

Jegyzőkönyv
a
hangfrekvenciás mechanikai rezgések
vizsgálatáról (2)

Készítette: Tüzes Dániel

Mérés ideje: 2008-11-19, szerda 14-18 óra

Jegyzőkönyv elkészülte: 2008-11-26

A mérés célja

A feladat két anyag Young modulusának és csillapítási tényezőjének meghatározása, melyet a minták sajátfrekvenciájából és rezonanciagörbéjéből számolunk ki. Feladat továbbá a rezgési modulusok és a felharmonikusok vizsgálata.

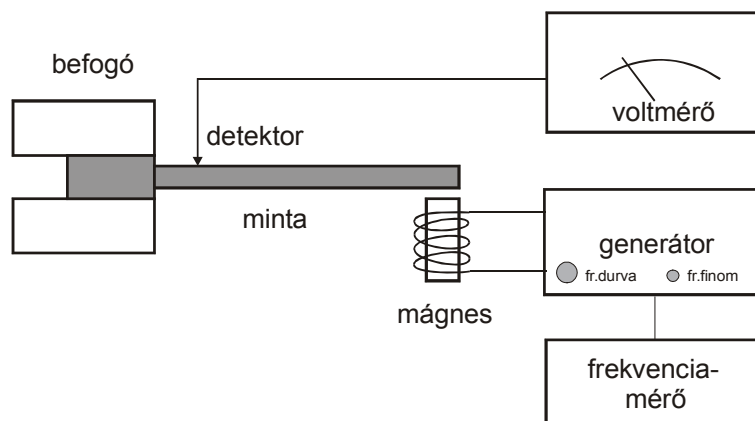
Elvi alapok

A mérés során két mintát fogunk kényszerrezgésre készíteni, különböző rezgési modulusok mellett. Ha ismerjük a minta geometriai adatait és ismerjük a tömegét, akkor az egyes rezgési modulusokhoz tartozó frekvenciákból kiszámítható a Young modulus: $\omega_i = \frac{k_i^2}{l^2} \sqrt{\frac{E I}{\rho q}}$, ahol ω_i az egyes rezgési modulusokhoz tartozó sajátfrekvencia, l a minta szabadon rezgő hossza, E a Young modulus, I a másodrendű felületi nyomaték, q a minta keresztmetszetének felülete, k_i pedig egy szorzótényező, melynek értékeit elméleti levezetés útján kaphatunk. Ennek segítségével nemcsak a különböző rezgési modulusokhoz tartozó sajátfrekvenciák mérésével meghatározhatjuk a Young modulusot, hanem adott rezgési modulus mellett hossz változtatásával kimérhetjük a sajátfrekvenciákat is, melyből szintén megadható E értéke.

A rezgési amplitúdó függ a gerjesztető kényszertől, annak nagyságától és frekvenciájától is. A rezonancia görbe mérésénél a minta amplitúdó függését mérjük ki a gerjesztő erő frekvenciájának függvényében, mikor a gerjesztő frekvenciája közel esik az egyik sajátfrekvenciához. A rezonanciagörbe félérték szélességéből meghatározhatjuk a csillapítási tényezőt: $\kappa = \pi \Delta f$, ahol Δf a félérték szélesség.

A mérési módszer ismertetése

A mérés során használt egyik minta egy téglatest, a másik egy olyan alapjában téglatest szerű test, melynek vége vastagított, hogy a befogást megkönnyítse, és ezáltal tisztábbak rezgések. A mérési elrendezés ismertetéséhez tekintsük a jobbra levő ábrát! A befogó fej egy jól illeszkedő satupofa, mely satu egy nagy fémtányérra van rögzítve, mely fémtányér alátámasztása gondosan kivitelezett, hogy az asztal rezgései ne terjedjenek tovább a mintára. M



A minták fémből voltak, így adott a lehetőség egy elektromágneses elveken nyugvó gerjesztőre, mely rezgésbe hozza a mintánkat. Mérésünk során a mágneses teret fogjuk változtatni a minta szabad végénél. Megfontolandó, hogy a mintát akkor is rezgésre tudjuk készíteni ezzel a módszerrel, ha az nem kellőképp mágnesezhető. Ennek tárgyalását a melléklet műben találjuk. Ugyanígy tudhatjuk, hogy ezzel az elrendezéssel egy rezgési modust kétszer állíthatunk elő, egyik esetben, mikor a generátor frekvenciája megegyezik a rezgési modulushoz tartozó sajátfrekvenciával, másik esetben mikor a generátor frekvenciája annak fele.

A kitérést a minta befogáshoz közeli részén vizsgáljuk, hogy a modustól függetlenül mindig tapasztaljunk kitérést. Ezt a szempontot a rezgő téglatest befogástól távolabbi vége is teljesíti, azonban a befogáshoz közeli vég esetén a detektor kevésbé torzíttja a rezgést, az általa kifejtett állandó erő kisebb mértékben módosítja a lemezre ható harmonikus gerjesztő erőt. A detektor egy bakelitmez-lejátszóból kiszuperált olvasófej, melyben piezoelektromos

kristály található. Ezt a mintára helyezve, a kristályon megjelenő feszültséget voltmérőre kötve mérhető a kitérések nagysága.

Első mérési feladatként állandó hossz mellett keressük meg a rezgési modulusokhoz tartozó frekvenciát. A generátor frekvenciáját változtatva keressünk lokális amplitúdó maximumokat. Minden talált frekvenciához – az elvi alapokban tárgyaltak szerint – tartozik egy másik is, melyek ugyanazt a rezgési modust állítják elő, és frekvenciáik aránya közel 2.

