

Estudo de caso:

"Sistemas de Filas com múltiplos servidores, população finita e classes distintas"

Estudante: **Daniel Quiteque**

Professor: **Prof. Doutor Samuel Baraldi Mafra**

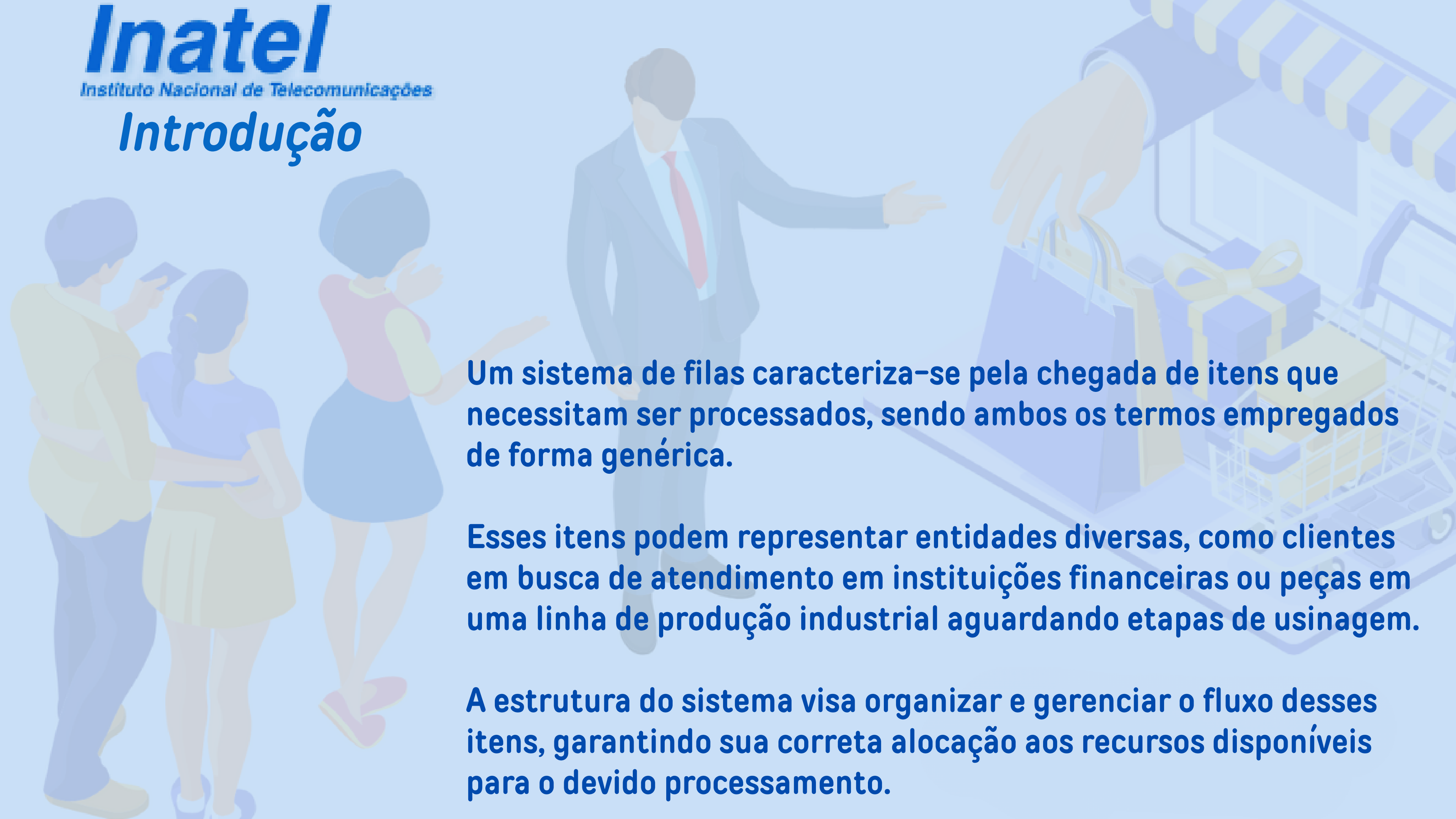
30 de Junho de 2025

TRABALHO FINAL 1 – TP547 – PRINCÍPIOS DE SIMULAÇÃO

Estudo de caso:

Seja um sistema onde cinco aparelhos telefônicos e três aparelhos de FAX disputam três canais de C kbps de uma rede RDSI-FE. Cada aparelho telefônico ocupa durante a comunicação um canal de C kbps, enquanto um aparelho de FAX ocupa dois canais de C kbps. A taxa média de chamadas dos telefones é igual a λ_1 chamada por hora, enquanto a dos aparelhos de FAX é de λ_2 chamada por hora. A duração média das chamadas telefônicas é de T_{s1} minutos e das chamadas de FAX T_{s2} minutos.

