

Informe Proyecto IV CI-5437

1. Introducción

“Conecta 4” o “Cuatro en Línea” es un juego de mesa de dos jugadores donde el objetivo es alinear cuatro discos iguales en un tablero 7x6, ya sea de manera vertical, horizontal o diagonal. Cada jugador dispone de 21 discos rojos (R) o amarillos (Y), las cuales al ser ingresadas por las columnas, descenderán hasta la posición más baja disponible.

La complejidad del juego es el número de posiciones posibles del tablero. De acuerdo a [Numberphile](#), hay en total 4.531.985.219.092 posibilidades

Conecta 4 fue resuelto en 1988 por James Dow Allen, e independientemente dos semanas después por Victor Allis. Sin embargo, para ese momento no se utilizó búsqueda exhaustiva dada la complejidad del juego y la tecnología disponible para la época. Hoy en día, ya el juego se ha resuelto con análisis de fuerza bruta

La conclusión que se tiene del juego es que, con un juego perfecto, ganará siempre el primer jugador en el movimiento número 41 o menos siempre y cuando comience en la columna del medio, si las numeramos del 0 al 6, esta sería la casilla número 3. Habrá empate cuando el primer jugador comienza en una de las columnas adyacentes a la del medio (2 o 4) y permitirá ganar al segundo jugador si comienza en cualquier otra columna (0, 1, 5, 6)

A pesar de que existen múltiples variaciones del juego, en este trabajo nos enfocaremos en el juego original y utilizaremos los algoritmos negamax y negamax con poda alfa-beta. Asimismo, estaremos realizando pruebas de AI vs Humano y AI vs AI con motivo de conocer los posibles resultados.

2. Detalles de la implementación

- a. Espacio de estados:
 - i. Estado: Para representar un estado se usó una matriz de 7x6 que se modifica de acuerdo al movimiento que realizaba un jugador.
 - ii. Estado inicial: Se definió como el estado con el tablero vacío.
 - iii. Estado terminal: Se definió como el estado en el que algún jugador ganó el juego o el estado en el que el tablero se llena.
 - iv. Conjunto de acciones y función de transición: Como se mencionó anteriormente las acciones se definieron como colocar una ficha de un color en una columna del tablero. En total hay tantas acciones como columnas tiene el juego y cada acción tiene un costo 0.
 - v. Valor del tablero: Para un tablero cualquiera se define el valor de ese tablero como la suma de la cantidad de discos consecutivos de color rojo menos la suma de la cantidad de discos de color amarillo. Por ejemplo, si en el tablero se encuentra una diagonal de longitud 3 de color rojo y dos segmentos de longitud 2 de color amarillo, el valor de ese tablero es $3 - 4 = -1$.
- b. Algoritmos y su profundidad de ejecución:

El cliente permite que el usuario escoja qué algoritmo usar y la profundidad máxima a la cual el algoritmo se ejecutará. El tiempo en el que la computadora realiza un movimiento es proporcional a la profundidad que escoja el usuario.

Con el algoritmo negamax se puede jugar de manera fluida usando una profundidad de 6~7 mientras que utilizando negamax con poda alfa y beta se puede usar profundidades 8~9.

3. Resultados Experimentales

Para realizar las pruebas, se utilizaron dos computadoras con las siguientes características:

- Computadora 1.
 - Intel i3 10ma generación.
 - 8 Gb de RAM.
 - WSL Ubuntu 22.04.2
- Computadora 2.
 - Intel i3 6ta generación.
 - 12 Gb de RAM.
 - Ubuntu 22.04.

