

Asie 2016. Enseignement spécifique (modifié)

EXERCICE 3 (7 POINTS) (COMMUN A TOUS LES CANDIDATS)

Une société produit des bactéries pour l'industrie. En laboratoire, il a été mesuré que, dans un milieu nutritif approprié, la masse de ces bactéries, mesurée en grammes, augmente de 20% en un jour.

La société met en place le dispositif industriel suivant.

Dans une cuve de milieu nutritif, on introduit initialement 1 kg de bactéries. Ensuite, chaque jour, à heure fixe, on remplace le milieu nutritif contenu dans la cuve. Durant cette opération, 100 g de bactéries sont perdus. L'entreprise se fixe pour objectif de produire 30 kg de bactéries.

Partie A : premier modèle - avec une suite

On modélise l'évolution de la population de bactéries dans la cuve par la suite (u_n) définie de la façon suivante :

$$u_0 = 1\,000 \text{ et, pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = 1,2u_n - 100.$$

- 1) a) Expliquer en quoi ce modèle correspond à la situation de l'énoncé. On précisera en particulier ce que représente u_n .
- b) L'entreprise souhaite savoir au bout de combien de jours la masse de bactéries dépassera 30 kg. À l'aide de la calculatrice, donner la réponse à ce problème.
- c) On peut également utiliser l'algorithme suivant pour répondre au problème posé dans la question précédente.
Recopier et compléter cet algorithme.

Variables	u et n sont des nombres
Traitement	u prend la valeur 1 n prend la valeur 0 Tant que faire u prend la valeur n prend la valeur $n + 1$ Fin Tant que
Sortie	Afficher

- 2) On définit la suite (v_n) par : pour tout entier naturel n , $v_n = u_n - 500$.
 - a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
 - b) Exprimer v_n , puis u_n , en fonction de n .