

# Tutorial: Iluminação Pública

Edson Alves da Costa Júnior

Este problema pode ser resolvido por meio de um algoritmo guloso. Basta ordenar os intervalos  $[L_i, R_i]$  que representam os alcances dos postes. Agora, começando na posição 1, basta escolher o intervalo com  $L_i \leq 1$  com maior valor  $R_i$ , o que garantirá a iluminação da posição 1 e do maior número possível de casas à esquerda desta posição. Daí basta prosseguir com a mesma estratégia gulosa a partir da posição  $R_i + 1$ .

A complexidade desta solução é  $O(N \log N)$ , por conta da ordenação dos intervalos.

# Tutorial: Colonização

Vinicius Ruela Pereira Borges

Uma maneira de resolver esse problema é por meio de uma fila de prioridade mínima, utilizando-a para simular a chegada das expedições na Quadradonia e como as reservas de ouro são exploradas pelas expedições e recuperadas pela natureza.

Como devemos tratar os casos de empate na chegada dos navios à Quadradonia, podemos definir uma estrutura do tipo `pair<ano da expedição, navio>` para a fila de prioridade e assim poder simular o problema. Os limites do problema indicam que o ritmo de exploração sempre é maior do que a recuperação de ouro realizada pela natureza.

Inicialmente, deve-se inserir na fila de prioridade os pares  $\{0,1\}$ ,  $\{0,2\}$ ,  $\{0,3\}$  ...  $\{0,N\}$ . A simulação do processo ocorre como se segue: desenfileira o par  $\langle \text{anos}, \text{id} \rangle$  (representa o navio chegando à Quadradonia), retira  $M$  toneladas de ouro e verifica se as reservas de ouro foram zeradas. Caso existam reservas de ouro, deve-se enfileirar o par  $\langle \text{anos} + t_1, \text{id} \rangle$  na fila de prioridade. Senão, deve-se encerrar a simulação e imprimir como resposta a variável `anos`.

# Tutorial: Sombra

Vinicius Ruela Pereira Borges

Para resolver o problema, deve-se considerar apenas os momentos em que Danilo Saad sai de um quilômetro arborizado para um quilômetro não-arborizado da ciclovia, pois fica mais fácil computar a quantidade de trechos não-arborizados considerando essa mudança. Para isso, podemos utilizar uma variável booleana `ehSombra` que indique se Saad está ou não em uma região não-arborizada.

Como pode existir mais de uma árvore por quilômetro, pode-se gerar um vetor que represente a ciclovia, em que cada posição  $i$  está associada a um quilômetro da ciclovia que indica se o quilômetro  $i$  existe sombra ou não.

Seja `trechos` a variável que descreve a quantidade de trechos não-arborizados da ciclovia. Pedalando quilômetro por quilômetro da ciclovia, se Danilo Saad passa de um quilômetro arborizado para um quilômetro não-arborizado, marca-se `ehSombra = false` e incrementa-se a variável `trechos`. Saad continua sua pedalada e caso o próximo quilômetro seja não-arborizado, não se deve fazer nada (vale ressaltar que ainda o trecho não-arborizado é o mesmo). Caso contrário, deve-se alterar a variável `ehSombra = true`, pois o trecho não-arborizado terminou. Deve-se fazer esse processo por toda a extensão da ciclovia.

Ao final deve-se imprimir o número armazenado em `trechos`.

# Tutorial: Índice-h

Daniel Saad Nogueira Nunes

Este é um problema que envolve ordenação e pode ser resolvido de maneira eficiente com uma variação do *CountingSort*.

Primeiramente, deve-se calcular o índice-h de cada autor. Para isto, basta verificar quantas publicações com  $i$  citações ele tem. Isso pode ser feito com um vetor de tamanho  $P + 1$  em que  $P$  é o número de publicações, visto que o índice-h de um autor não pode ser maior que  $P$ , da seguinte forma:

```
for(int i=0;i<=P;i++)
    count[min(P, citacoes[i])]++;
}
```

Obviamente, este processo leva tempo  $\Theta(P)$ .

Dado que `count[i]` te dá o número de publicações com  $i$  citações, o índice-h pode ser calculado inicializando um acumulador com `count[P]` e varrendo este vetor da direita para esquerda. Sempre que o acumulador for maior ou igual ao índice  $i$  do vetor, então você tem que o índice-h é  $i$ , caso contrário, adiciona-se ao acumulador o valor `count[i]` e o índice  $i$  é decrementado, conforme pseudocódigo abaixo.

```
for (int i = P; i >= 0; i--) {
    sum += count[i];
    if (sum >= i) {
        return i;
    }
}
```

Com o índice-h calculado para cada autor, basta agora ordená-los levando em consideração, primeiramente o índice-h, e depois o nome do autor em ordem lexicográfica.

Isso nos dá uma complexidade total de  $\Theta(NP + N \lg N)$ . O primeiro termo se refere ao cálculo do índice-h para cada autor e o segundo termo se refere à ordenação dos  $N$  autores.