a. AI vs AI
i. Negamax

- Depth = 5

| # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time | | # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time |
|----|------|--------|------------|--------------------|------|--------|------------|--|----|------|--------|--------------------|----|------|--------|------------|
| 0 | R | 3 | 2,53 | 18 | R | 3 | 0,79 | | 0 | R | 3 | 2,29 | 18 | R | 3 | 0,7 |
| 1 | Y | 0 | 2,56 | 19 | Y | 3 | 0,82 | | 1 | Y | 0 | 2,35 | 19 | Y | 3 | 0,68 |
| 2 | R | 0 | 2,94 | 20 | R | 4 | 0,8 | | 2 | R | 0 | 2,29 | 20 | R | 4 | 0,64 |
| 3 | Y | 1 | 3,57 | 21 | Y | 4 | 0,53 | | 3 | Y | 1 | 2,41 | 21 | Y | 4 | 0,48 |
| 4 | R | 1 | 4,12 | 22 | R | 3 | 0,82 | | 4 | R | 1 | 2,51 | 22 | R | 3 | 0,68 |
| 5 | Y | 0 | 2,7 | 23 | Y | 0 | 0,63 | | 5 | Y | 0 | 2,57 | 23 | Y | 0 | 0,55 |
| 6 | R | 1 | 2,87 | 24 | R | 2 | 0,31 | | 6 | R | 1 | 2,35 | 24 | R | 2 | 0,25 |
| 7 | Y | 0 | 3,91 | 25 | Y | 6 | 0,23 | | 7 | Y | 0 | 2,75 | 25 | Y | 6 | 0,19 |
| 8 | R | 1 | 2,51 | 26 | R | 4 | 0,19 | | 8 | R | 1 | 2,33 | 26 | R | 4 | 0,18 |
| 9 | Y | 1 | 1,97 | 27 | Y | 4 | 0,17 | | 9 | Y | 1 | 1,69 | 27 | Y | 4 | 0,17 |
| 10 | R | 1 | 2,39 | 28 | R | 4 | 0,14 | | 10 | R | 1 | 1,83 | 28 | R | 4 | 0,12 |
| 11 | Y | 2 | 1,34 | 29 | Y | 5 | 0,07 | | 11 | Y | 2 | 0,99 | 29 | Y | 5 | 0,04 |
| 12 | R | 4 | 1 | 30 | R | 5 | 0,06 | | 12 | R | 4 | 0,91 | 30 | R | 5 | 0,03 |
| 13 | Y | 3 | 0,92 | 31 | Y | 5 | 0,05 | | 13 | Y | 3 | 0,88 | 31 | Y | 5 | 0,03 |
| 14 | R | 0 | 1,17 | 32 | R | 5 | 0,04 | | 14 | R | 0 | 0,89 | 32 | R | 5 | 0,03 |
| 15 | Y | 2 | 1,09 | 33 | Y | 2 | 0,02 | | 15 | Y | 2 | 0,77 | 33 | Y | 2 | 0,02 |
| 16 | R | 2 | 0,98 | 34 | R | 3 | 0,01 | | 16 | R | 2 | 0,8 | 34 | R | 3 | 0,01 |
| 17 | Y | 2 | 0,92 | 35 | Y | 5 | 0 | | 17 | Y | 2 | 0,75 | 35 | Y | 5 | 0 |
| | | | | Avg exec Time Y | | 1,19 | | | | | | Avg exec Time Y | | 0,96 | | |
| | | | | Avg exec Time X | | 1,315 | | | | | | Avg exec Time X | | 1,05 | | |
| | | | | Winner | | Y | | | | | | Winner | | Y | | |

| # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time | Avg exec Time Y | | 1,02 |
|---|------|--------|------------|----|------|--------|------------|-----------------|--|------|
| 0 | R | 3 | 2,19 | 18 | R | 3 | 0,69 | Avg exec Time X | | 1,13 |
| 1 | Y | 0 | 2,24 | 19 | Y | 3 | 0,67 | | | |
| 2 | R | 0 | 2,67 | 20 | R | 4 | 0,65 | | | |
| 3 | Y | 1 | 2,28 | 21 | Y | 4 | 0,45 | | | |
| 4 | R | 1 | 2,14 | 22 | R | 3 | 0,66 | | | |
| 5 | Y | 0 | 2,16 | 23 | Y | 0 | 0,53 | | | |
| 6 | R | 1 | 2,15 | 24 | R | 2 | 0,26 | | | |
| 7 | Y | 0 | 2,41 | 25 | Y | 6 | 0,19 | | | |
| 8 | R | 1 | 2,32 | 26 | R | 4 | 0,18 | | | |
| 9 | Y | 1 | 1,67 | 27 | Y | 4 | 0,17 | | | |