Introdução

The background of the slide features a light blue background with a faint illustration. On the left, a group of four people (two men and two women) are standing in a line, looking at their smartphones. In the center, a man in a suit and red tie is gesturing towards the right. On the right, a hand is placing a shopping bag into a shopping cart filled with various items, including a gift box and a stack of books. The overall theme is a queue or waiting system.

Um sistema de filas caracteriza-se pela chegada de itens que necessitam ser processados, sendo ambos os termos empregados de forma genérica.

Esses itens podem representar entidades diversas, como clientes em busca de atendimento em instituições financeiras ou peças em uma linha de produção industrial aguardando etapas de usinagem.

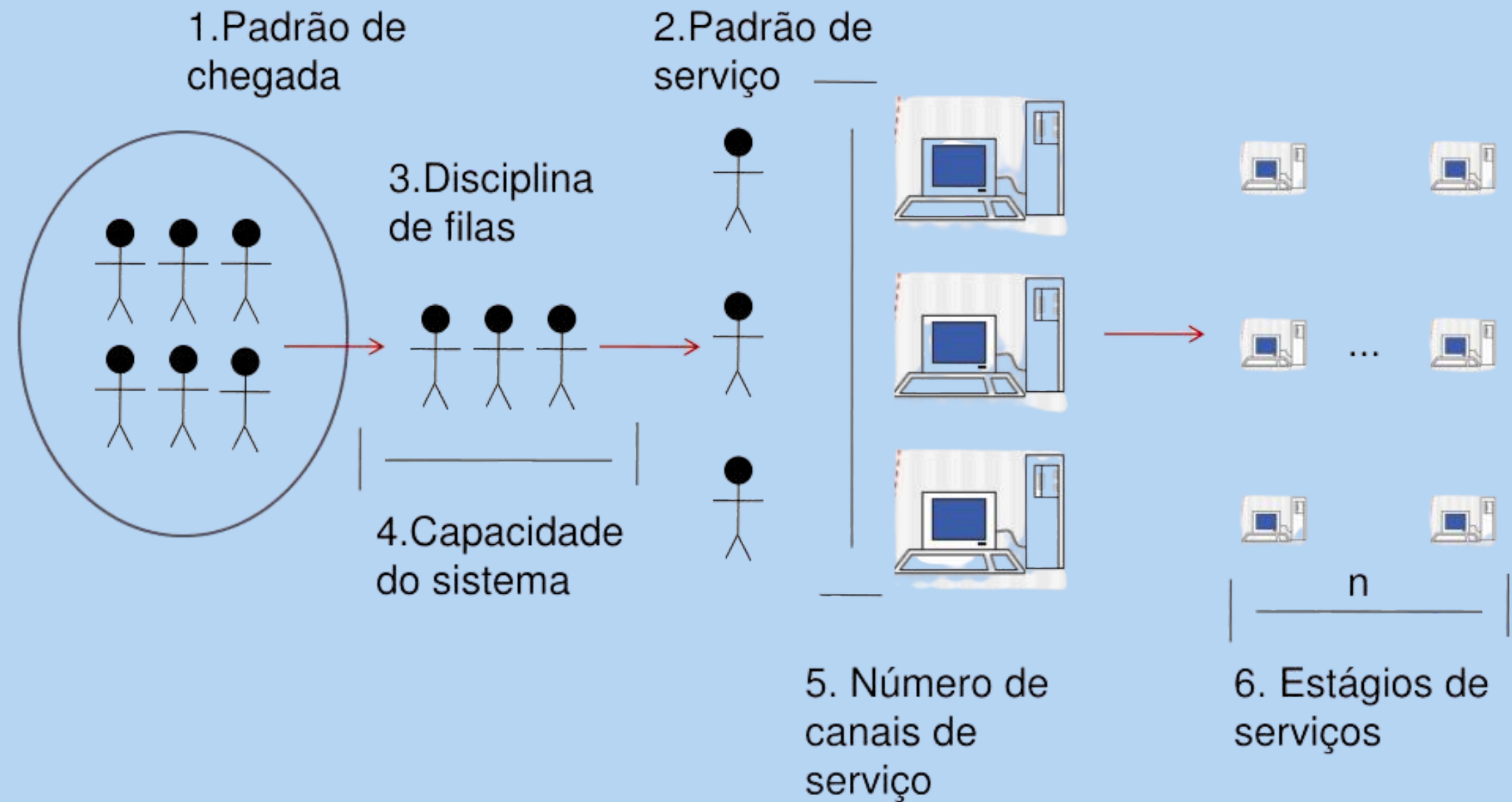
A estrutura do sistema visa organizar e gerenciar o fluxo desses itens, garantindo sua correta alocação aos recursos disponíveis para o devido processamento.

