# **Entropy**

**FIAP** 

ENGENHARIA DE SOFTWARE
DATA SCIENCE & STATISTICAL COMPUTING

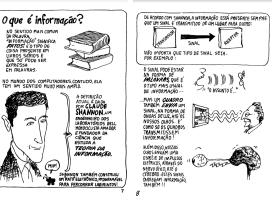
Prof. Daniel Carvalho - @danielscarvalho

Entropia e informação

Acompanhar online em www.wolframcloud.com

# Introdução







O modelo de machine learning (ML - AI) árvore de decisão (Decision Tree) utilizados para classificação ou regressão, utiliza entropia e Gini para dividir/separar os dados na fase de aprendizagem.

# Wolfram MathWorld FROM THE MAKERS OF MATHEMATICA AND WOLFRAM/ALPHA

Q

Applied Mathematics > Information Theory >

### Entropy

In physics, the word entropy has important physical implications as the amount of "disorder" of a system. In mathematics, a more abstract definition is used. The (Shannon) entropy of a variable  $\boldsymbol{X}$  is defined as

$$H(X) = -\sum_{x} P(x) \log_2 [P(x)]$$

bits, where P(x) is the probability that X is in the state x, and  $P\log_2 P$  is defined as 0 if P=0. The joint entropy of variables  $X_1,...,Y_n$  $X_n$  is then defined by

$$H\left(X_{1},\,...,\,X_{n}\right)\equiv-\sum_{x_{1}}\cdots\sum_{x_{n}}P\left(x_{1},\,...,\,x_{n}\right)\log_{2}\left[P\left(x_{1},\,...,\,x_{n}\right)\right].$$

https://mathworld.wolfram.com/Entropy.html

#### LLM GPT-4:



#### Definir informação





2/2

A informação é um conceito fundamental em ciência da informação e teoria da comunicação. Em termos gerais, informação refere-se a dados ou conhecimento que pode ser armazenado, recuperado, e transmitido. Na teoria da informação, a informação é frequentemente quantificada de acordo com a quantidade de incerteza que elimina.

Uma definição formal de informação foi introduzida por Claude Shannon em 1948, onde ele descreveu a informação como uma medida da incerteza em uma variável aleatória. Esta é conhecida como entropia de Shannon, e é calculada usando a fórmula:

$$H(X) = -\sum_{i} p(x_i) \log_2 p(x_i)$$

onde H(X) é a entropia da variável aleatória X,  $p(x_i)$  é a probabilidade de um determinado resultado  $x_i$ , e a soma é feita sobre todos os possíveis resultados.

Em outras palavras, a informação está relacionada à redução da incerteza quando recebemos dados sobre o estado de um sistema ou evento. Quanto mais incerto um evento, maior a quantidade de informação que ele contém quando ocorre.

Se precisar de mais detalhes ou exemplos sobre como calcular a quantidade de informação usando a entropia, sinta-se à vontade para perguntar!



#### Em computação definir entropia





← →

2/2

Na computação, a entropia é uma medida da incerteza ou aleatoriedade em um conjunto de dados. Ela é frequentemente usada para avaliar a quantidade de desordem ou imprevisibilidade em um sistema, especialmente em contextos como criptografia, compressão de dados e teoria da informação.

### Contextos Comuns de Entropia na Computação:

#### 1. Criptografia:

 Em criptografia, a entropia é crucial para garantir a segurança de chaves criptográficas. Uma chave com alta entropia é considerada mais segura, pois é mais difícil de prever ou adivinhar.

#### 2. Compressão de Dados:

 Na compressão de dados, a entropia ajuda a determinar o limite teórico de quão bem os dados podem ser comprimidos. Dados com baixa entropia têm padrões repetitivos e podem ser mais facilmente comprimidos, enquanto dados com alta entropia são mais aleatórios e menos compressíveis.

#### 3. Teoria da Informação:

 Como mencionado anteriormente com a entropia de Shannon, na teoria da informação, a entropia é usada para quantificar a quantidade média de informação produzida por uma fonte de dados.

# Cálculo da Entropia:

A fórmula clássica para calcular a entropia de Shannon de um conjunto de dados é:  $H(X) = -\sum p(x_i) \log_2 p(x_i)$ 

#### onde:

- H(X) é a entropia da variável aleatória X.
- $p(x_i)$  é a probabilidade de ocorrência do evento  $x_i$ .
- A soma é feita sobre todos os possíveis eventos.

Na computação, é importante que os sistemas que dependem de geração de números aleatórios, como sistemas criptográficos, tenham fontes de entropia suficientemente altas para garantir a segurança e a imprevisibilidade.

Se precisar de exemplos específicos ou de uma explicação mais detalhada sobre como a entropia é utilizada em algum desses contextos, sinta-se à vontade para perguntar!



Como a entropia é usada no modelo de machine learning árvore de decissão para calcular o gini





Na árvore de decisão em machine learning, tanto a entropia quanto o índice de Gini são usados para medir a impureza ou a desordem de um nó. Ambos são critérios para determinar como dividir os nós da árvore.

### Entropia

A entropia é usada para calcular o ganho de informação, que ajuda a decidir a melhor divisão em um nó. A fórmula é a mesma da entropia de Shannon:

$$H(X) = -\sum_{i} p(x_i) \log_2 p(x_i)$$

Em uma árvore de decisão, escolhemos a divisão que resulta no maior ganho de informação, ou seja, a maior redução de entropia.

