridimensional

Variantes del teorema de la divergencia.

IV.7 El teorema de Stokes

Los contenidos corresponden a la siguiente distribución de capítulos del libro base de la asignatura.

- El tema 1 corresponde al contenido de los capítulos 8 (completo) y 11 (secciones 11.1, 11.2, 11.3, 11.4 y 11.5)
- El tema 2 corresponde al capítulo 12 (completo) y al 13 (secciones 13.1, 13.2, 13.3 y 13.5)
- El tema 3 corresponde a los capítulos 14 (completo) y 15 (hasta la sección 15.4)
- El tema 4 corresponde al capítulo 15 (secciones 15.5 y 15.6) y al capítulo 16 (secciones 16.1, 16.2, 16.3, 16.4 y 16.5)

REQUISITOS Y/O RECOMENDACIONES PARA CURSAR LA ASIGNATURA

Los prerequisites necesarios son mínimos: noción de función entre conjuntos de números, inyectividad, sobreyectividad y cuestiones elementales de álgebra y teoría de números que se dan en el bachillerato o en el curso de acceso; asimismo son precisos los conocimientos y destrezas adquiridas en la asignatura de Análisis I.

EQUIPO DOCENTE

Nombre y Apellidos
Correo Electrónico
Teléfono
Facultad
Departamento

JOSE IGNACIO TELLO DEL CASTILLO (Coordinador de asignatura)
jtello@mat.uned.es
+34913987350
FACULTAD DE CIENCIAS
MATEMÁTICAS FUNDAMENTALES

HORARIO DE ATENCIÓN AL ESTUDIANTE

El horario de consulta al profesor de la asignatura será los Lunes de 10:00h a 14:00h.

D. José Ignacio Tello del Castillo

Teléfono: 91 398 73 50

La UNED asignará un tutor a cada alumno. El Profesor de la asignatura atenderá a las preguntas, dudas o cuestiones referentes a los contenidos científicos de la misma. El alumno también podrá trasladar sus preguntas, dudas o cuestiones referentes a los contenidos científicos, al Tutor de la asignatura.

TUTORIZACIÓN EN CENTROS ASOCIADOS

En el enlace que aparece a continuación se muestran los centros asociados y extensiones en las que se imparten tutorías de la asignatura. Estas pueden ser:

- Tutorías de centro o presenciales:** se puede asistir físicamente en un aula o despacho del centro asociado.
- Tutorías campus/intercampus:** se puede acceder vía internet.

Consultar horarios de tutorización de la asignatura 61041071

COMPETENCIAS QUE ADQUIERE EL ESTUDIANTE

Competencias específicas

CE04 Ser capaz de identificar las analogías en la formulación matemática de problemas físicamente diferentes, permitiendo así el uso de soluciones conocidas en nuevos problemas

CE05 Ser capaz de entender y dominar el uso de los métodos matemáticos y numéricos más comúnmente utilizados, y de realizar cálculos de forma independiente, incluyendo cálculos numéricos que requieran el uso de un ordenador y el desarrollo de programas de software

Competencias generales

CG01 Capacidad de análisis y síntesis

CG07 Resolución de problemas

CG09 Razonamiento crítico

CG10 Aprendizaje autónomo

RESULTADOS DE APRENDIZAJE

- Aplicar adecuadamente los conceptos del cálculo diferencial y sus operaciones en la solución de problemas de valores extremos. Utilización del cálculo integral para determinar longitudes, áreas y volúmenes definidos por funciones vectoriales o de varias variables, determinación de los momentos y del centro de masas de cuerpos rígidos.
- Conocer y utilizar las técnicas de aproximación mediante polinomios de funciones de varias variables. Conocer y utilizar las técnicas de integración de campos vectoriales y aplicarlos a la dinámica de fluidos y al electromagnetismo
- Reconocer la estructura de las funciones y realizar representaciones gráficas detalladas.
- Comprender el concepto de función implícita y ver la forma de aplicarlo a la obtención de las derivadas parciales de funciones determinadas por sistemas de ecuaciones. Comprender el concepto de integral de superficie y aplicarlo al cálculo del flujo de un campo vectorial.