| | | | | | | | |
|-----------------|---|---|------|----|---|---|------|
| 10 | R | 1 | 1,73 | 28 | R | 4 | 0,11 |
| 11 | Y | 2 | 0,92 | 29 | Y | 5 | 0,04 |
| 12 | R | 4 | 0,9 | 30 | R | 5 | 0,04 |
| 13 | Y | 3 | 0,83 | 31 | Y | 5 | 0,03 |
| 14 | R | 0 | 0,92 | 32 | R | 5 | 0,03 |
| 15 | Y | 2 | 0,83 | 33 | Y | 2 | 0,02 |
| 16 | R | 2 | 0,74 | 34 | R | 3 | 0,02 |
| 17 | Y | 2 | 0,8 | 35 | Y | 5 | 0 |
| Avg exec Time Y | | | | | | | 0,90 |
| Avg exec Time X | | | | | | | 1,02 |
| Winner | | | | | | | Y |

● Depth = 6

| # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time |
|-----------------|------|--------|------------|----|------|--------|------------|
| 0 | R | 0 | 17,64 | 19 | Y | 3 | 0,68 |
| 1 | Y | 1 | 15,46 | 20 | R | 3 | 0,88 |
| 2 | R | 0 | 16,31 | 21 | Y | 3 | 1,11 |
| 3 | Y | 0 | 16,12 | 22 | R | 3 | 1,1 |
| 4 | R | 0 | 16,23 | 23 | Y | 3 | 0,68 |
| 5 | Y | 2 | 14,92 | 24 | R | 4 | 0,25 |
| 6 | R | 1 | 15,48 | 25 | Y | 5 | 0,16 |
| 7 | Y | 1 | 13,92 | 26 | R | 5 | 0,18 |
| 8 | R | 2 | 14,41 | 27 | Y | 5 | 0,16 |
| 9 | Y | 1 | 13,54 | 28 | R | 5 | 0,2 |
| 10 | R | 0 | 22,2 | 29 | Y | 5 | 0,14 |
| 11 | Y | 2 | 17,62 | 30 | R | 5 | 0,08 |
| 12 | R | 4 | 15,93 | 31 | Y | 6 | 0,03 |
| 13 | Y | 1 | 17,45 | 32 | R | 6 | 0,03 |
| 14 | R | 0 | 9,24 | 33 | Y | 6 | 0,03 |
| 15 | Y | 2,00 | 4,33 | 34 | R | 6 | 0,02 |
| 16 | R | 2,00 | 3,77 | 35 | Y | 6 | 0,01 |
| 17 | Y | 2 | 2,8 | 36 | R | 6 | 0 |
| 18 | R | 3 | 1,14 | 37 | Y | 1 | 0 |
| Avg exec Time Y | | | | | | | 6,27 |
| Avg exec Time X | | | | | | | 7,11 |
| Winner | | | | | | | Y |

| # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time |
|-----------------|------|--------|------------|----|------|--------|------------|
| 0 | R | 0 | 15,35 | 19 | Y | 3 | 0,66 |
| 1 | Y | 1 | 15,12 | 20 | R | 3 | 0,79 |
| 2 | R | 0 | 15,81 | 21 | Y | 3 | 1,03 |
| 3 | Y | 0 | 18,6 | 22 | R | 3 | 0,96 |
| 4 | R | 0 | 21,69 | 23 | Y | 3 | 0,66 |
| 5 | Y | 2 | 20,1 | 24 | R | 4 | 0,26 |
| 6 | R | 1 | 26,29 | 25 | Y | 5 | 0,15 |
| 7 | Y | 1 | 23,37 | 26 | R | 5 | 0,17 |
| 8 | R | 2 | 18,79 | 27 | Y | 5 | 0,21 |
| 9 | Y | 1 | 17,71 | 28 | R | 5 | 0,15 |
| 10 | R | 0 | 14,45 | 29 | Y | 5 | 0,11 |
| 11 | Y | 2 | 11,33 | 30 | R | 5 | 0,07 |
| 12 | R | 4 | 11,37 | 31 | Y | 6 | 0,02 |
| 13 | Y | 1 | 12,98 | 32 | R | 6 | 0,02 |
| 14 | R | 0 | 10,84 | 33 | Y | 6 | 0,02 |
| 15 | Y | 2 | 4,61 | 34 | R | 6 | 0,01 |
| 16 | R | 2 | 3,41 | 35 | Y | 6 | 0,01 |
| 17 | Y | 2 | 3,16 | 36 | R | 6 | 0 |
| 18 | R | 3 | 1,05 | 37 | Y | 1 | 0 |
| Avg exec Time Y | | | | | | | 6,83 |
| Avg exec Time X | | | | | | | 7,45 |
| Winner | | | | | | | Y |

| # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time |
|---|------|--------|------------|----|------|--------|------------|
| 0 | R | 0 | 17,54 | 19 | Y | 3 | 0,64 |
| 1 | Y | 1 | 16,96 | 20 | R | 3 | 0,76 |
| 2 | R | 0 | 25,08 | 21 | Y | 3 | 1,18 |
| 3 | Y | 0 | 23,78 | 22 | R | 3 | 1,06 |
| 4 | R | 0 | 21,66 | 23 | Y | 3 | 0,61 |
| 5 | Y | 2 | 19,86 | 24 | R | 4 | 0,36 |

| | |
|-----------------|------|
| Avg exec Time Y | 6,66 |
| Avg exec Time X | 7,57 |

| | | | | | | | |
|----|---|---|-------|-----------------|---|------|------|
| 6 | R | 1 | 19,38 | 25 | Y | 5 | 0,22 |
| 7 | Y | 1 | 17,13 | 26 | R | 5 | 0,27 |
| 8 | R | 2 | 22,23 | 27 | Y | 5 | 0,16 |
| 9 | Y | 1 | 20,6 | 28 | R | 5 | 0,16 |
| 10 | R | 0 | 15,11 | 29 | Y | 5 | 0,15 |
| 11 | Y | 2 | 11 | 30 | R | 5 | 0,07 |
| 12 | R | 4 | 14,83 | 31 | Y | 6 | 0,02 |
| 13 | Y | 1 | 11,62 | 32 | R | 6 | 0,02 |
| 14 | R | 0 | 12,02 | 33 | Y | 6 | 0,02 |
| 15 | Y | 2 | 3,9 | 34 | R | 6 | 0,01 |
| 16 | R | 2 | 3,32 | 35 | Y | 6 | 0,01 |
| 17 | Y | 2 | 2,52 | 36 | R | 6 | 0 |
| 18 | R | 3 | 1,16 | 37 | Y | 1 | 0 |
| | | | | Avg exec Time Y | | 6,86 | |
| | | | | Avg exec Time X | | 8,16 | |
| | | | | Winner | | Y | |