Introdução

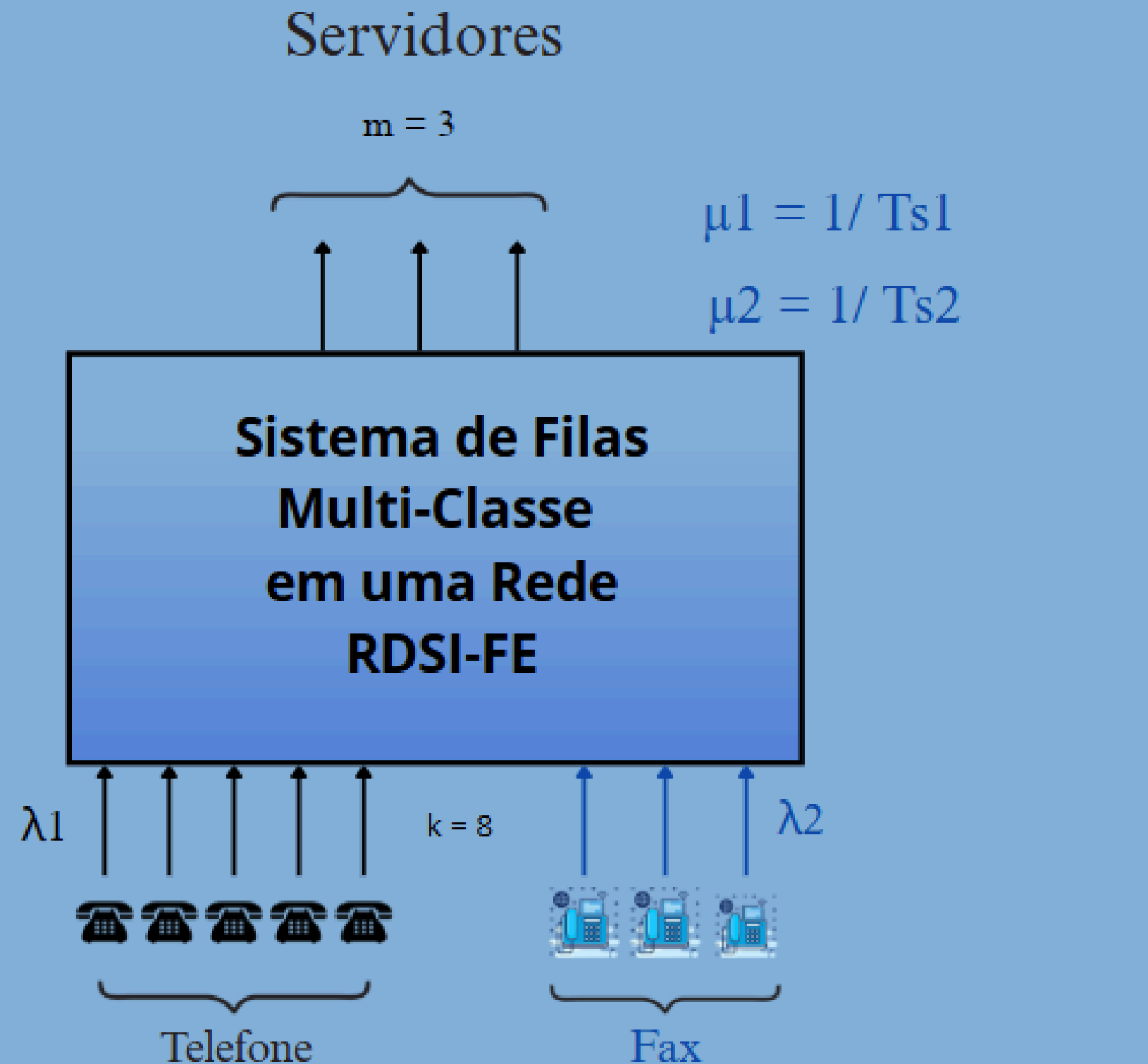
Os sistemas de filas desempenham um papel essencial na análise de desempenho em diversos setores:

- Redes de computadores,
- Bancos,
- Supermercados,
- Aeroportos,
- centros de atendimento, entre outros,

Descrição de um Sistema de Filas



Modelo do Sistema



λ_1 -Taxa média de chegada para os telefones

T_{s1} -Duração média das chamadas para os telefones

λ_2 -Taxa média de chegada para FAX

T_{s2} -Duração média das chamadas para os FAXs

Notação: $M/M/m/K/S/FCFS = M/M/3/8$

K = diferentes tipos de chamadas (ex.: $K = 2$; telefone e fax)

V_L = número de canais requeridos para a chamada do tipo L .

(ex.: $V_1 = 1$ e $V_2 = 2$)

M_L = número de terminais gerando chamada do tipo L (ex.: $M_1 = 5$ e $M_2 = 4$)