CONTENIDOS

1. Cónicas, curvas paramétricas y curvas polares. Funciones vectoriales y curvas

Capítulo 8: Cónicas, curvas paramétricas y curvas polares. Capítulo 11: Funciones vectoriales y curvas (**sección 11.6 optativa**).

2. Diferenciación parcial. Aplicaciones de la derivadas parciales

Capítulo 12: Diferenciación parcial. Capítulo 13: Aplicación de las derivadas parciales (13.6 optativa).

3. Integración múltiple. Campos vectoriales

Capítulo 14: Integración múltiple. Campos vectoriales.

4. Cálculo vectorial

Capítulo 15: Cálculo vectorial (16.6 optativa).

METODOLOGÍA

Metodología de la enseñanza a distancia, que constara de lectura, consulta e interacción, con los contenidos teóricos asociados a los materiales didácticos propios de la asignatura. Realización de actividades prácticas bajo la supervisión del profesor tutor o bien bajo la supervisión del equipo docente, responsable de la asignatura, de forma interactiva o bien mediatizados por programas informáticos y ejemplos tipo; trabajo autónomo con los materiales didácticos, mediante el estudio de los contenidos del programa de la asignatura, o bien mediante la realización de ejercicios.

Se realizarán evaluaciones a distancia mediante procesos interactivos, a través de la plataforma de virtualización, que servirán para llevar a cabo un proceso de autocontrol y corrección de errores en el aprendizaje, así como para que el equipo docente pueda seguir el aprendizaje del alumno. Por último el alumno tendrá que dedicar una parte del tiempo del proceso de aprendizaje a la preparación de las pruebas presenciales propias de la UNED. El número de horas mínimas indicadas para preparar la asignatura, por parte del alumno,

oscilará entre 150 a 180 (6 ETCS). Dicho número de horas se puede repartir, en principio de la siguiente forma:

Trabajos con contenidos teóricos	37 a 45 horas
Realización de actividades prácticas.	22 a 27 horas
Trabajo autónomo	90 a 108 horas

El Texto Base está estructurado de forma que el contenido de los cuatro temas que forman esta signatura se pueda seguir según el esquema anterior, siempre reforzado por la relación con el tutor y con la mediación de programas informáticos (tipo Maple o Scientific Notebook) y pruebas en línea, en la virtualización a través de la plataforma Alf.

PLAN DE TRABAJO

En el cómputo de horas se incluyen el tiempo dedicado a las horas lectivas, horas de estudio, tutorías, seminarios, trabajos, prácticas o proyectos, así como las exigidas para la preparación y realización de exámenes y evaluaciones.

TEMA: 1. Cónicas, curvas paramétricas y curvas en polares. Funciones vectoriales y curvas - 36 Horas

Capítulos 8 y 11 (sección 11.6 optativa).

La primera parte de este tema está dedicado a estudiar diferentes representaciones de curvas contenidas en el plano. Se repasarán las propiedades de las curvas cónicas y se introducirá al alumno en el estudio de las curvas paramétricas y las representadas en coordenadas polares. Se introduce también el concepto de longitud de arco. La segunda parte trata de del estudio de las funciones de una sola variable real cuyo valor es un vector dichas funciones se pueden ver como representaciones paramétricas de curvas.

Consideraciones geométricas sobre dichas curvas llevarán a los conceptos de tangente, normal, curvatura y torsión.

Es recomendable en esta parte utilizar el programa Maple para realizar los ejemplos.

Revisar el contenido de las direcciones:

<http://math.etsu.edu/multicalc/prealpha/Chap1/Chap1-7/index.htm>

<http://math.etsu.edu/multicalc/prealpha/Chap1/Chap1-8/index.htm>

1ª Semana

Estudiar las secciones 8.1 a 8.3 (ambas incluidas). Se introducen las secciones cónicas, sus propiedades y su clasificación; las curvas paramétricas planas y la teoría asociada a las **curvas paramétricas suaves, es decir, aquellas que poseen tangente en todos los puntos de la curva y ésta evoluciona de forma continua a lo largo de la misma.**

Prestar especial atención al concepto de curva paramétrica suave.

