

Busca em Memória Principal

Estrutura de Dados e Algoritmos – Ciência da Computação



Prof. Daniel Saad Nogueira
Nunes

IFB – Instituto Federal de Brasília,
Campus Taguatinga



Sumário

- 1 Introdução
- 2 Busca Binária
- 3 Análise



Sumário

1 Introdução



Introdução

- Dada uma sequência de entrada, como buscar um determinado elemento?
- Podemos utilizar um laço de repetição.



Busca Sequencial

```
1  int busca_sequencial(int *v, size_t n, int key) {  
2      int i;  
3      for (i = 0; i < n; i++) {  
4          if (v[i] == key) {  
5              return i;  
6          }  
7      }  
8      return -1;  
9  }
```



Busca Sequencial

- O algoritmo de busca sequencial funciona.
- No pior caso ele tem que varrer o vetor inteiro.
- Tempo $\Theta(n)$.
- Temos como fazer melhor?



Busca Sequencial Otimizada

- Se a entrada já estiver **ordenada**, podemos melhorar a busca sequencial.
- Assim que encontramos um elemento que é maior do que a chave, sabemos que ela não estará na sequência, pois a entrada está ordenada.



Busca Sequencial

```
1  /** Pré-requisitos, v está ordenado **/
2  int busca_sequencial_otimizada(int *v, size_t n, int key) {
3      int i;
4      for (i = 0; i < n; i++) {
5          if (key < v[i]) {
6              break;
7          } else if (v[i] == key) {
8              return i;
9          }
10     }
11     return -1;
12 }
```




Busca Sequencial Otimizada

- Conseguimos salvar algum tempo caso detectemos que a chave é menor do que algum elemento durante a varredura na busca sequencial otimizada.
- Contudo, no pior caso, ainda temos que varrer o vetor inteiro.
- Como tirar mais vantagem do fato da entrada estar ordenada?



Busca Sequencial Otimizada

- Conseguimos salvar algum tempo caso detectemos que a chave é menor do que algum elemento durante a varredura na busca sequencial otimizada.
- Contudo, no pior caso, ainda temos que varrer o vetor inteiro.
- Como tirar mais vantagem do fato da entrada estar ordenada?
- **Busca Binária!**



Sumário

2 Busca Binária



Busca Binária

- Levando em consideração que o vetor está ordenado, podemos efetuar a busca binária.
- Ela funciona da seguinte forma. Suponha que a sequência $V[0, n - 1]$.
- Inicialmente calcula-se o ponto médio da sequência: $m \leftarrow \lfloor \frac{n}{2} \rfloor$.
- Se a chave corresponde à $V[m]$, então encontramos a chave no ponto médio.



Busca Binária

- Se a chave não é igual ao elemento $V[m]$, temos duas opções.
 - ① A chave é menor do que $V[m]$.
 - ② A chave é maior do que $V[m]$.
- No primeiro caso, sabemos que se a chave se encontra em V , ela deve estar no intervalo $V[0, m - 1]$.
- No segundo, concluímos que se a chave está em V , ela se encontra em $V[m + 1, n - 1]$.
- Isso é permitido pois sabemos que o vetor está ordenado. Logo, sabemos que todos os elementos à esquerda de $V[m]$ são menores ou iguais à $V[m]$. Simetricamente, todos os elementos à direita de $V[m]$ são maiores ou iguais a $V[m]$.



Busca Binária

- Caso a chave não corresponda ao elemento $V[m]$, continuamos a busca no subvetor à esquerda de $V[m]$ ou à direita de $V[m]$ utilizando a mesma estratégia!
- Descartamos metade dos elementos com uma única comparação!



Busca Binária

Exemplo

chave = 4

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 13 | 14 |



Busca Binária

Exemplo

$$chave = 4$$

| | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|-----|---|----|----|-----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 13 | 14 |
| ↑ | | | | ↑ | | | | ↑ |
| l | | | | m | | | | r |

$$chave < V[m]$$



Busca Binária

Exemplo

$$chave = 4$$

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|------------|------------|---|------------|---|---|----|----|----|
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 13 | 14 |
| \uparrow | \uparrow | | \uparrow | | | | | |
| l | m | | r | | | | | |

$$chave > V[m]$$



Busca Binária

Exemplo

$chave = 4$

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 13 | 14 |

\uparrow
 l
 m

\uparrow
 r

$chave == V[m]$



Busca Binária

Exemplo

chave = 11

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 13 | 14 |



Busca Binária

Exemplo

$chave = 11$

| | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|-----|---|----|----|-----|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 13 | 14 |
| ↑ | | | | ↑ | | | | ↑ |
| l | | | | m | | | | r |

$chave > V[m]$



Busca Binária

Exemplo

$chave = 11$

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 13 | 14 |

l m r

$chave > V[m]$



Busca Binária

Exemplo

$chave = 11$

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 13 | 14 |

$chave < V[m]$

l r
 m



Busca Binária

Exemplo

chave = 11

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 8 | 10 | 13 | 14 |

r l

Chave não encontrada!



Busca Binária

```
1  int busca_binaria(int *v, size_t n, int key) {
2      int l = 0;
3      int r = n - 1;
4      while (l <= r) {
5          int mid = l + (r - l) / 2;
6          if (key == v[mid]) {
7              return mid; /**Retorna a posição da chave**/
8          } else if (chave < v[mid]) {
9              r = mid - 1;
10         } else {
11             l = mid + 1;
12         }
13     }
14     return -1; /**Chave não encontrada**/
15 }
```




Busca Binária: Recursão

- Também é possível implementar a busca binária recursivamente.
- Casos base: subvetor vazio ou chave encontrada.



Busca Binária: Recursão

```
1  int busca_binaria_rec(int *v, size_t n, int key) {  
2      return busca_binaria_rec_helper(v, 0, n - 1, key);  
3  }
```



Busca Binária: Recursão

```
1 int busca_binaria_rec_helper(int *v, int l, int r, int key) {
2     if (l > r) /**Caso base, vetor vazio**/
3         return -1;
4     int mid = l + (r - l) / 2;
5     /**Caso base, a chave é igual ao elemento central**/
6     if (key == v[mid])
7         return mid;
8     if (key < v[mid]) /**Recursão na metade inferior**/
9         return busca_binaria_rec_helper(v, l, mid - 1, key);
10    else /**Recursão na metade superior**/
11        return busca_binaria_rec_helper(v, mid + 1, r, key)
12 }
```



Sumário

3 Análise



Análise

- No pior caso, a busca binária descarta metade dos elementos a cada comparação.
- $\Theta(\lg n)$ passos.

| Número de Comparações | | |
|-----------------------|------------------|---------------|
| n | Busca Sequencial | Busca Binária |
| 2^1 | $2^1 - 1$ | 2 |
| 2^2 | $2^2 - 1$ | 3 |
| 2^3 | $2^3 - 1$ | 4 |
| 2^4 | $2^4 - 1$ | 5 |
| 2^{10} | $2^{10} - 1$ | 11 |
| 2^{20} | $2^{20} - 1$ | 21 |
| 2^{30} | $2^{30} - 1$ | 31 |