# Tutorial: Processos

Vinicius Ruela Pereira Borges e Edson Alves da Costa Junior

O problema pode ser interpretado como cada mesa sendo uma pilha, pois os processos são colocados um sobre o outro, logo, a retirada dos processos de ambas as mesas deve obedecer a política: o último processo que entra na mesa é o primeiro a sair. Nesse sentido, queremos basicamente ordenar a pilha (mesa  $A$ ) com o auxílio de outra pilha (mesa  $B$ ), em que os processos ordenados fiquem na mesa  $A$ .

A solução consiste em: na leitura da entrada, empilhe todos os  $N$  processos na mesa  $A$ . O procedimento de ordenação dos processos de seu Anacleto pode durar no máximo  $N$  ciclos. Portanto, considere  $k = 0, 1, 2, \dots, N - 1$ . De maneira geral, no  $k$ -ésimo ciclo, desempilhe o processo  $p_i$  da pilha  $A$  e assumo-o como sendo o maior. Em seguida, desempilhe o processo  $p_k$  e verifique se  $p_k > p_i$ . Se for verdadeiro, empilhe  $p_i$  na pilha  $B$  e mantenha  $p_k$  como o maior. Caso contrário, empilhe  $p_k$  diretamente na mesa  $B$  e mantenha  $p_i$  como maior. Faça isso até que a mesa  $A$  fique com  $N - k$  processos. Por fim, empilhe o processo de maior identificador encontrado na pilha  $A$  e retorne todos os outros processos da pilha  $B$  para a pilha  $A$  (desempilhe um processo da pilha  $B$  e empilhe na pilha  $A$ ). O ciclo termina e por isso, incremente  $k$ . Se a pilha  $A$  estiver ordenada, deve-se finalizar o procedimento, pois o problema pede que seja determinada a quantidade **mínima** de ciclos do procedimento de Seu Anacleto.

Como verificar se os processos estarão ordenados na pilha  $A$ ? Em cada ciclo, no momento em que os processos forem retornados da pilha  $B$  para a pilha  $A$ , basta verificar se cada processo  $i$  recém-tirado da pilha  $B$  possui  $p_i$  maior do que o  $p_j$  referente ao processo  $j$  que está no topo da pilha  $B$ . Se todas essas movimentações forem respeitadas, a pilha estará ordenada.

# Tutorial: Mineirês

Daniel Saad Nogueira Nunes

Uma maneira fácil de resolver este problema é construir um dicionário utilizando uma estrutura de mapeamento que converte uma string em outra string (com espaços, possivelmente). Em C++, a estrutura `map<string,string>` poderia ser utilizada como dicionário.

O dicionário pode ser montado da seguinte forma: cada string do mineirês lida teria como tradução seria mapeada em uma sequência de strings do português.

Com o dicionário montado, basta ler cada string do texto original e, se ela corresponder a uma string do mineirês, você imprime a tradução desta string.

Em pseudocódigo teríamos algo mais ou menos assim:

1. Construa o dicionário utilizando a descrição acima.
2. Para cada palavra do texto,verifique se ela ocorra no dicionário.
  - (a) Caso ela ocorra, substitua pela tradução em português.
  - (b) Caso contrário, deixe ela como está.

# Tutorial: Sem Número

Guilherme Novaes Ramos

Uma solução simples é armazenar os  $N$  valores, ordená-los e verificar qual o índice que não corresponde ao valor armazenado. Supondo um algoritmo eficiente de ordenação, esta abordagem tem complexidade  $O(n \log n)$ .

Uma solução mais elegante é considerar que todos os números são distintos e na sequência de 0 a  $N$ , formando uma Progressão Aritmética de razão 1 cuja soma dos elementos é facilmente calculada. A diferença deste valor para a soma dos inteiros apresentados na entrada será o número que Polly pulou. Esta solução tem complexidade  $O(1)$ .

# Tutorial: Ao Resgate!

Daniel Saad Nogueira Nunes

Para resolver este problema, é possível efetuar uma simulação baseando-se nas regras do enunciado. Suponha que tenhamos uma variável chamada *total* que dê o tempo decorrido desde o início dos atendimentos.

1. Partindo do quilômetro referente ao último atendimento, verifique se existem solicitações pendentes (aquelas com tempo menor que *total*) e vá para aquela mais próxima em termos de distância. Em caso de empate, Vá para aquela com maior quilômetro. Adicione  $k$  a *total* em que  $k$  é a distância em quilômetros percorrida.
2. Caso não exista solicitações pendentes (todas as solicitações tenham tempo maior que *total*), o motorista aguarda um tempo  $t$  equivalente à diferença de *total* até a(s) próxima(s) solicitação(ões) com menor tempo. Então utiliza-se as mesmas comparações efetuadas pra o primeiro caso e adiciona-se a *total* o tempo  $t + k$ .
3. Repita os passos anteriores até que Guilherme seja atendido.
4. O tempo total de espera de Guilherme está em *total*.