Ejemplos: 8.1: 1, 2, 3, 4, 5, 6; 8.2: 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8; 8.3: 1, 2, 3, 4.

Resolver los ejercicios: 8.1: 2, 5, 8, 17, 20; 8.2: 3, 6, 10, 14, 16, 20. 8.3: 1, 4, 8, 12, 13, 14, 18, 21, 24.

2ª Semana.

Estudiar las secciones: 8.4, 8.5, 8.6.

Se comienza con el estudio del concepto de longitud de arco y de áreas de superficies definidas por curvas paramétricas que rotan alrededor de diferentes ejes, continuándose con el cálculo de áreas comprendidas entre curvas paramétricas. En la sección 8.5 se introducen las curvas definidas en coordenadas polares, se estudian algunas curvas notables, se explica la forma de calcular los puntos de intersección de curvas en polares, terminando el tema enseñando la forma de calcular áreas, longitudes de arco de curvas en polares.

Prestar especial atención a los conceptos de longitud de arco y dirección tangente a una curva en polares.

Ejemplos: 8.4: 1, 2, 3, 4; 8.5: 2, 3, 4, 5, 6; 8.6: 1, 2, 3, 4.

Resolver los ejercicios: 8.4: 1, 6, 10, 11, 15, 18, 20; 8.5: 3, 13, 16, 22, 25, 28, 30, 38; 8.6: 1, 4, 10, 12, 15, 18. Problemas avanzados. 2, 8.

3ª Semana

Estudiar las secciones 11.1, 11.2 y 11.3. Se comienza exponiendo el concepto de función vectorial de una variable real que se va a utilizar para representar a curvas paramétricamente y cuyos ejemplos más clásicos son las trayectorias de partículas en el espacio tridimensional; se introducen los conceptos de velocidad y aceleración; a continuación se ven aplicaciones de estos conceptos al movimiento de una masa variable y al movimiento circular. Por último se estudian las curvas como objetos geométricos y se introducen los cambios de parametrización para las mismas y el concepto de longitud de arco.

Prestar especial atención a los conceptos de orientación de curvas, longitud de arco y curvas suaves por tramos.

Ejemplos: 11.1: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; 11.2: 1, 2, 3; 11.3: 1, 2, 3, 4, 5.

Resolver los ejercicios: 11.1: 12, 13, 17, 20, 21, 24, 34; 11.2: 1, 2, 5, 8; 11.3: 3, 4, 6, 7, 10, 12, 13, 16, 17, 20, 23, 26.

4ª Semana

Estudiar las secciones: 11.4 y 11.5. En la primera sección se presentan los conceptos de curvatura, radio de curvatura, torsión y fórmulas de Frenet-Serret, dedicándose la sección

11.5 a estudiar estos conceptos con parametrizaciones generales presentándose algunas aplicaciones.

Prestar especial atención a los conceptos de **curvatura y radio de curvatura, torsión y binormal, teorema fundamental de las curvas en el espacio, aceleración tangente y normal. Cálculos con Maple.**

Ejemplos: 11.4: 1, 2, 3; 11.5: 1, 2, 3, 4, 5.

Resolver los ejercicios: 11.4: 2, 6, 7; 11.5: 5, 8, 12, 15, 18, 23, 26. Problemas avanzados: 2, 3.

TEMA: 2.Diferenciación parcial.Aplicaciones de las derivadas parciales - 36 Horas Capítulos 12 y 13 (secciones 13.6 y 13.7 optativas).

