

Autômatos finitos

Linguagens Formais e Autômatos

Prof. Daniel Saad Nogueira Nunes



**INSTITUTO
FEDERAL**

Brasília

Campus
Taguatinga

Sumário

Introdução

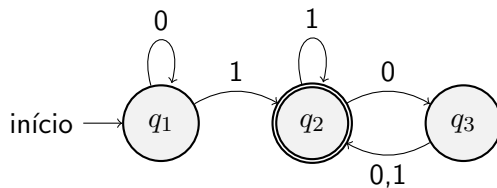
DFAs

Introdução

- ▶ Autômatos finitos são mecanismos extremamente úteis para identificação de padrões, viabilizando uma série de aplicações como:
 - ▶ Busca em texto.
 - ▶ Reconhecimento de voz.
 - ▶ OCR.

Autômato finito: exemplo

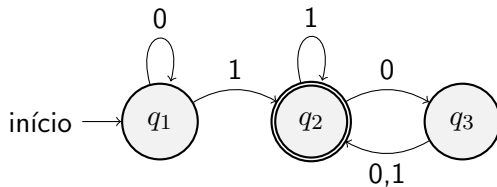
Considere o seguinte autômato finito:



- ▶ Ele possui três estados: q_1 , q_2 e q_3 .
- ▶ O estado inicial, q_1 é indicado através de uma seta rotulada com “início”.
- ▶ q_2 é um estado de aceitação, representado por dois círculo concêntricos.
- ▶ As setas que vão de um estado para outro são chamadas de **transições**.

Autômato finito: exemplo

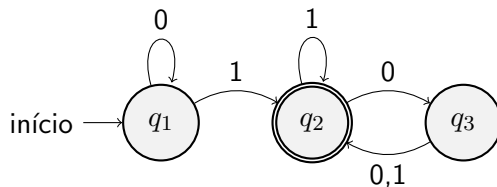
Considere o seguinte autômato finito:



- ▶ Quando o autômato recebe uma string como 1101, ele processará a string e produz uma saída, que pode ser: **aceita** ou **rejeita**.
- ▶ Ele processa símbolo a símbolo, seguindo as transições e: ao final da string, se terminou em um estado de aceitação: ele **aceita**. Caso contrário, **rejeita**.

Autômato finito: exemplo

Considere o seguinte autômato finito:



- ▶ Para o exemplo 1101 ele: começará no estado q_1 .
- ▶ Ao ler 1, transiciona de q_1 para q_2 .
- ▶ Ao ler 1, transiciona de q_2 para q_2 .
- ▶ Ao ler 0, transiciona de q_2 para q_3 .
- ▶ Ao ler 1, transiciona de q_3 para q_2 .
- ▶ **aceita**, pois terminou em um estado de aceitação.

Sumário

Introdução

DFAs

Autômatos finitos determinísticos

- ▶ Para iniciar os estudos sobre os autômatos finitos determinísticos, precisamos defini-los formalmente.
- ▶ A intuição através de diagramas é interessante para uma primeira apresentação, contudo, ela deixa algumas lacunas a respeito do que se pode ou o que não se pode fazer nesse modelo computacional.
- ▶ Por exemplo: é possível ter 0 estados de aceitação? Podemos ter dois estados iniciais? Podemos ter mais de uma transição com o mesmo símbolo saindo de um estado?
- ▶ A definição formal nos ajudará a estudar esses objetos com precisão.

Autômatos finitos determinísticos

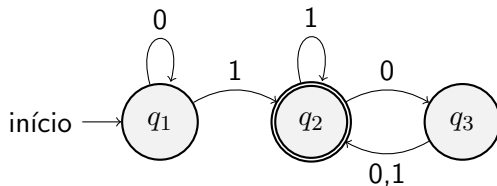
Definição

Um autômato finito determinístico (DFA em inglês) é uma 5-tupla $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$, em que:

- ▶ Q é um conjunto finito de **estados**,
- ▶ Σ é o **alfabeto de entrada**,
- ▶ $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ é a **função de transição**,
- ▶ $q_0 \in Q$ é o **estado inicial**,
- ▶ $F \subseteq Q$ é o **conjunto de estados de aceitação**.

