Autômatos finitos não determinísticos

Linguagens Formais e Autômatos

Prof. Daniel Saad Nogueira Nunes

IFB – Instituto Federal de Brasília, Campus Taguatinga

Sumário

Introdução

- Em DFAs, dado um estado qualquer q e um símbolo de entrada, sabemos exatamente qual será o próximo estado.
- Em outras palavras, todo passo de computação é gerado unicamente do passo anterior.
- Chamamos isso de **determinismo**.

Introdução

- Em uma situação de **não-determinismo**, podemos derivar diferentes passos de computação a partir de um único ponto.
- Isto é, dado um estado q e um símbolo de entrada, podemos produzir como resultado, mais de um possível estado.

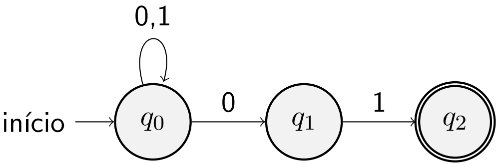
Introdução

- O **não-determinismo** pode ser visto como uma generalização do **determinismo**, visto que, todo modelo determinístico também é um não-determinístico.
- Estudaremos a versão não-determinística dos autômatos finitos: os **autômatos finitos não-determinísticos**, ou simplesmente, **NFAs**.

Sumário

NFAs

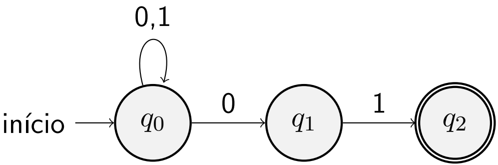
Tome o seguinte NFA:



Este autômato reconhece a linguagem
$L = \{w | w \in \{0,1\}^*$ e w termina com $01\}$

NFAs

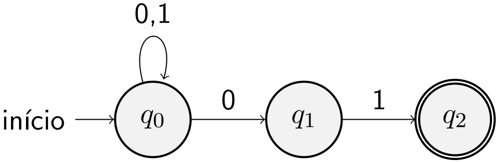
Tome o seguinte NFA:



Ao se deparar com o símbolo 0 no estado q_0, o que o autômato faz? Para qual estado ele vai?

NFAs

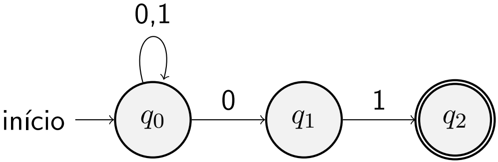
Tome o seguinte NFA:



Ele permanece em q_0 e vai para q_1, simultaneamente!

NFAs

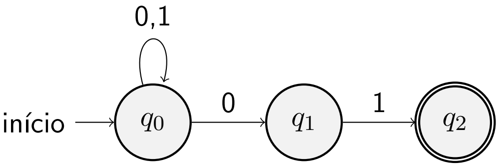
Tome o seguinte NFA:



Esse autômato tem a capacidade de adivinhar quando estamos nos dois últimos símbolos da entrada.

NFAs

Tome o seguinte NFA:



Como ele opera quando a entrada é $w = 00101$?

NFAs

$$
\begin{tikzcd}
q_0 \arrow[r] \arrow[dr] & q_0 \arrow[r] \arrow[dr] & q_0 \arrow[r] & q_0 \arrow[r] \arrow[dr] & q_0 \arrow[r] & q_0 \\
 & q_1 & q_1 \arrow[dr] & & q_1 \arrow[dr] & \\
 & & & q_2 & & q_2 \text{ (aceita)}
\end{tikzcd}
$$

Figura: Processamento do NFA sobre a entrada $w = 00101$

NFAs: definição formal

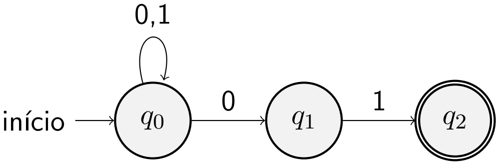
Definição (Definição formal de um NFA)

Um NFA é uma 5-tupla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, em que:

- Q é um conjunto finito de **estados**,
- Σ é o **alfabeto de entrada**,
- $\delta : Q \times \Sigma \to \mathcal{P}(Q)$ é a **função de transição**,
- $q_0 \in Q$ é o estado inicial,
- $F \subseteq Q$ é o **conjunto de estados de aceitação**.