La extensión del concepto de derivada a las funciones de varias variables, el concepto de gradiente, derivada direccional, así como el teorema de las funciones implícitas, constituyen el núcleo de la primera parte. La aplicación de los conceptos nombrados a la determinación de valores extremos, el método de los multiplicadores de Lagrange, el método de los mínimos cuadrados y problemas paramétricos, constituye el núcleo de la segunda parte. Es recomendable en esta parte utilizar el programa Maple para realizar los ejemplos.

Revisar el contenido de la dirección:

<http://math.etsu.edu/multicalc/prealpha/Chap2/intro.htm>

1ª Semana.

Estudiar las secciones: 12.1 a la 12.5, ambas incluidas. En esta semana se van a introducir el concepto de función de varias variables y sus derivadas parciales y la extensión de la regla de la cadena -que se había estudiado para funciones de una variable- y el concepto de función homogénea.

Prestar especial atención a los conceptos **derivada parcial, planos tangentes y rectas normales, regla de la cadena, funciones armónicas, funciones homogéneas, teorema de Euler, aplicación de Maple a la representación grafica de funciones y a la derivación de las mismas.**

Ejemplos: 12.1: 1, 2, 3, 4, 5, 6; 12.2: 1, 2, 3, 4, 5; 12.3: 1, 3, 4, 5, 6, 7, 8; 12.4: 2, 3, 4; 12.5: 1, 2, ..., 10.

Resolver los ejercicios; 12.1: 3, 8, 13, 17, 25, 26, 27, 28, 30, 36; 12.2: 1, 3, 6, 9, 14, 15, 17, 18; 12.3: 5, 6, 12, 13, 18, 23, 24, 36; 12.4: 1, 4, 6, 9, 12, 16; 12.5: 1, 4, 5, 8, 14, 22, 26, 29.

2ª Semana.

Estudiar las secciones 12.6 a 12.9, ambas incluidas. Se introduce el concepto de diferenciabilidad, matriz jacobiana para funciones entre espacios de diferentes dimensiones, los conceptos de gradiente y derivada direccional. El teorema de las funciones implícitas y sus aplicaciones constituyen el contenido de la sección 12.8, estando dedicada la sección 12.9 a la generalización del concepto de serie de Taylor a funciones de varias variables.

Prestar especial atención a las condiciones de diferenciabilidad, teorema del valor medio, regla de la cadena, matriz jacobiana, vector gradiente y derivadas direccionales, determinantes jacobianos y teorema de la función implícita, series de Taylor y a las diferentes funciones de Maple que aparecen en el texto.

Ejemplos: 12.6: 1, 2, 3, 4; 12.7: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8; 12.8: 1, 2, ..., 8; 12.9: 1, 2, 3.

Resolver los ejercicios: 12.6: 1, 4, 11, 12, 14, 15, 18; 12.7: 1, 6, 7, 11, 14, 19, 21, 28, 31, 34; 12.8: 1, 3, 6, 11, 17, 20, 24; 12.9: 1, 6, 7, 9, 14.

3ª Semana.

Estudiar las secciones 13.1, 13.2, 13.3, 13.4 y 13.5; la sección 13.6 es optativa (conviene realizar los ejemplos de la sección 13.7). En estas secciones se presentan algunas de las formas en las que las derivadas parciales contribuyen a la solución de problemas en matemática aplicada; muchos de estos problemas están relacionados con el cálculo de valores de máximos y mínimos de funciones de varias variables y la diferenciación de funciones con respecto a parámetros. En la primera sección se introducen las condiciones necesarias y suficientes para la existencia de valores extremos y clasificación de los puntos críticos. En la sección 13.2 se enseña la forma de calcular los valores extremos de funciones definidas en dominios restringidos (el apartado de programación lineal de esta sección no entra en el programa), dedicándose la última sección al problema de los multiplicadores de Lagrange (no entra la programación no lineal). La sección 13.4 es una continuación de la última sección de la semana anterior y en ella se presenta el problema de aproximación por mínimos cuadrados. La sección siguiente está dedicada a la diferenciación de integrales con parámetros, a la presentación de el concepto de curva envolvente de una familia de curvas y una pequeña introducción a la resolución de ecuaciones mediante métodos perturbativos.