● Depth = 7

| # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time |
|----|------|--------|------------|-----------------|------|--------|------------|----|------|--------|------------|-----------------|------|--------|------------|
| 0 | R | 3 | 116,05 | 17 | Y | 3 | 64,78 | 0 | R | 3 | 109,12 | 17 | Y | 3 | 66,39 |
| 1 | Y | 0 | 109,22 | 18 | R | 5 | 35,85 | 1 | Y | 0 | 103,15 | 18 | R | 5 | 30,46 |
| 2 | R | 0 | 113,67 | 19 | Y | 4 | 32,74 | 2 | R | 0 | 117,34 | 19 | Y | 4 | 30,9 |
| 3 | Y | 1 | 112,33 | 20 | R | 4 | 28,4 | 3 | Y | 1 | 114,86 | 20 | R | 4 | 28,54 |
| 4 | R | 2 | 110,74 | 21 | Y | 4 | 24,46 | 4 | R | 2 | 111,57 | 21 | Y | 4 | 27,79 |
| 5 | Y | 0 | 105,74 | 22 | R | 4 | 17,37 | 5 | Y | 0 | 106,16 | 22 | R | 4 | 19,74 |
| 6 | R | 2 | 111,49 | 23 | Y | 2 | 6,75 | 6 | R | 2 | 95,73 | 23 | Y | 2 | 6,64 |
| 7 | Y | 5 | 92,68 | 24 | R | 2 | 6,95 | 7 | Y | 5 | 88,27 | 24 | R | 2 | 6,27 |
| 8 | R | 4 | 98,8 | 25 | Y | 5 | 5,18 | 8 | R | 4 | 92,25 | 25 | Y | 5 | 5,07 |
| 9 | Y | 4 | 102,17 | 26 | R | 1 | 4,55 | 9 | Y | 4 | 100,92 | 26 | R | 1 | 4,44 |
| 10 | R | 1 | 102,28 | 27 | Y | 0 | 4,16 | 10 | R | 1 | 104,51 | 27 | Y | 0 | 3,95 |
| 11 | Y | 3 | 68,87 | 28 | R | 2 | 2,35 | 11 | Y | 3 | 63,67 | 28 | R | 2 | 2,29 |
| 12 | R | 0 | 97,23 | 29 | Y | 2 | 1,31 | 12 | R | 0 | 95,73 | 29 | Y | 2 | 1,28 |
| 13 | Y | 1 | 65,79 | 30 | R | 6 | 0,33 | 13 | Y | 1 | 58,79 | 30 | R | 6 | 0,32 |
| 14 | R | 3 | 85,53 | 31 | Y | 5 | 0,3 | 14 | R | 3 | 89,17 | 31 | Y | 5 | 0,3 |
| 15 | Y | 3 | 95,85 | 32 | R | 5 | 0,08 | 15 | Y | 3 | 102,9 | 32 | R | 5 | 0,08 |
| 16 | R | 3 | 87,55 | Avg exec Time Y | | 55,77 | | 16 | R | 3 | 104,42 | Avg exec Time Y | | 55,07 | |
| | | | | Avg exec Time X | | 59,95 | | | | | | Avg exec Time X | | 59,53 | |
| | | | | Winner | | R | | | | | | Winner | | R | |

| # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time | Avg exec Time Y | | 82,04 |
|---|------|--------|------------|----|------|--------|------------|-----------------|--|-------|
| 0 | R | 3 | 282,01 | 17 | Y | 3 | 152,87 | Avg exec Time X | | 88,97 |
| 1 | Y | 0 | 300,3 | 18 | R | 5 | 72,55 | | | |
| 2 | R | 0 | 314,99 | 19 | Y | 4 | 68,5 | | | |
| 3 | Y | 1 | 315,81 | 20 | R | 4 | 65,22 | | | |
| 4 | R | 2 | 280,78 | 21 | Y | 4 | 59,76 | | | |

| | | | | | | | |
|----|---|---|--------|-----------------|---|---|--------|
| 5 | Y | 0 | 242,48 | 22 | R | 4 | 50,35 |
| 6 | R | 2 | 264,06 | 23 | Y | 2 | 16,45 |
| 7 | Y | 5 | 221,72 | 24 | R | 2 | 15,9 |
| 8 | R | 4 | 269,25 | 25 | Y | 5 | 12,49 |
| 9 | Y | 4 | 242,89 | 26 | R | 1 | 11,4 |
| 10 | R | 1 | 241,52 | 27 | Y | 0 | 10,08 |
| 11 | Y | 3 | 154,75 | 28 | R | 2 | 5,76 |
| 12 | R | 0 | 221,53 | 29 | Y | 2 | 3,24 |
| 13 | Y | 1 | 145,61 | 30 | R | 6 | 0,84 |
| 14 | R | 3 | 205,32 | 31 | Y | 5 | 0,77 |
| 15 | Y | 3 | 216,59 | 32 | R | 5 | 0,2 |
| 16 | R | 3 | 204,58 | Avg exec Time Y | | | 135,27 |
| | | | | Avg exec Time X | | | 147,43 |
| | | | | Winner | | | R |