O procedimento para após Guilherme ter sido atendido. O custo total desta abordagem simples é  $\Theta(N^2)$ . Utilizando-se estruturas mais sofisticadas é possível atingir uma complexidade menor.

Desejamos mais sorte ao nosso amigo da próxima vez e que parem de fazer problemas com o nome dele.



# Tutorial: Queimada Brasileira

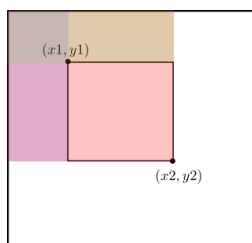
Daniel Saad Nogueira Nunes

Este problema pode ser resolvido através de uma técnica chamada soma de prefixos  $2D$ .

Suponha que tenhamos computado em uma matriz auxiliar  $S[i][j]$  o número de áreas queimadas considerando o retângulo com extremidade superior esquerda em  $(1, 1)$  e extremidade inferior direita em  $(i, j)$ .

Dado  $S$ , a área desmatada de qualquer retângulo com extremidade superior esquerda em  $(x_1, y_1)$  e extremidade inferior direita em  $(x_2, y_2)$  pode ser calculada através de 4 operações:  $S[x_2, y_2] - S[x_1 - 1, y_2] - S[x_2, y_1 - 1] + S[x_1 - 1, y_1 - 1]$ .

Isso pode ser representado graficamente com a figura abaixo.



A área de interesse é a do retângulo rosa. Podemos obter a área rosa ao pegarmos a área total e descontarmos os retângulos lilás, marrom e dourado.  $S[x_2, y_2]$  representa a soma dos quatro retângulos, isto é, a soma total da origem  $(1, 1)$  até  $(x_2, y_2)$ .  $S[x_1 - 1, y_2]$  corresponde às áreas dos retângulos marrom e dourado.  $S[x_2, y_1 - 1]$  corresponde às áreas dos retângulos lilás e marrom. Como a área marrom foi descartada duas vezes por  $S[x_1 - 1, y_2]$  e  $S[x_2, y_1 - 1]$ , adicionamos a área do retângulo marrom com  $S[x_1 - 1, y_1 - 1]$ .

O único problema que resta é calcular a matriz  $S$ , mas isso pode ser feito de maneira similar.

1. Inicializamos a linha 0 e coluna 0 de  $S$  com zeros.
2. Cada elemento  $S[i][j]$  pode ser calculado como  $S[i][j] = S[i - 1][j] + S[i][j - 1] - S[i - 1][j - 1] + M[i][j]$ , em que  $M[i][j]$  é a matriz original do problema.

O cálculo de cada elemento de  $S$  leva portanto tempo constante. Logo, para computar  $S$ , precisamos de  $\Theta(N^2)$  passos.

A complexidade total da solução é  $\Theta(N^2K)$ , visto que cada consulta pode ser respondida em tempo constante com a presença de  $S$ .

# Tutorial: Eleições

Edson Alves da Costa Júnior

Para  $N$  eleitores há  $k = N/A$  conjuntos completos com  $A$  eleitores. Como cada grupo completo resulta em  $B$  votos para Chapa I serão, no mínimo,  $kB$  votos. Esta solução tem complexidade  $O(1)$ .

# Tutorial: Extrato Bancário

Daniel Saad Nogueira Nunes

A técnica para resolução deste problema é simples. Basta inicializar quatro acumuladores  $V_a$ ,  $V_d$ ,  $V_g$  e  $V_p$ , para cada categoria (alimentação, despesas domésticas, gastos gerais, e transporte). Para cada linha da entrada com um valor  $X_i$  e uma string  $C_i$ , compare a string  $C_i$  com cada uma das categorias. Caso as duas strings sejam iguais, adicione ao acumulador correspondente à categoria  $C_i$ , o valor de  $X_i$ .

Ao final, basta imprimir cada categoria em ordem alfabética com o valor do acumulador correspondente e a porcentagem, que pode ser calculada como o valor do acumulador daquela categoria dividido pela soma dos quatro acumuladores.

# Tutorial: Dardos

Edson Alves da Costa Júnior

Verificar todos os  $N$  alvos para cada um dos  $M$  disparos levaria a uma solução  $O(NM)$ , que resultaria num veredito TLE.

Para diminuir a complexidade da solução, é preciso pré-computar a distância máxima de cada círculo ao centro (isto é,  $r_i^2$ ). Assim, para cada disparo, é preciso localizar, por meio de uma busca binária, o ponto maior ou igual à distância  $d^2 = x^2 + y^2$  e totalizar a pontuação referente à resposta, quando for o caso.

Esta solução verifica cada disparo em  $O(\log N)$ , levando a uma solução  $O(N + M \log N)$ .

# Tutorial: Olá Novo Mundo

Guilherme Novaes Ramos

A solução é simples, basta reconhecer a nacionalidade de um marinheiro e apresentar a saudação associada. É preciso registrar quais já foram ditas, de modo que não haja repetição se houver mais de um marinheiro do mesmo país de origem. Esta abordagem tem complexidade  $O(n)$ .