



Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília – Câmpus Taguatinga  
Ciência da Computação – Teoria da Computação  
Lista de Exercícios – Turing-completude, Tese de Church-Turing  
Prof. Daniel Saad Nogueira Nunes

Aluno: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

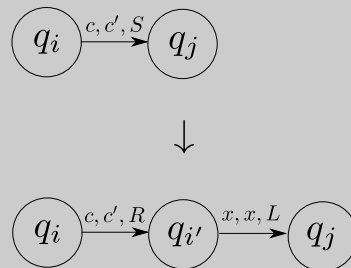
### Exercício 1

Demonstre que máquinas de Turing que possuam na função de transição a opção adicional de ficar parada na mesma célula são equivalentes às Máquinas de Turing tradicionais.

#### Solution:

Claramente uma MT com a opção extra de ficar parada consegue simular uma MT tradicional, basta não utilizar a opção extra.

Uma MT tradicional  $M$  também pode simular uma MT  $M'$  com a opção extra. Caso haja uma transição do tipo  $\delta(q_i, c) \mapsto (q_j, c', S)'$ , a MT tradicional vai substituir por duas transições do tipo  $\delta(q_i, c) \mapsto (q_{i'}, c', R)$  e  $\delta(q_{i'}, x) \mapsto (q_j, x, L)$ , em que  $x \in \Gamma$ . Ou seja, em uma transição do tipo ficar imóvel na fita, a MT tradicional escreve o mesmo símbolo, mas move a cabeça da fita para a direita, e vai para um estado novo  $q_{i'}$ . Deste estado, após ler qualquer símbolo, ele deve ir para o estado  $q_j$  e mover a cabeça da fita para esquerda.



### Exercício 2

Demonstre que máquinas de Turing com uma fita infinita nos dois lados (a adotada no modelo JFLAP) são equivalentes às Máquinas de Turing tradicionais.

#### Solution:

Claramente uma MT  $M'$ , com fita infinita nos dois lados consegue simular uma MT  $M$  tradicional.

---

Para isto, ela insere um marcador  $\#$  à esquerda do primeiro símbolo da entrada e adicionar transições para todos os estados do tipo  $\delta(q_i, \#) \mapsto (q_i, \#, R)$ . Ou seja caso a leitura do marcador seja realizada, a cabeça deve se movimentar para a direita.

O inverso também é verdadeiro.  $M$  consegue simular  $M'$ . Provaremos isso ao demonstrar que uma máquina  $M''$  com duas fitas consegue simular  $M'$ . E com  $M''$  pode ser simulada por  $M$ , temos a equivalência.

Seja  $a_0$  o símbolo inicial. Quando a cabeça de  $M'$  está à direita de  $a_0$ , a simulação é realizada na fita 1. Quando a cabeça de  $M'$  está à esquerda de  $a_0$  a simulação é efetuada na fita 2, mas de maneira invertida.

A função de transição é definida da seguinte forma:

- Se  $\delta'(q_i, c) = (q_j, c', L/R)$  e a cabeça de  $M'$  está sobre, ou à direita de  $a_0$ , temos  $\delta''(q_i, (c, x)) = (q_j, (c, b), L/R)$ .
- Se  $\delta'(q_i, c) = (q_j, c', L/R)$  e a cabeça de  $M'$  está à esquerda de  $a_0$  temos  $\delta''(q_i, (x, c)) = (q_j, (x, c'), R/L)$ .
- O movimento inicial é:
  - $\delta''(q_0, (a_0, \sqcup)) = (q, (A, \#), R)$  no caso que  $\delta'(q_0, a_0) = (q, A, R)$ .
  - $\delta''(q_0, (a_0, \sqcup)) = (q, (A, \#), R)$  no caso que  $\delta'(q_0, a_0) = (q, A, R)$ .
- Se a cabeça de  $M'$  está sob a posição de  $a_0$  e é movida para a direita, a cabeça da segunda fita fica parada. Se a cabeça está sob a posição de  $a_0$  e vai para a esquerda, a cabeça da primeira fita de  $M''$  fica parada.

### Exercício 3

Demonstre que máquinas de Turing com  $k$  fitas são equivalentes às Máquinas de Turing tradicionais.

### Exercício 4

Demonstre que máquinas de Turing não-determinísticas são equivalentes às Máquinas de Turing tradicionais.

### Exercício 5

Dê um exemplo de uma Máquina de Turing não-determinística

### Exercício 6

(Desafio) Dê uma descrição em português de uma máquina de Turing não determinística que decida a linguagem:

$$L = \{0^i \mid i \text{ é um número composto}\}$$

### Exercício 7

(Desafio dos mestres) Projete uma máquina de Turing não-determinística que decida a linguagem do exercício anterior.

---

### **Exercício 8**

Explique o conceito de Turing-completude (Turing-completeness). No que esta definição é relevante no âmbito de Linguagens de Programação?

### **Exercício 9**

Discorra sobre a tese de Church-Turing.