ii. Negamax con poda Alfa-Beta

- Depth = 6

| # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time |
|----|------|--------|------------|-----------------|------|--------|------------|----|------|--------|------------|-----------------|------|--------|------------|
| 0 | R | 0 | 2,21 | 12 | R | 1 | 2,22 | 0 | R | 0 | 1,01 | 12 | R | 1 | 1,98 |
| 1 | Y | 1 | 2,73 | 13 | Y | 2 | 0,09 | 1 | Y | 1 | 1,57 | 13 | Y | 2 | 0,09 |
| 2 | R | 3 | 4,29 | 14 | R | 1 | 2,59 | 2 | R | 3 | 2,64 | 14 | R | 1 | 2 |
| 3 | Y | 0 | 9,77 | 15 | Y | 1 | 0,04 | 3 | Y | 0 | 7,45 | 15 | Y | 1 | 0,04 |
| 4 | R | 0 | 1,07 | 16 | R | 1 | 1,91 | 4 | R | 0 | 0,96 | 16 | R | 1 | 1,47 |
| 5 | Y | 6 | 6,12 | 17 | Y | 5 | 0,98 | 5 | Y | 6 | 5,23 | 17 | Y | 5 | 0,72 |
| 6 | R | 3 | 5,48 | 18 | R | 4 | 0,8 | 6 | R | 3 | 3,91 | 18 | R | 4 | 0,82 |
| 7 | Y | 2 | 4,97 | 19 | Y | 4 | 0,8 | 7 | Y | 2 | 3,71 | 19 | Y | 4 | 0,73 |
| 8 | R | 0 | 1,8 | 20 | R | 0 | 0,82 | 8 | R | 0 | 1,58 | 20 | R | 0 | 0,56 |
| 9 | Y | 4 | 3,6 | 21 | Y | 0 | 0,04 | 9 | Y | 4 | 2,94 | 21 | Y | 0 | 0,02 |
| 10 | R | 1 | 3,23 | 22 | R | 2 | 0,02 | 10 | R | 1 | 3,3 | 22 | R | 2 | 0,01 |
| 11 | Y | 4 | 1,98 | Avg exec Time Y | | | 2,83 | 11 | Y | 4 | 1,91 | Avg exec Time Y | | | 2,28 |
| | | | | Avg exec Time X | | | 1,951 | | | | | Avg exec Time X | | | 1,534 |
| | | | | Winner | | | R | | | | | Winner | | | R |

| # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time | Avg exec Time Y | | 2,54 |
|----|------|--------|------------|----|------|--------|------------|-----------------|--|------|
| 0 | R | 0 | 1,12 | 12 | R | 1 | 1,92 | Avg exec Time X | | 1,71 |
| 1 | Y | 1 | 1,66 | 13 | Y | 2 | 0,08 | | | |
| 2 | R | 3 | 2,91 | 14 | R | 1 | 2,34 | | | |
| 3 | Y | 0 | 8,47 | 15 | Y | 1 | 0,05 | | | |
| 4 | R | 0 | 1,1 | 16 | R | 1 | 1,63 | | | |
| 5 | Y | 6 | 6,18 | 17 | Y | 5 | 0,8 | | | |
| 6 | R | 3 | 4,54 | 18 | R | 4 | 0,93 | | | |
| 7 | Y | 2 | 4,08 | 19 | Y | 4 | 0,72 | | | |
| 8 | R | 0 | 1,62 | 20 | R | 0 | 0,54 | | | |
| 9 | Y | 4 | 2,9 | 21 | Y | 0 | 0,02 | | | |
| 10 | R | 1 | 3,09 | 22 | R | 2 | 0,01 | | | |

| | | | | | | |
|----|---|---|------|-----------------|-------|--|
| 11 | Y | 4 | 1,79 | Avg exec Time Y | 2,50 | |
| | | | | Avg exec Time X | 1,645 | |
| | | | | Winner | R | |