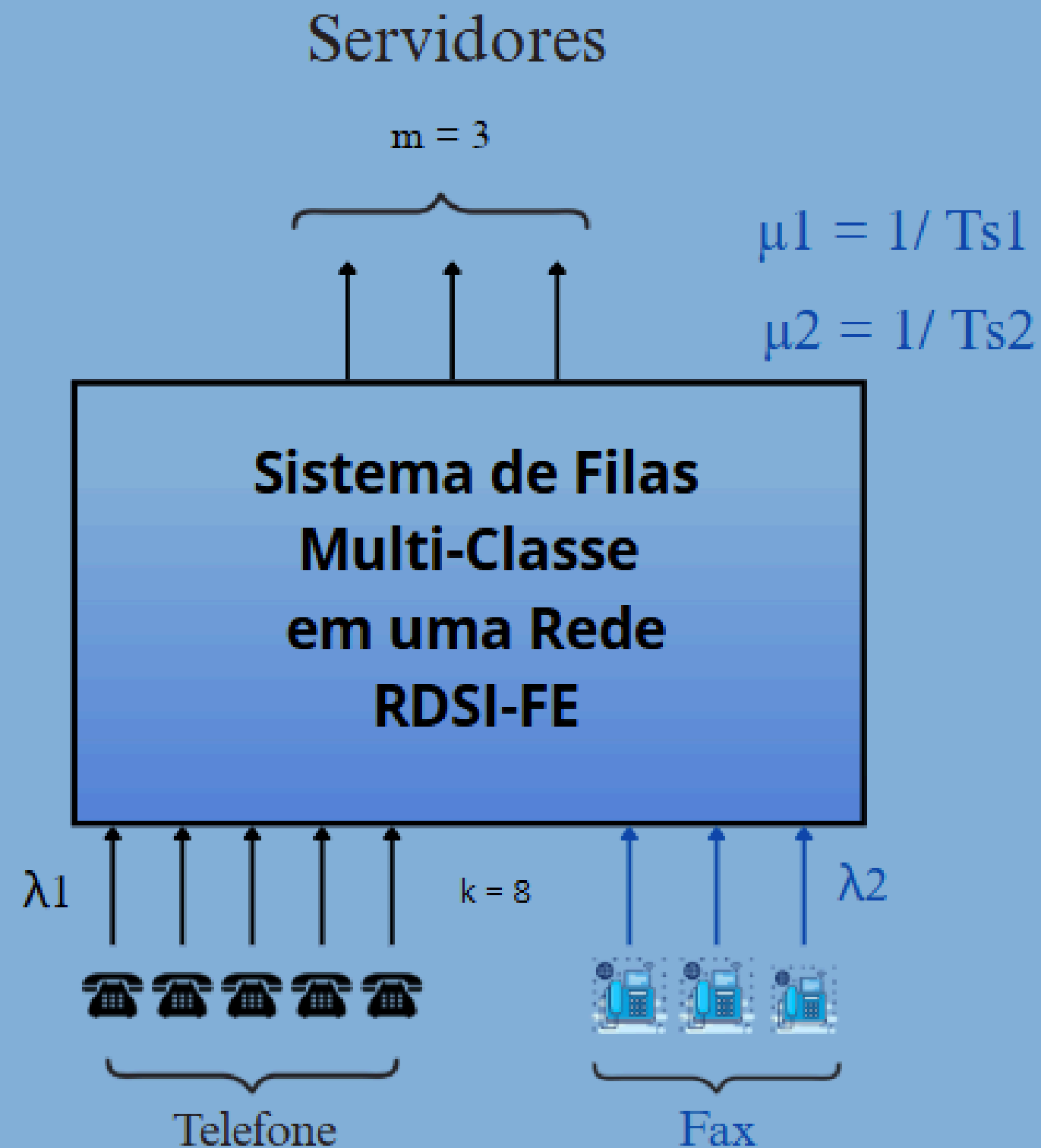
S = total de número de canais de acesso (ex.: $S = 3$)

λ_L = taxa média (Poisson) de chamadas do tipo L de cada terminal.

μ_L = taxa média de serviço de chamadas do tipo L .

