1) Un recipiente de mantequilla, inicialmente a 25 °C, se coloca para enfriarse en el pórtico principal, donde la temperatura es de 0° C. Supóngase que la temperatura de la mantequilla se ha reducido a 15°C después de 20 minutos ¿cuándo estará en 5° C?

$T_0 = 25°C$ $\quad T_{15} = 15°C \Rightarrow 20\ min = t$

$T_A = 0°C$

$T_{(?)} = 5°C$

$$\frac{dT}{dt} = (T - T_A)k$$

$$\frac{dT}{(T-T_A)} = k\,dt \rightarrow \int \frac{dT}{(T-T_A)} = \int k\,dt$$

$$\ln(T - T_A) = kt + c$$

$$e^{\ln(T-T_A)} = e^{kt+c} \rightarrow T - T_A = e^{kt} e^{c}$$

$$T - T_A = Ce^{kt}$$

$$T = Ce^{kt} + T_A$$

$$T = Ce^{kt} + \cancel{0} \rightarrow T = Ce^{kt}$$

$$25 = Ce^{k(\cancel{0})} \rightarrow 25 = C\cancel{e^0} \rightarrow 25 = C$$

$$T = 25 = e^{kt}$$

$$15 = 25e^{k(20)} \rightarrow \frac{15}{25} = e^{k(20)}$$

$$\ln(15/20) = k(20) \cancel{\ln e} 1$$

$$\frac{\ln(15/20)}{20} = K$$

$$T = 25e^{\left(\frac{\ln(15/20)}{20}\right)t}$$

$$5 = 25e^{\frac{\ln(15/20)}{20}(t} \rightarrow \frac{5}{25} = e^{\frac{(\ln(15/20))}{20}t}$$

$$\ln\left(\frac{1}{5}\right) = \frac{\ln(15/20)}{20}t$$

$$\frac{20\ln(1/5)}{\ln(15/20)} = t$$

$$111.89 = t \qquad 111.89m \times \frac{1h}{60min} =$$

$$= 1.864\,h$$

La mantequilla alcanza la temperatura de 5°C despues de 111.89 minutos ó despues de 1.86 horas.

2) Un pastel se retira del horno a 210 °F y se deja enfriar a temperatura ambiente, la cual es de 70 °F, Después de 30 minutos, la temperatura del pastel es de 140 °F ¿Cuándo estará a 100 °F?

$T_A = 70°F \quad T_0 = 210°F \quad T_{30} = 140°F$

$T_? = 100°F$

$$\frac{dT}{dt} = k(T - T_A) \rightarrow \frac{dT}{T - T_A} = k\,dt$$

$$\int \frac{dT}{T - T_A} = \int k\,dt \rightarrow \int \frac{dT}{T - T_A} = k \int dt$$

$$\ln(T - T_A) = kt + c \rightarrow e^{\ln(T - T_A)} = e^{kt + c}$$

$$T - T_A = e^{kt} e^{c} \rightarrow T - T_A = ce^{kt}$$

$$T = ce^{kt} + T_A \rightarrow T = ce^{kt} + 70$$

$$210 = c\cancel{e^{k(0)}}^{1} + 70$$

$$210 - 70 = c \rightarrow c = 140$$

$$T = 140e^{kt} + 70$$

$$140 = 140e^{k(30)} + 70 \rightarrow 70 = 140e^{30k}$$

$$70/140 = e^{30k} \rightarrow \ln\left(\tfrac{1}{2}\right) = 30k \rightarrow k = \frac{\ln(1/2)}{30}$$

$$T = 140e^{(\ln(1/2)/30)t} + 70$$

$$100 = 140e^{(\ln(1/2)/30)t} + 70$$

$$30 = 140e^{(\ln(1/2)/30)t}$$

$$\frac{30}{140} = e^{(\ln(1/2)/30)t}$$

$$\ln\left(\frac{30}{140}\right) = \frac{\ln(1/2)}{30}t$$

$$\frac{30\ln(30/140)}{\ln(1/2)} = t$$

$$66.67 = t$$

El pastel estera a 100 °F en 66.67 minutos.