• Depth = 7

| # | Disc | Column | Exec. Time | | # | Disc | Column | Exec. Time | | # | Disc | Column | Exec. Time |
|-----------------|------|--------|------------|--|-----------------|------|--------|------------|--|-----------------|------|--------|------------|
| 0 | R | 4 | 15,52 | | 0 | R | 4 | 17,72 | | 0 | R | 4 | 15,47 |
| 1 | Y | 0 | 3,49 | | 1 | Y | 0 | 3,63 | | 1 | Y | 0 | 3,38 |
| 2 | R | 3 | 3,81 | | 2 | R | 3 | 4,45 | | 2 | R | 3 | 3,21 |
| 3 | Y | 0 | 2,37 | | 3 | Y | 0 | 2,51 | | 3 | Y | 0 | 1,88 |
| 4 | R | 2 | 2,96 | | 4 | R | 2 | 2,96 | | 4 | R | 2 | 2,58 |
| 5 | Y | 1 | 0,22 | | 5 | Y | 1 | 0,25 | | 5 | Y | 1 | 0,21 |
| 6 | R | 5 | 5,5 | | 6 | R | 5 | 5,78 | | 6 | R | 5 | 4,74 |
| Avg exec Time Y | | | 6,95 | | Avg exec Time Y | | | 7,73 | | Avg exec Time Y | | | 6,50 |
| Avg exec Time X | | | 1,52 | | Avg exec Time X | | | 1,60 | | Avg exec Time X | | | 1,37 |
| Winner | | | R | | Winner | | | R | | Winner | | | R |

| | |
|-----------------|------|
| Avg exec Time Y | 7,06 |
| Avg exec Time X | 1,50 |

• Depth = 9

| # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time |
|----|------|--------|------------|-----------------|------|--------|------------|----|------|--------|------------|-----------------|------|--------|------------|
| 0 | R | 2 | 125,15 | 12 | R | 1 | 108,98 | 0 | R | 2 | 123,46 | 12 | R | 1 | 113,79 |
| 1 | Y | 2 | 41,93 | 13 | Y | 1 | 171,25 | 1 | Y | 2 | 41,29 | 13 | Y | 1 | 204,74 |
| 2 | R | 0 | 56,64 | 14 | R | 1 | 180,23 | 2 | R | 0 | 52,57 | 14 | R | 1 | 215,24 |
| 3 | Y | 2 | 129,45 | 15 | Y | 3 | 90,48 | 3 | Y | 2 | 126,15 | 15 | Y | 3 | 95,36 |
| 4 | R | 3 | 112,95 | 16 | R | 1 | 8,7 | 4 | R | 3 | 200,53 | 16 | R | 1 | 9,12 |
| 5 | Y | 1 | 3,92 | 17 | Y | 2 | 2,03 | 5 | Y | 1 | 5,58 | 17 | Y | 2 | 2,12 |
| 6 | R | 0 | 296,41 | 18 | R | 3 | 0,41 | 6 | R | 0 | 334,42 | 18 | R | 3 | 0,43 |
| 7 | Y | 1 | 182,32 | 19 | Y | 3 | 0,19 | 7 | Y | 1 | 217,43 | 19 | Y | 3 | 0,2 |
| 8 | R | 2 | 173,57 | 20 | R | 3 | 0,02 | 8 | R | 2 | 190,02 | 20 | R | 3 | 0,03 |
| 9 | Y | 0 | 127 | Avg exec Time Y | | | 83,22 | 9 | Y | 0 | 142,45 | Avg exec Time Y | | | 92,10 |
| 10 | R | 2 | 212,52 | Avg exec Time X | | | 116,66 | 10 | R | 2 | 262,04 | Avg exec Time X | | | 138,786 |
| 11 | Y | 0 | 83,61 | Winner | | | R | 11 | Y | 0 | 85,67 | Winner | | | R |

| # | Disc | Column | Exec. Time | # | Disc | Column | Exec. Time | Avg exec Time Y | | 89,22 |
|---|------|--------|------------|----|------|--------|------------|-----------------|--|--------|
| 0 | R | 2 | 143,72 | 12 | R | 1 | 109,68 | Avg exec Time X | | 151,66 |
| 1 | Y | 2 | 43,58 | 13 | Y | 1 | 185,85 | | | |
| 2 | R | 0 | 53,26 | 14 | R | 1 | 204,81 | | | |
| 3 | Y | 2 | 133,06 | 15 | Y | 3 | 99,55 | | | |
| 4 | R | 3 | 121,3 | 16 | R | 1 | 10,1 | | | |
| 5 | Y | 1 | 4,22 | 17 | Y | 2 | 2,54 | | | |
| 6 | R | 0 | 1043,46 | 18 | R | 3 | 0,47 | | | |
| 7 | Y | 1 | 222,51 | 19 | Y | 3 | 0,21 | | | |