$I = (i_1, i_2, \dots, i_k)$ = representação do estado

Modelo do Sistema



λ_1 -Taxa média de chegada para os telefones

Ts_1 -Duração média das chamadas para os telefones

λ_2 -Taxa média de chegada para FAX

Ts_2 -Duração média das chamadas para os FAXs

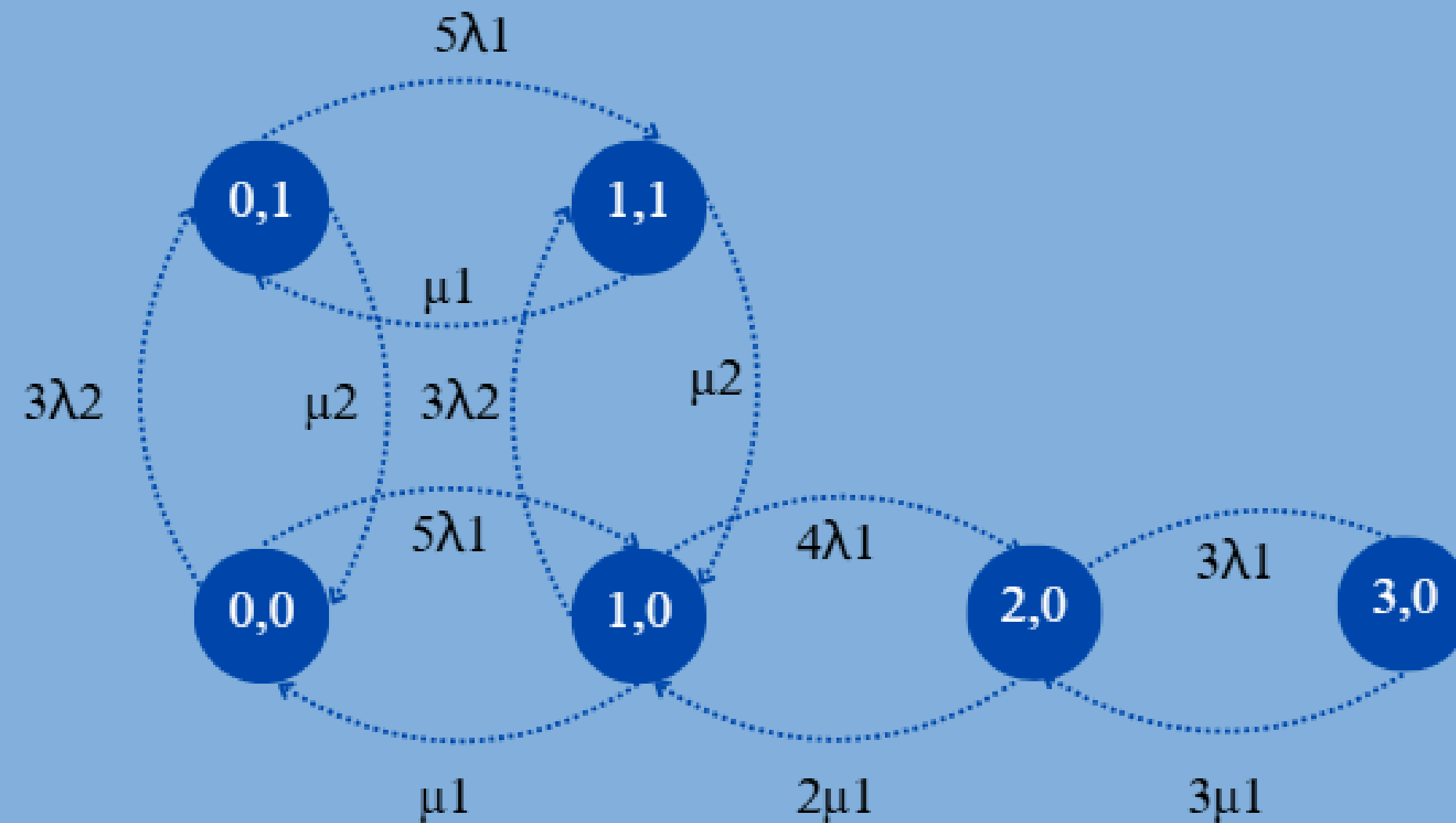
(X,Y)

X- N° de chamadas Telefônicas em andamento

Y- N° de chamadas de Fax em Andamento

Cada telefone ocupa 1 canal de C kbps.

Cada aparelho de FAX ocupa 2 canais de C kbps.



1. Estado de Ocupação Inicial (0,0):

No início, quando o sistema está vazio, nenhum canal está ocupado, ou seja:

- **Estado 0,0: Nenhum canal ocupado. O sistema está pronto para receber novas chamadas.**

2. Telefone Ocupando 1 Canal:

- **Quando um telefone chega, ele ocupa 1 canal.**
- **Portanto, se um telefone está no sistema, o estado será 1,0, significando que 1 canal está ocupado por um telefone.**

3. FAX Ocupando 2 Canais:

- **Quando um FAX chega, ele ocupa 2 canais.**
- **Se um FAX está no sistema, o estado será 0,1, significando que 2 canais estão ocupados por um único FAX.**

Como o sistema possui 3 canais no total, a ocupação pode ser uma combinação dos dois tipos de dispositivos. Os estados possíveis podem ser:

- Estado 1,1: 1 telefone ocupa 1 canal, e 1 FAX ocupa 2 canais (total de 3 canais ocupados).
- Estado 2,0: 2 telefones ocupam 2 canais (1 canal por telefone).
- Estado 3,0: 3 telefones ocupam 3 canais (1 canal por telefone).

Restrições do sistema

A capacidade total do sistema é 3 canais, portanto, é impossível ter mais de 3 canais ocupados ao mesmo tempo. Isso implica que alguns estados são impossíveis, como:

- Estado 2,1: 2 telefones (2 canais) e 1 FAX (2 canais) ocupariam 4 canais, o que excede a capacidade do sistema.
- Estado 1,2: 1 telefone (1 canal) e 2 FAX (4 canais) também excedem a capacidade do sistema.