Autômatos finitos determinísticos

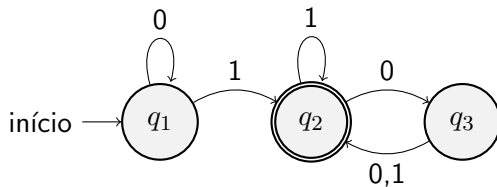
Para o exemplo anterior:



O autômato em questão é a 5-tupla $(\{q_1, q_2, q_3\}, \Sigma, \delta, q_1, \{q_2\})$

Autômatos finitos determinísticos

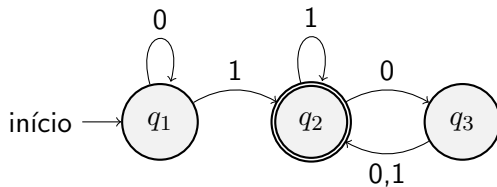
Para o exemplo anterior:



$Q = \{q_1, q_2, q_3\}$ é o conjunto de estados

Autômatos finitos determinísticos

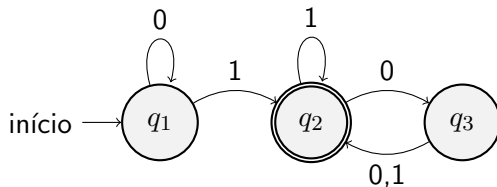
Para o exemplo anterior:



$\Sigma = \{0, 1\}$ é o alfabeto de entrada

Autômatos finitos determinísticos

Para o exemplo anterior:



$\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$ é a função de transição, com:

$$\delta(q_1, 0) = q_1$$

$$\delta(q_2, 0) = q_3$$

$$\delta(q_3, 0) = q_2$$

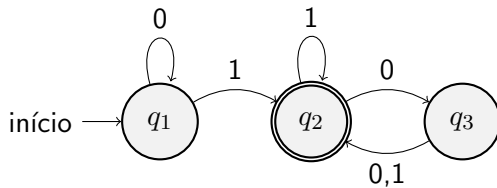
$$\delta(q_1, 1) = q_2$$

$$\delta(q_2, 1) = q_2$$

$$\delta(q_3, 1) = q_2$$

Autômatos finitos determinísticos

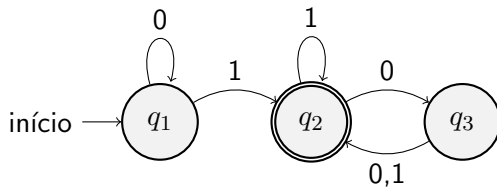
Para o exemplo anterior:



q_1 é o estado inicial

Autômatos finitos determinísticos

Para o exemplo anterior:



$F = \{q_2\}$ é o conjunto de estados de aceitação.

Autômatos finitos determinísticos

- ▶ Também temos a intuição de como um DFA computa uma entrada, aceitando-a ou rejeitando-a.
- ▶ Também é importante definir formalmente como é feita a **computação** de uma entrada $w \in \Sigma^*$ qualquer sob um DFA.

Autômatos finitos determinísticos: computação

Definição (Computação em um DFA)

Seja $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ um DFA e $w = w_1 \dots w_n \in \Sigma^$ uma string. M **aceita** w se e somente se existe uma sequência de estados r_0, r_1, \dots, r_n em Q com as seguintes condições:*

- ▶ $r_0 = q_0$.
- ▶ $\delta(r_i, w_{i+1}) = r_{i+1}$, $0 \leq i < n$.
- ▶ $r_n \in F$.

DFA como reconhecedores

Definição (Reconhecimento de Linguagens)

*Dizemos que um DFA M **reconhece** uma linguagem L quando:*

$$L = \{w | w \text{ é aceito por } M\}$$

Linguagem de um DFA

Definição (Linguagem de um DFA)

A linguagem de um DFA M , denotado por $L(M)$ é definida como:

$$L(M) = \{w | M \text{ aceita } w\}$$

Isto é, $L(M)$ corresponde ao conjunto de palavras que são aceitas por M .

Linguagens regulares

Definição

*Linguagens Regulares Uma linguagem L é dita **regular** se existe algum DFA M que a reconhece.*