NFAs: definição formal

Para o NFA de exemplo abaixo, temos a seguinte função de transição:



	0	1
q_0	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
q_1	$\emptyset$	$\{q_2\}$
q_2	$\emptyset$	$\emptyset$

NFAs: noção formal de computação

Definição (Aceitação em NFAs)

Seja $N = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um NFA e $w = w_1 w_2 \dots w_n \in \Sigma^*$. Dizemos que N aceita w se existe uma sequência de estados $r_0, r_1, \dots, r_n$ com as seguintes condições:

- $r_0 = q_0$
- $r_{i+1} \in \delta(r_i, w_{i+1})$, $0 \leq i < m$
- $r_m \in F$

Em outras palavras, basta que um ramo de computação chegue em um estado de aceitação ao final da entrada w para que N aceite w.

Sumário

Equivalência de NFAs e DFAs

- Apesar de ser uma característica interessante, NFAs não resolvem mais problemas que DFAs.
- Os dois formalismos reconhecem a mesma classe de linguagem, as **linguagens regulares**.
- Conseguimos mostrar que todo NFA possui um DFA equivalente, isto é, que reconhece a mesma linguagem.

Equivalência de NFAs e DFAs

Ideia da prova

A ideia é, a partir de um NFA $N = (Q_N, \Sigma, \delta_N, q_0, F_N)$, construir um DFA $D = (Q_D, \sigma, \delta_D, q_0, F_D)$.

Equivalência de NFAs e DFAs

Ideia da prova

No caso $Q_D = \mathcal{P}(Q_N)$, ou seja, se N possui $|Q_N|$ estados, D possuirá $2^{|Q_N|}$ estados. Contudo, alguns estados poderão ser excluídos em uma etapa posterior, pois não serão acessíveis do estado inicial. Cada um desses estados é rotulado com um subconjunto de Q_N.

Equivalência de NFAs e DFAs

Ideia da prova

O conjunto de estados de aceitação F_D será um subconjunto de Q_D de forma que todo $S \in F_D$, temos que se $X \in F_N$, temos que $X \in S$. Em outras palavras, os estados de aceitação em F_D serão aqueles que, tem ao menos, um estado de aceitação em F_N.

Equivalência de NFAs e DFAs

Ideia da prova

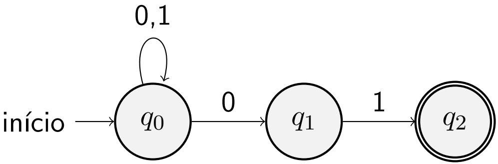
Por fim, para qualquer $S \in Q_D$ e um símbolo $a \in \Sigma$, temos que:

$$\delta_D(S, a) = \bigcup_{p \in S} \delta_N(p, a)$$

.

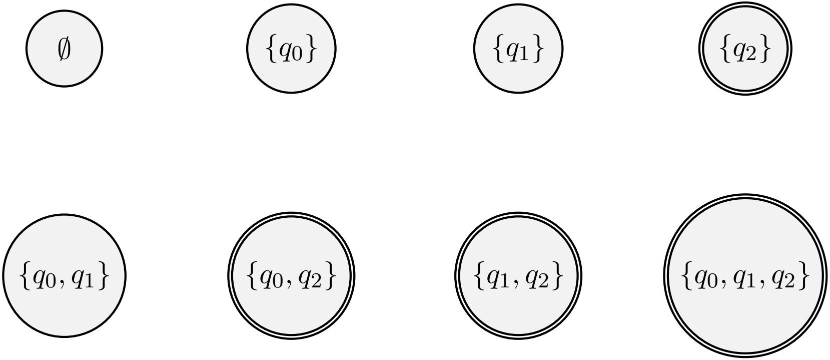
Equivalência de NFAs e DFAs

Tomando o NFA de exemplo:



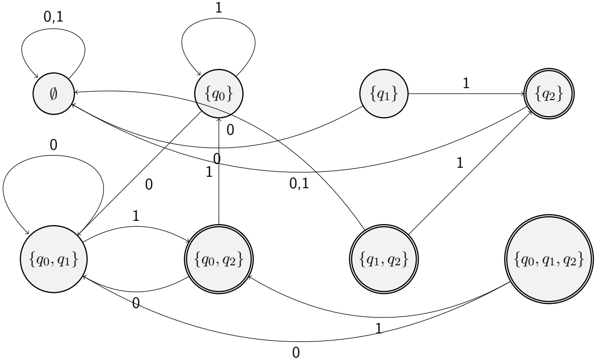
Equivalência de NFAs e DFAs

O DFA equivalente teria os seguintes estados:



Equivalência de NFAs e DFAs

Adicionando as transições, teríamos:



Sumário