Prestar especial atención a condiciones necesarias y suficientes para la existencia de valores extremos, test de la segunda derivada y método de los multiplicadores de Lagrange.

Ejemplos: 13.1: 1, 2, ..., 9; 13.2: 1, 2, 3; 13.3: 1, 2, 3, 4; 13.4: 1, 2, 3; 13.5: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; 13.7: 1, 2.

Resolver los ejercicios: 13.1: 1, 6, 13, 16, 22, 26, 27; 13.2: 1, 4, 9, 12, 14; 13.3: 1, 4, 5, 8, 13, 16, 26; 13.4: 2, 4, 7, 11, 12, 15, 16; 13.5: 1, 2, 5, 8, 10, 13, 22, 25, 28.

TEMA: 3. Integración múltiple. Campos vectoriales - 36 Horas**Capítulos 14 y 15.**

En la primera parte se introduce el concepto de integrales múltiples como una generalización del concepto de integral definida a funciones de varias variables, que se emplearán para representar y calcular valores de magnitudes especificadas en términos de densidades en regiones del plano o del espacio. La segunda parte se dedica al estudio de las funciones vectoriales de variable vectorial (campos vectoriales); se introducen las integrales de campos que sobre curvas o superficies. Se verán durante este tema algunas aplicaciones de las técnicas aprendidas a problemas interesantes que aparecen en física.

Revisar el contenido de las direcciones:

<http://math.etsu.edu/multicalc/prealpha/Chap4/intro.htm>

<http://math.etsu.edu/multicalc/prealpha/Chap5/intro.htm>

<http://math.etsu.edu/multicalc/prealpha/Chap3/intro.htm>

1ª Semana.

Estudiar las secciones 14.1 a 14.4, (ambas incluidas). Se introduce el concepto integral doble para pasar a utilizar la integración iterada para su cálculo. Las integrales impropias para integrales dobles y el teorema del valor medio para dichas integrales, constituyen el contenido de la sección 14.3. La sección está dedicada al cálculo de integrales dobles en coordenadas polares y al cambio de variables de integración.

Prestar especial atención a los conceptos de integral doble, la rutina Int de Maple, teorema del valor medio, cambio de variables.

Ejemplos: 14.1: 1, 2, 3; 14.2: 1, 2, 3, 4; 14.3: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; 14.4: 1, 2, ..., 9.

Resolver los ejercicios: 14.1: 1, 4, 8, 13, 20; 14.2: 2, 3, 5, 8, 10, 12, 14, 18, 24, 27, 30; 14.3: 1, 4, 5, 6, 9, 12, 13, 18, 21, 23, 28; 14.4: 1, 4, 7, 10, 13, 14, 16, 17, 21, 24, 30, 33.

2ª Semana.

Estudiar las secciones 14.5 a 14.7, ambas incluidas. Se introduce el concepto de integral triple y su cálculo por integración iterada; la sección 13.6 trata sobre el cambio de variable en dichas integrales, estudiando de forma detallada los casos de coordenadas cilíndricas y esféricas. Por último en la sección 14.7 se aplican las integrales múltiples al cálculo de la superficie de una gráfica, atracción gravitatoria de un disco, momentos y centros de masa y momentos de inercia. Es conveniente leerse la observación de la página 897 sobre el cálculo

de integrales múltiples con el programa Maple.

Prestar especial atención a los conceptos asociados a **cambio de variables, área de la superficie de una gráfica, momentos y centro de masas.**

Ejemplos: 14.5: 1, 2, 3, 4, 5, 6; 14.6: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; 14.7: 1, 2, 3, 4.

Resolver los ejercicios: 14.5: 1, 4, 6, 8, 9, 12, 15, 16, 19, 20; 14.6: 5, 12, 13, 15, 16, 21, 22, 24, 27, 30; 14.7: 1, 4, 8, 9, 11, 12, 13.

3ª Semana.

