

# Exercícios de Árvores AVL Comentados

Daniel Saad Nogueira Nunes

05 de dezembro de 2023

## Aviso

Os comentários a respeito das soluções das listas de exercício buscam explicar resumidamente a ideia para resolução dos problemas, mas sem “entregar o ouro”. O objetivo é apenas fornecer uma direção para aqueles alunos que estejam com dificuldades. Para instruções mais detalhadas, sugiro procurar o professor por e-mail, sala de aula virtual da disciplina ou presencialmente nos horários de atendimento.

## A volta do $k$ -ésimo menor

Uma forma fácil de resolver esse problema é aumentando a árvore AVL. Além das informações padrão, também deverá constar em cada nó, o tamanho da subárvore abaixo dele. Se isso está calculado, achar o  $k$ -ésimo menor elemento é fácil, basta utilizar o seguinte algoritmo. Sejam  $n_l$  e  $n_r$ , respectivamente, os tamanhos das subárvores da esquerda e da direita de uma árvore com raiz no nó  $v$ :

1. Se  $n_l = k - 1$ , o  $k$ -ésimo elemento está na raiz  $v$ .
2. Caso contrário, se  $k < n_l$ , então a resposta é o  $k$ -ésimo menor elemento da subárvore da esquerda. Proceda recursivamente.
3. Caso contrário, a resposta é o  $k - n_l - 1$  elemento da subárvore da direita. Proceda recursivamente.

Como a árvore AVL pode sofrer modificações ao inserir e remover elementos, é necessário atualizar as informações de tamanho das subárvores sempre que uma operação de rotação for realizada.

A adição da informação extra de tamanho da subárvore não impacta no tempo das operações da árvore, que continua  $\Theta(\lg n)$  para inserção, remoção e busca.