B. Expressões Matemáticas

Para analisar as probabilidades, precisamos olhar de forma independente para cada eixo

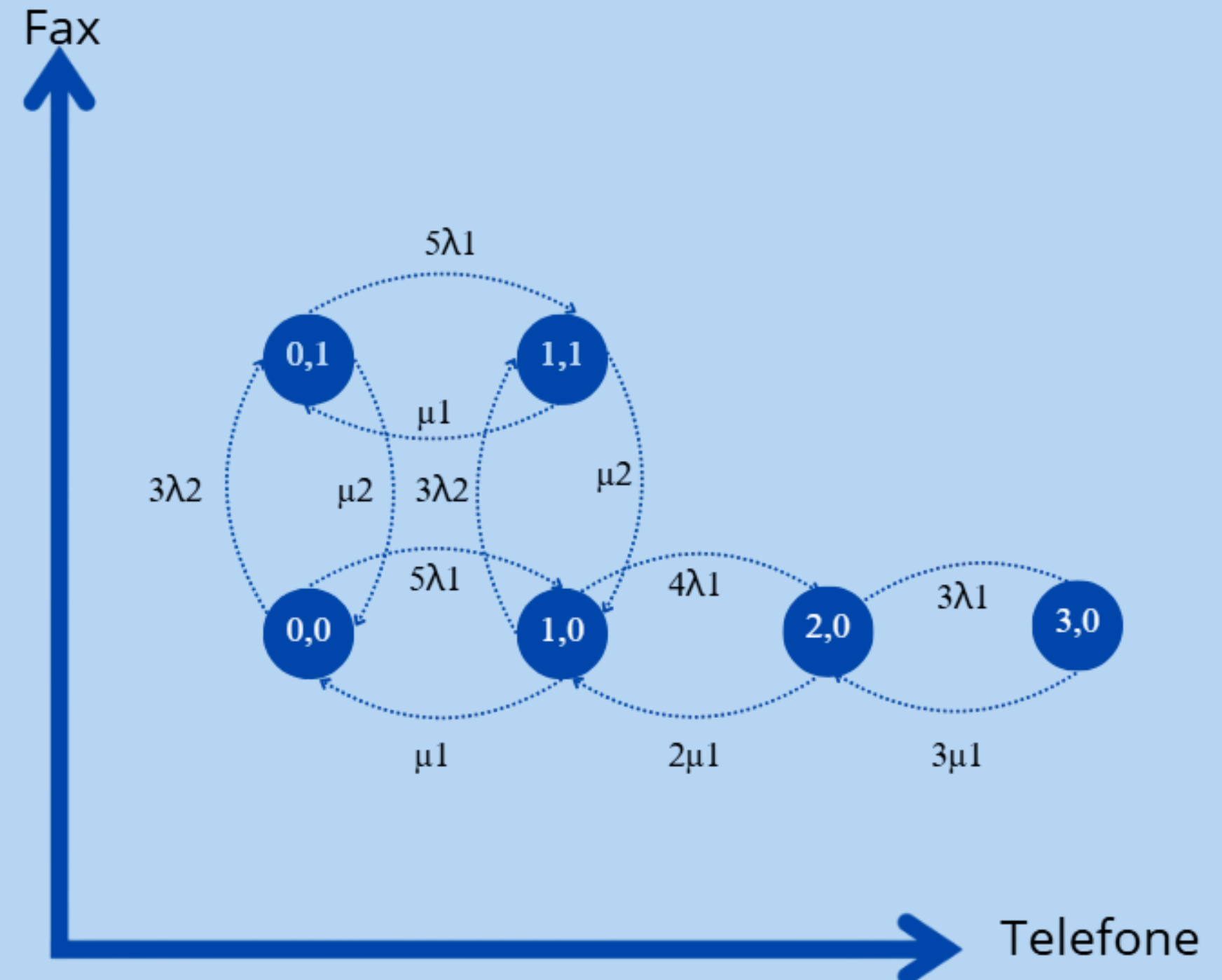
- No eixo dos Telefones

$$P_{10} = (5\lambda_1 / \mu_1) * P_{00}$$

$$P_{20} = [5 * 4 * \lambda_1^2 / 2 * 1 \mu_1^2] * P_{00}$$

$$P_{30} = [5 * 4 * 3 \lambda_1^3 / 3 * 2 * 1 \mu_1^3] * P_{00}$$

$$P_{i_1 0} = \binom{m_1}{i_1} \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1} \right)^{i_1} \text{ *Expressão generalizada}$$



B. Expressões Matemáticas

Para analisar as probabilidades, precisamos olhar de forma independente para cada eixo