Estudiar las secciones 15.1, 15.2, 15.3. La introducción a los campos escalares y vectoriales y las líneas de campo, son el contenido de la primera sección; los campos conservativos, superficies y curvas equipotenciales, junto con la introducción del concepto de fuente, sumidero y dipolos, y el cálculo de integrales sobre curvas forman el contenido de las últimas secciones.

Prestar especial atención a los conceptos de **líneas de campo, campos conservativos y potencial escalar, condiciones necesarias para que un campo escalar sea conservativo, superficies equipotenciales, fuente, sumidero y dipolo, integrales sobre curvas.**

Ejemplos: 15.1: 1, 2, 3, 4, 5, 6; 15.2: 1, 2, 3, 4, 5, 6; 15.3: 1, 2, 3.

Resolver los ejercicios: 15.1: 1, 6, 9, 12; 15.2: 3, 6, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 22; 15.3: 1, 3, 4, 8, 16.

4ª Semana

Estudiar las secciones: 15.4, 15.5, 15.6. En la primera sección se presenta la integración de un campo vectorial sobre una curva, los conceptos de dominios conexos y simplemente conexos y la integración de campos conservativos par a este tipo de dominios. En la sección 15.6 se introducen las superficies paramétricas y las integrales de superficie, así como la forma de realizar su cálculo. En la sección 15.6 se definen el concepto de superficie orientable y el de flujo de un campo vectorial sobre las mismas, presentándose diversos ejemplos de cálculos de flujos.

Prestar especial atención a los conceptos de **integral sobre una curva, dominios conexos y simplemente conexos, superficie paramétrica, superficie compuesta, superficie suave e integral de superficie, superficies orientadas, flujo de un campo vectorial.**

Ejemplos: 15.4: 1, 2, 3, 4; 15.5: 1, 2, ..., 9; 15.6: 1, 2, 3, 4.

Resolver los ejercicios: 15.4: 1, 4, 7, 10, 11, 14, 15, 22; 15.5: 1, 2, 5, 6, 9, 13, 16, 17; 15.6: 1, 4, 5, 6, 7, 8, 12, 13, 14.

TEMA: 4. Cálculo vectorial - 36 Horas**Capítulo 16 (secciones 16.6 y 16.7 optativas).**

En este tema se van a desarrollar analogías tridimensionales al teorema fundamental del cálculo en una dimensión (teoremas de Green, Gauss y Stokes), teoremas que son importantes tanto a nivel teórico como en sus aplicaciones prácticas.

En la primera parte se introducen los conceptos de divergencia y rotacional de un campo vectorial, interpretando la divergencia como una densidad de flujo y el rotacional como una densidad de circulación; se introducen también los conceptos de potencial escalar y potencial vector; por último en la sección 16.3 se demuestra el teorema de Green en el plano. La segunda parte está dedicada a los teoremas de Gauss (o teorema de la divergencia) y al teorema de Stokes.

Revisar el contenido de las direcciones:

<http://math.etsu.edu/multicalc/prealpha/Chap3/intro.htm>

<http://math.etsu.edu/multicalc/prealpha/Chap5/intro.htm>

En relación con estas secciones puede ser muy útil ver cómo se utilizan, en el contexto de los problemas físicos, los conceptos que se van presentando; para ello revisar la referencia:

<http://www.physics2000.com/Pages/Calculus.html>

1ª Semana y única semana

Estudiar las secciones 16.1, 16.2, 16.3, 16.4 y 16.5. En la primera sección se introducen los conceptos de divergencia y rotacional y sus interpretaciones como densidad de flujo y densidad de circulación, respectivamente. La sección 16.2 comienza con una lista de identidades notables que relacionan al gradiente, la divergencia y el rotacional, e introduce los conceptos de potencial escalar y vector; termina la sección con un apartado dedicado a la forma de operar con campos en Maple. La sección 16.3 está dedicada al teorema de Green en el plano un enunciado del teorema de la divergencia, cuya generalización a tres dimensiones aparece en la segunda semana. Las secciones 16.4 y 16.5 tratan esencialmente del teorema de la divergencia y de Stokes para dimensión tres y algunas aplicaciones. Dichos teoremas son la base del cálculo vectorial y sus aplicaciones a la física son importantes. Un ejemplo del tipo de aplicaciones en las que son necesarios se puede ver en la sección 16.6, que no entra en el programa obligatorio de la signatura.