Második mérési feladatként az alap modulus környezetében vizsgáljuk az amplitúdó frekvencia függését. Megkeresve az amplitúdó maximális értékét igyekszünk informatív amplitúdó-frekvencia párokat mérni, vagyis nagyjából azonos amplitúdó-változásonként jegyezzük le a frekvenciát.

Harmadik mérési feladatként a másik, nem bunkós végű minta esetében mértük az alap harmonikushoz tartozó frekvenciát változó hossz mellett. Azt, hogy valóban az alap harmonikust találtam meg azzal igazolom, hogy megmértem a következő rezgési modulus frekvenciáját, és ha a két mért frekvencia aránya – az elvi alapokban található formulából következően – a releváns k szorzótényezők aránya, akkor valóban az alap modust mértem ki.

Mérési eredmények, hibaszámítás

- a minták geometriai adatai

A mérés során a 14-es réz és A jelzésű – feltehetően – alumínium mintákat vizsgáltam. A mérés során az alábbi eredményeket kaptam:

14-es minta	vastagság (mm)	3,01	3,02	3,05	3,05	3,06
	szélesség (mm)	15,11	15,06	15,00	14,93	14,87
	hosszúság (mm)	100,1	100,05	-	-	-
A minta	vastagság (mm)	2,02	2,04	2,03	2,02	2,00
	szélesség (mm)	15,05	15,06	15,05	15,05	15,06
	hosszúság (mm)	82,5	81,0	80,5	81,0	81,0

A tömegmérés során azt kaptam, hogy $m_{14} = 40,1771g$ illetve $m_A = 14,6436g$, valamint az A minta további adataiból $V_A = 5,572cm^3$. Ezekből meghatározható a minták sűrűségei: $\rho_A = (2628 \pm 5) kg / m^3$ és $\rho_{14} = (8822 \pm 5) kg / m^3$. A mérés hibáját a hossz mérés hibájából és az elméletileg fellépő tömegmérés hibájából számolhatjuk. A 14-es minta hosszúságmérésén kívül az adatokat a táblázatban csavarmikrométerrel mértem, ezáltal pontosságuk $\pm 0,005mm$, a 14-es minta hosszúságának hibája $\pm 0,025mm$.

- adott hossz mellett különböző rezgési modulusok frekvenciái

A szélesített végű A mintát rögzítve a pofák közé az alábbi gerjesztéseket kaptam:

rezgési módus	feles gerjesztés (Hz)	egészes gerjesztés (Hz)	várt érték* (Hz)	eltérés
alap modulus	127,36	254,52	-	-
1. felharmonikus	798,92	1633,8	1595	2,4%
2. felharmonikus	2255,3	4521,5	4466	1,2%
3. felharmonikus	4394,7	8806,0	8836	0,3%

*: az elvi alapokban tárgyaltak szerint, ha ismerjük az alap modulushoz tartozó frekvenciát, akkor annak ismeretében az elméleti levezésből következő k értékek alapján kiszámolhatjuk a következő rezgési modulus várt frekvenciáját.

- rezonanciagörbe

A szélesített végű, A jelzésű minta amplitúdó-frekvenciafüggéseit az alábbi táblázat mutatja:

feszültség (<i>mV</i>)	frekvencia (<i>Hz</i>)	feszültség (<i>mV</i>)	frekvencia (<i>Hz</i>)
67	254,23	67	254,25
61	254,16	64	254,29
56	254,13	58	254,32
51	254,10	53	254,35
45	254,06	40	254,44
40	254,02	47	254,40
35	253,98	36	254,48
33	253,96	31	254,53
31	253,92	25	254,61
27	253,87	21	254,7
23	253,80	15	245,89
19	253,72	11	255,12
15	253,56	7	255,51
12	253,37	4	256,17
9	253,11		
4	252,19		

korrelációs együttható értéke csaknem 1, ezzel igazoltuk a Steiner tételt. A mérés során az egyes tárcsák tömegeinek értékei $196,3106g$ és $194,6501g$ voltak. A tárcsák átmérője $45,00mm$ volt mindkét esetben, mely értékeket a tolómérővel mértem, így hibájuk $\pm 0,03mm$. A fémhuzal hossza $592 \pm 1mm$ volt (mm léptékű mérőszalaggal mérve), vastagsága pedig 3 helyen mérve csavarmikrométerrel $0,51mm$ -nek adódott. A mért eredmények alapján a torzió modulus értéke $G = 8,79 \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}$. A mérés hibáját számolhatjuk az egyenes-illesztés hibájából ami $\Delta a = 0,5\%$. Legnagyobb hibát azonban láthatóan a torziós szál vastagsága jelenti, mert a csavarmikrométer pontossága $\pm 0,01mm$, így $\Delta d = 1,96\%$. Mivel ez G képletében 4-ik hatványon van, az okozott hiba egy mérésnél közel 8%-os, e mellett szemmel láthatóan eltörpül a tömegmérés és a szál hosszának hibája. Vagyis a torzió modulus értéke $G = (8,7 \pm 0,7) \cdot 10^{10} \frac{N}{m^2}$. A többszöri mérés csökkentheti valamelyest a hiba mértékét, azonban a szórás mértéke egybevetethető a csavarmikrométer pontosságával, így nem érvényes az általános képlet, mely szerint a mérések számának növelésével a hiba mértéke gyökösen csökkenthető.

Az 5-ik helyzetben 3 további, kisebb kitérésre is elvégeztem a periódusidő mérést, ennek értéke $80,845s$, $80,703s$ és $80,646s$ volt.

Melléklet

Havancsák Károly: Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban, ELTE
Eötvös Kiadó, Budapest, 2003.