| | | | | | | | | |
|----|---|---|--------|-----------------|---|---|---------|--|
| 8 | R | 2 | 183,52 | 20 | R | 3 | 0,02 | |
| 9 | Y | 0 | 141,78 | Avg exec Time Y | | | 92,34 | |
| 10 | R | 2 | 234,71 | Avg exec Time X | | | 199,537 | |
| 11 | Y | 0 | 90,1 | Winner | | | R | |

Como podemos observar, los tiempos de ejecución de Negamax son de casi tres veces los de Negamax con poda Alfa-Beta, esto tomando en cuenta las profundidades 6 y 7 que son las que comparten ambos algoritmos en estas corridas.

A profundidad 5 y 7 del algoritmo Negamax sin poda fue que se pudo observar un comienzo del juego con el movimiento óptimo (primera ficha en la columna 3) por parte del disco rojo. No obstante, entre ambos, sólo a profundidad 7 de Negamax gana el disco rojo.

En total, hubo más ganancias por parte de R (4) que de Y (2), presentando estas victorias de Y únicamente con Negamax sin poda.

b. AI vs Humano

Para las pruebas contra un humano, se realizaron tres jugadas para cada algoritmo en cada una de las profundidades. El objetivo de cada una de las jugadas fue el siguiente:

- Dos primeras jugadas: Ganar el juego frustrando los movimientos hechos por el AI (recordemos que éste siempre dará el movimiento inicial del juego).
- Tercera jugada: Hacer un juego siguiendo los valores de cada posición indicados en [connect4.gamesolver](https://connect4.gamesolver.com/), creado por Pascal Pons, el cual utiliza poda Alfa-Beta para realizar movimientos óptimos.

i. Negamax

Depth = 5:

1. **Primer juego:** Ganó Y (26 movimientos)
2. **Segundo juego:** Ganó Y (35 movimientos)
3. **Tercer juego:** Ganó Y (24 movimientos)

Depth = 6

1. **Primer juego:** Ganó R (15 movimientos)
2. **Segundo juego:** Ganó Y (18 movimientos)
3. **Tercer juego:** Ganó Y (16 movimientos)

Depth = 7:

1. **Primer juego:** Ganó R (19 movimientos)
2. **Segundo juego:** Ganó R (18 movimientos)
3. **Tercer juego:** Ganó Y (21 movimientos)

ii. Negamax con poda Alfa-Beta

Depth = 6:

4. **Primer juego:** Ganó Y (26 movimientos)
5. **Segundo juego:** Ganó Y (10 movimientos)
6. **Tercer juego:** Ganó Y (13 movimientos)

Depth = 7

4. **Primer juego:** Ganó Y (28 movimientos)
5. **Segundo juego:** Ganó R (15 movimientos)
6. **Tercer juego:** Ganó Y (18 movimientos)

En total, la computadora ganó 3 juegos mientras que el humano ganó el resto (11). En general, la computadora no ganó ninguno de los juegos donde el usuario utilizó los mejores movimientos existentes para el disco Y.

4. Conclusiones

Con los resultados experimentales se vió que, como era de esperarse, negamax con poda de duplicados hace que los tiempos de ejecución sean menores con respecto a negamax sin poda, esto también hace posible que se pueda ejecutar en menor tiempo el algoritmo con una mayor profundidad, mejorando los resultados del juego.

A pesar de no obtener en ningún momento una jugada óptima por parte de la computadora, se demostró que al poder buscar a mayor profundidad en el árbol de búsqueda, se llegan a mejores resultados.

5. Recomendaciones.

Para próximas versiones de este proyecto se recomienda utilizar técnicas que permitan la exploración de nodos profundidades mayores haciendo uso de tablas de transposiciones. Se recomienda el uso de lenguajes de programación que permitan manejar la memoria más eficientemente como C y C++. Por último, se recomienda cambiar la evaluación de juego para mejorar o comparar el desempeño de los movimientos de la computadora.