*Prestar especial atención a los conceptos de la **divergencia como densidad de flujo, función delta, el rotacional como densidad de circulación, velocidad angular local, potencial vector y escalar, campos solenoidales e irrotacionales, teorema de Green en el Plano y de la***

divergencia y el teorema de Stokes.

Ejemplos: 16.1: 1, 2, 3, 4, 5, 6; 16.2: 1; 16.3: 1, 2, 3; 16.4: 1, 2, 3, 4, 5; 16.5: 1, 2.

Resolver los ejercicios: 16.1: 3, 10, 14; 16.2: 8, 9, 11, 14, 16, 17; 16.3: 1, 4, 5, 6, 8; 16.4: 1, 4, 5, 8, 9, 13, 16, 20, 23, 24; 16.5: 2, 3, 5, 6, 9, 12

ACTIVIDAD: PEC - 4 Horas

NO OBLIGATORIA

EVALUACION A DISTANCIA, DURANTE 4 HORAS, DE UNA SERIE DE EJERCICIOS

PRUEBA PRESENCIAL: 2 horas

Total Horas ECTS introducidas aquí : 150

SISTEMA DE EVALUACIÓN

TIPO DE PRUEBA PRESENCIAL

Tipo de examen	Examen de desarrollo
Preguntas desarrollo	5
Duración del examen	120 (minutos)
Material permitido en el examen	

Calculadora no gráfica y no programable

Criterios de evaluación

En todos las preguntas se valorará, esencialmente, el grado de comprensión de la materia y el planteamiento razonado del problema. Se valorarán los resultados finales, el procedimiento empleado y la claridad en la exposición dependiendo del tipo de pregunta.

Se podran penalizar los errores graves.

Sólo entran en el examen los contenidos del programa que aparecen en el libro base (libro de referencia)

% del examen sobre la nota final	90
Nota del examen para aprobar sin PEC	5
Nota máxima que aporta el examen a la calificación final sin PEC	10
Nota mínima en el examen para sumar la PEC	4
Comentarios y observaciones	

La evaluación final consistirá en un examen presencial que constará de una serie de preguntas que podrán ser prácticos (problemas) o teóricos (cuestiones o demostraciones de resultados teóricos en uno o varios apartados) en preguntas de desarrollo y/o de tipo test.

La dificultad del examen será análoga a los problemas que aparecen en el libro de teoría.

PRUEBAS DE EVALUACIÓN CONTINUA (PEC)

¿Hay PEC? Si

Descripción

Consistirá en la solución de una serie de preguntas del nivel del libro base, que se realizará durante tres horas y se entregarán en el buzón de la página web de la asignatura

Criterios de evaluación

Se puntuarán los resultados finales, el procedimiento empleado y la claridad en la exposición. Se pueden penalizar los errores graves

Ponderación de la PEC en la nota final 1

Fecha aproximada de entrega 28/04/2019

Comentarios y observaciones

OTRAS ACTIVIDADES EVALUABLES

¿Hay otra/s actividad/es evaluable/s? No

Descripción

Criterios de evaluación

Ponderación en la nota final

Fecha aproximada de entrega

Comentarios y observaciones

¿CÓMO SE OBTIENE LA NOTA FINAL?

La nota de la asignatura es la nota X del examen. Si X es mayor o igual a 4, entonces la nota de la asignatura es $X + Y/10$, donde Y es la nota de las actividades y pruebas de evaluación a distancia.

BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

ISBN(13):9788478290895

Título:CÁLCULO (6ª)

Autor/es:Robert A. Adams ;

Editorial:PEARSON ADDISON-WESLEY

Para la asignatura de *Análisis II* entran los siguientes capítulos:

Tema I

Capítulo 8: Cónicas, curvas paramétricas y curvas polares. Capítulo 11: Funciones vectoriales y curvas (sección 11.6 no entra).