#### Índice de Gini

O índice de Gini é uma medida alternativa da impureza de um nó. Ele é calculado como:  $G i n i = 1 - \sum (p(x_i))^2$ 

O índice de Gini mede a probabilidade de um elemento ser classificado incorretamente se for aleatoriamente rotulado de acordo com a distribuição de classes no conjunto de dados.

## Uso em Árvores de Decisão

#### 1. Divisão de Nós:

- Entropia: Calcula-se a entropia atual e a entropia após a divisão. O ganho de informação é a diferença, e escolhemos a divisão com o maior ganho.
- Índice de Gini: Calcula-se o índice de Gini antes e depois da divisão e escolhe-se a divisão que minimiza a impureza.
- 2. Critério de Escolha: Dependendo do algoritmo implementado (como ID3, C4.5, CART), pode-se usar um ou ambos os critérios para decidir as divisões.

Ambas as medidas ajudam a construir uma árvore que minimiza erros de classificação em novos dados, mas são usadas em contextos ligeiramente diferentes dependendo dos requisitos do modelo e dos dados.

# **Exemplos**

```
In[*]:= Entropy[{10, 10, 10, 10, 10, 10, 10, 10}] // N
 Out[\circ] = \Theta.
  In[*]:= Entropy[{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}] // N
 Out[-]= 2.07944
       Entropy[Range[10000]] // N
 Out[-]= 9.21034
  In[.]:= Entropy[RandomInteger[10, 10000]] // N
 Out[-]= 2.39777
  In[:]:= Entropy[Table[1, 10000]]
 Out[•]= 0
       Entropy[RandomChoice[{1, 2}, 10000]] // N
 Out[*]= 0.693143
       Imagens de 1000px x 1000px PNG (Figura) e JPEG (Foto)
  In[.]:= Entropy
 Out[]= 2.61359
  In[.]:= Entropy
 Out[-]= 10.8693
 In[16]:= SetDirectory[NotebookDirectory[]]
Out[16]=
       /x4n/work/FIAP/FIAP-Python-Data-Science-Statistics/LAB001
             cd /x4n/work/FIAP/FIAP-Python-Data-Science-Statistics/LAB001
 In[22]:=
       -rw-rw-r-- 1 fito fito 216850 out 17 10:06 bear.jpg
```

-rw-rw-r-- 1 fito fito 177083 out 17 10:06 bear.png

Out[22]=



#### Letra da música Faroeste Caboclo:

#### fc = Import["faroeste-caboclo.txt"];

In[4]:= StringLength[fc]

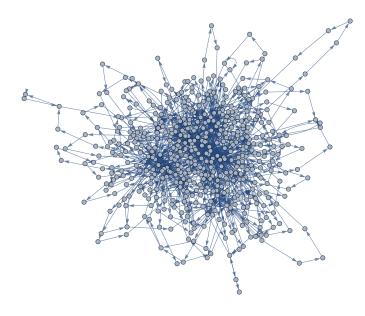
Out[4] = 6413

In[6]:= Entropy[fc] // N

Out[6]= 3.08041

 $\verb||n[13]|= ResourceFunction["SequenceGraph"][StringSplit[ToLowerCase[fc]]]|$ 

Out[13]=



# Letra da música Single Ladies:

In[3]:= sl = Import["single-ladies.txt"];

In[7]:= StringLength[sl]

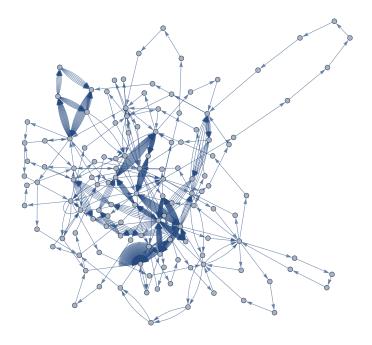
Out[7] = 2658

In[9]:= Entropy[sl] // N

Out[9]= 2.95203

In [14] := Resource Function ["Sequence Graph"] [String Split[To Lower Case[sl]]]

Out[14]=



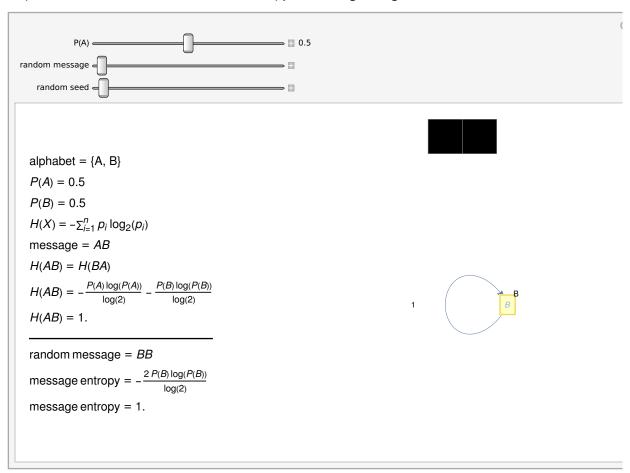
# **Exemplos interativos**

**Wolfram Demonstration Project:** 

https://demonstrations.wolfram.com/

Entropy of a Message Using Random Variables

https://demonstrations.wolfram.com/EntropyOfAMessageUsingRandomVariables/



# Referências

• [1] C. E. Shannon, "Prediction and Entropy of Printed English," Bell Systems Technical Journal, 30, 1951 pp. 50-64.

www.ics.uci.edu/~fowlkes/class/cs177/shannon\_51.pdf.