PVS, curso 2021–2122

Trabajo 16.

1. Formaliza en PVS el concepto de relación binaria sobre $\mathbb{Z}$. Implementa utilizando la formalización anterior: relación de orden y de equivalencia.

(a) Sea $\mathbb{Z}$ el conjunto de los números enteros positivos. Implementa y demuestra que la relación $\mathbf{R}$ es una relación de equivalencia:

$$\forall a, b \in \mathbb{Z} \;\; a\, \mathbf{R}\, b \Longleftrightarrow \exists k \in \mathbb{Z} \;\; t.q. \;\; a = 3k + b$$

2. Formaliza las definiciones de aplicación inyectiva, sobreyectiva, biyectiva y composición de aplicaciones. Enuncia y demuestra en dicha teoría:

- Dadas las aplicaciones $f : A \to B$ y $h : B \to C$; si $(h \circ f)$ es sobreyectiva y h inyectiva, entonces f es sobreyectiva.
- La aplicación $f : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \to \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ definida por

$$f(x, y) = (2y, -x) \;; \forall (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

  es biyectiva.

3. Formaliza los predicados *par* e *impar* en el conjunto de los números naturales. Utilizando estos predicados implementa, en una teoría los lemas siguientes:

- $\forall n \in \mathbb{N}$ se verifica que n impar o $(n + 1)$ es impar.
- $\forall n \in \mathbb{N}$ n es par si y sólo si no es impar n.
- $\forall n \in \mathbb{N}$ n es impar si y sólo si no es par n.