Tema II

Capítulo 12: Diferenciación parcial. Capítulo 13: Aplicación de las derivadas parciales (13.6, 13.7, no entran).

Tema III

Capítulo 14: Integración múltiple. Capítulo 15: Campos vectoriales (hasta sección 15.5).

Tema IV

Capítulo 15: secciones 15.5 y 15.6. Capítulo 16: Cálculo vectorial (16.6 y 16.7, no entran).

BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

ISBN(13):9788420507064

Título:ANÁLISIS MATEMÁTICO II ([1ª ed.])

Autor/es:

Editorial:Alhambra

Bibliografía Complementaria.

Esta asignatura se puede seguir también a través de los siguientes textos:

[1] Jerrold E. Marsden, Anthony J. Tromba, Cálculo Vectorial, 5ª edición. + Suplemento Problemas resueltos. Pearson-addison Wesley (Madrid 2004).

[2] F. del Castillo. Análisis Matemático II. Editorial Alhambra, (Madrid 1987).

[3] M. Rosa Estela Carbonell, J. Saá Seoane, Cálculo, Pearson, Prentice Hall, (Madrid 2008).

[4] Tom M. Apostol, Calculus (volumen 2), Reverté, 2ª edición (Barcelona).

[5] Claudio Pita Ruiz, Calculo vectorial, Prentice Hall (México 1995)

Una fundamentación un poco más rigurosa del contenido del curso se puede encontrar en

[6] Michael Spivak, Cálculo en Variedades. Reverté (Barcelona).

Libros de problemas.

[7] F. Ayres, E. Mendelson, Cálculo, Mc Graw Hill, Madrid (2001).

[8] M. R. Spiegel, Cálculo Superior, Mc Graw Hill (Madrid)

[9] M. R. Spiegel, Matemáticas Avanzadas, Mc Graw Hill, (Madrid)

Se recomienda, para aplicaciones de Maple al estudio del Análisis, el libro:

[10] J. Amillo, F. Ballesteros, R. Guadalupe, y L. J. Martín, Cálculo, Conceptos, ejercicios y sistemas de computación matemática, con Maple. Mc Graw Hill, Madrid 1996

RECURSOS DE APOYO Y WEBGRAFÍA

Los alumnos tendrán a su disposición, en la virtualización, diverso material en pdf, así como una serie de direcciones Web que le servirán de apoyo a la asignatura.

Los conocimientos previos para este curso se pueden obtener en la dirección Web:

http://descartes.cnice.mec.es/indice_ud.php?idioma=Castellano

Unos tutoriales y ejercicios interesantes de Cálculo se encuentran en:

<http://math.etsu.edu/multicalc/prealpha/downloads.htm>

<http://www.slu.edu/classes/maymk/MathApplets-SLU.html>

Un curso de cálculo aplicado a la física se encuentra en

<http://www.physics2000.com/Pages/Calculus.html>

Software Maple y Maxima

Son programas de carácter general que permiten trabajar en todas las ramas de las matemáticas. Sirve tanto a nivel de laboratorio -para experimentar en el aprendizaje de las matemáticas-, como para investigar con él, ya que dispone de numerosas funciones implementadas. La instalación del programa es muy sencilla.

Actividades Complementarias

Se le comunicarán a través de la virtualización de la asignatura o bien personalmente.

GLOSARIO

El glosario de términos relevantes para la asignatura se incluirá en el Curso Virtual.

IGUALDAD DE GÉNERO

En coherencia con el valor asumido de la igualdad de género, todas las denominaciones que en esta Guía hacen referencia a órganos de gobierno unipersonales, de representación, o miembros de la comunidad universitaria y se efectúan en género masculino, cuando no se hayan sustituido por términos genéricos, se entenderán hechas indistintamente en género femenino o masculino, según el sexo del titular que los desempeñe.