- No eixo do FAX

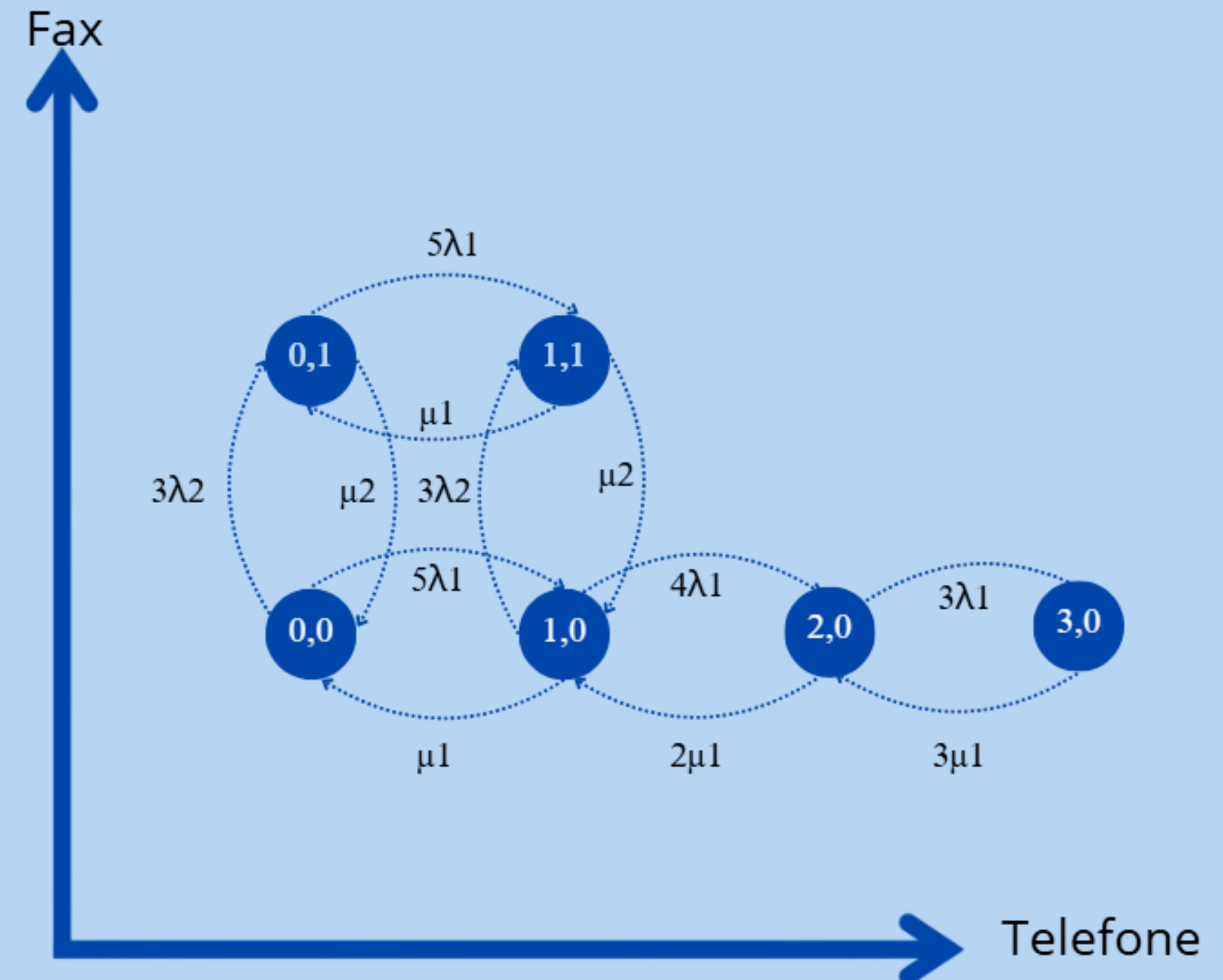
$$P_{10} = (3\lambda_2 / \mu_2) * P_{00}$$

*Expressão generalizada para K Classes

$$P_L = P_{00} \cdot \prod_{L=1}^K \binom{M_L}{i_L} \left(\frac{\lambda_L}{\mu_L} \right)^{i_L}$$

P_{00} : Probabilidade de nenhum servidor estar sendo ocupado

P_L Probabilidade do tipo L, referente a uma classe de serviço



$$\sum P_L = 1$$

C. Modelagem da Simulação

Para a análise de desempenho, foi implementado um simulador de eventos discretos em Python. O simulador gerencia uma fila de eventos futuros (chegadas e partidas) e atualiza o estado do sistema a cada evento, seguindo uma lógica análoga à dos fluxogramas de chegada e partida. A lógica de chegada verifica a disponibilidade de canais e registra um sucesso ou um bloqueio. A lógica de partida libera os canais e permite que o terminal correspondente agende uma nova tentativa de chamada no futuro.

IV. RESULTADOS NUMÉRICOS

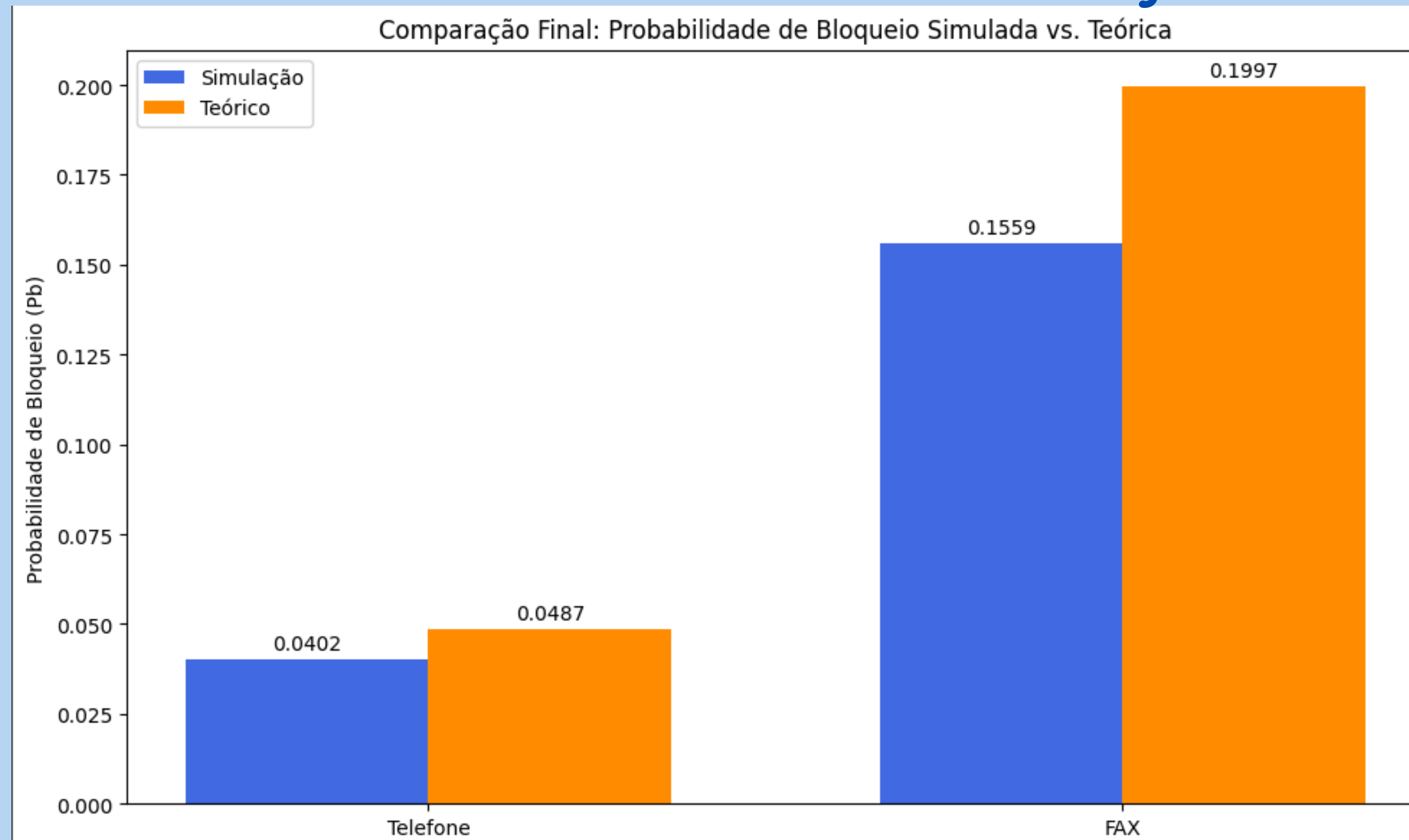
Nesta seção, apresentamos os resultados obtidos a partir da simulação do sistema para a configuração de carga base, definida com taxas de chegada agregadas de

$\lambda_1 = 4$ para telefones e $\lambda_2 = 1$ para FAX, e taxas de serviço de $\mu_1 = 10$ e $\mu_2 = 5$. As métricas de desempenho obtidas pela simulação são comparadas com os valores calculados pelo modelo teórico para validar o modelo computacional.

IV. RESULTADOS DA SIMULAÇÃO

```
Iniciando simulação para gerar o gráfico final...  
Probabilidade de Bloqueio Simulada para Telefone: 0.0397  
Probabilidade de Bloqueio Simulada para FAX: 0.1561
```


IV. RESULTADOS DA SIMULAÇÃO



Comparação entre Simulação e Teóricos:

- **Telefone:**

- Resultado Simulado: 0.0403
- Resultado Teórico: 0.0487
- Diferença: A diferença de 0.0084 (0.84%) é razoável devido à natureza estocástica da simulação. É uma pequena variação, confirmando que o desempenho para o serviço de telefone é robusto.

- **FAX:**

- Resultado Simulado: 0.1553
- Resultado Teórico: 0.1997
- Diferença: A diferença de 0.0444 (4.44%) é também esperada e reflete o comportamento típico de sistemas com maior utilização de recursos (FAX usando 2 canais por chamada).

Conclusões

- Neste trabalho, analisamos o desempenho de um sistema de fila de perda com duas classes de serviço e população finita. A simulação do sistema e a comparação com o modelo teórico forneceram insights importantes sobre o comportamento do sistema.
- Uma avaliação feita, é a confirmação de que serviços com maiores demandas de recursos (neste caso, o FAX) sofrem uma degradação de desempenho desproporcionalmente maior em ambientes de capacidade compartilhada.
- Mesmo com uma taxa de chegada quatro vezes menor que a do telefone, o FAX apresentou uma probabilidade de bloqueio quatro vezes maior.