

# Jegyzőkönyv a fajhő méréséről (5)

Készítette: Tüzes Dániel

Mérés ideje: szerda 14-18 óra

Jegyzőkönyv elkészülte: 2008-09-24



## A mérés célja

A feladat egy szilárd anyag (fém) fajhőjének közelítő meghatározása. Ugyan ma már automatikavezérelt gépek is rendelkezésre állnak ezen meghatározására, a mérésnek didaktikai célja van: számítógép segítségével ugyan, de manuálisan meghatározni a fajhőjét egy anyagnak. A természettudományos alapelvekből következik, hogy a mérőberendezések nem lehetnek tökéletesek, de ezen mérés egyik célja megmutatni, hogy nem feltétlenül szükséges tökéletes eszközöket készíteni, a hibák és veszteségek megfelelő figyelembe vételével kielégítő eredmény kapható.

## Elvi alapok

A fajhő definíciójából, miszerint egy anyag  $c$  fajhőjére fennáll, hogy  $Q = c \cdot m \cdot \Delta T$ , abból egyszerűen meghatározható a minta  $w$  hőkapacitása:  $w = c \cdot m = Q / \Delta T$ . Ez a mennyiség egy adott anyagdarab jellemzője. Hogy csak az anyagi minőségtől függjön, arányítani kell a tömegével, vagyis  $c = Q \Delta T / m$ . Ez már csak az anyagi minőségtől függ, ezen értéket lehet publikálni, és összevetni mások eredményével.

A fajhő mérésére szolgáló eszköz a hőértékmérő eszköz, más néven kaloriméter. E berendezés által fogjuk tudni mérni a közölt hőt és a test hőmérsékletét jelen esetünkben. Vagyis a kaloriméter kölcsönhatásban lesz vizsgált anyaggal. Célunk, hogy a vizsgált anyag környezete jó közelítéssel csak a kaloriméter legyen.

## Mérési módszerek áttekintése

A fajhő meghatározásához szükséges tudni a kaloriméter  $v$  hőkapacitását, és környezetével való hőcseréjének mértékét. Előbbi úgy mérjük, hogy hőt közlünk a kaloriméterrel, melynek során vizsgáljuk annak hőmérséklet-változását. A hő közlést fűtőszállal végezzük, melyen elektromos áramot folytatunk át. Ismert, hogy egy adott egységen az elektromos teljesítmény  $U^2 / R$ , ahol  $U$  az egységen eső feszültség,  $R$  pedig annak ellenállása. Ebből a  $W$  végzett munka, és egyben a közölt hő (1.1)  $W = U^2 \Delta t / R$ .  $R$  értéke adott,  $U$  értéke pedig a mérés során kívánt értékre állítható. Feltételezzük, hogy a végzett munka csak hőtermeléssel jár, így  $W = v \Delta T$ . Az (1.1) képletből visszahelyettesítve ebből kifejezhetjük a kaloriméter hőkapacitásának értékét:  $v = \frac{U^2 \Delta t}{R \Delta T}$ . A környezettel való hőcserét a melegítési szakasz utáni hőmérséklet-változás időbeli függéséből fogjuk meghatározni.

A vizsgált anyag fajhőjének meghatározásához két módszer kerül alkalmazásra. (A pontos számításnál figyelembe lesz véve a rendszer környezettel való hőcseréje.)

- A vizsgált testet felmelegítjük egy termosztátban adott hőmérsékletre, majd gyorsan a hidegebb, ismert hőmérsékletű kaloriméterbe helyezzük, és azt zárjuk. A két test között hőcsere megy végbe, melynek során kiegyenlítődik a hőmérsékletük. Ideális rendszert feltételezve a hőátadások értéke megegyező az energia-megmaradás miatt. A belső

energiákkal:  $\Delta E_{b, \text{kaloriméter}} = \Delta E_{b, \text{minta}}$ , ahol  $\Delta E_b = c \cdot m \cdot \Delta T$ , így  $c = \frac{v}{m} \frac{T_{\text{közös}} - T_{\text{kaloriméter}}}{T_{\text{minta}} - T_{\text{egyensúlyi}}}$ .

- Hőt közlünk a rendszerrel elektromos fűtéssel, melynek során vizsgáljuk annak hőmérséklet-változását. Az kaloriméter hőkapacitásának méréséhez hasonló ez az eljárás. A

végzett munka itt is hőtermelésre fordítódik, mely jelen esetünkben  $W = (w + v)\Delta T$ , és a

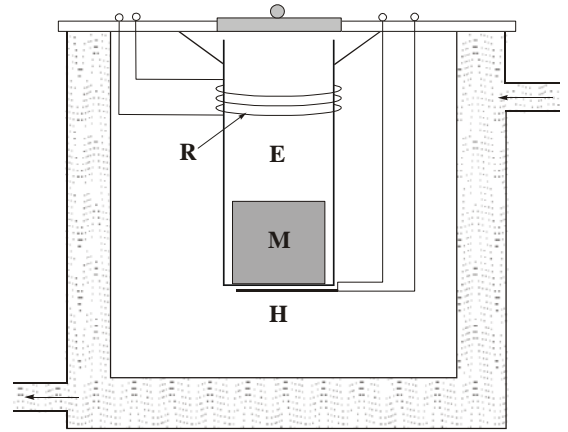
$$\text{keresett mennyiségre } c = \frac{U^2 \Delta t}{m R \Delta T} - \frac{v}{m}.$$

## A mérési módszereinek részletes ismertetése

- A kaloriméter hőkapacitásának és hőátadási tényezőjének meghatározása

Tekintsük jobb oldalt a mérési elrendezés vázlatát. R a fűtőszál, H egy termoelem, E a kaloriméter belseje. A kaloriméteren kívül lévő kettős falú tartályban vizet keringtetünk az állandó hőmérsékletű környezet szimulálásáért. H termoelem feszültségéből tudjuk a kaloriméter hőmérsékletét.

H termoelemet a labor már korábban kalibrálta, a kivezetésein mérhető feszültség a számítógépen már mint azzal ekvivalens hőmérséklet jelenik meg. A gép ezt rögzíti az idő függvényében. Továbbá rögzíti, hogy R fűtőszál mennyi ideig volt bekapcsolva.



A kaloriméter hőkapacitásának meghatározása során a kaloriméter az M minta nélkül üzemel. A befűtés előtt (előszakasz) elkezdjük az adatgyűjtést, ezen adatok extrapolálásával a fűtés alatti környezeti hőmérsékletet meghatározhatjuk. Törekszünk arra azonban, hogy már az előszakaszban állandó legyen a hőmérséklet.

A befűtés során (főszakasz) továbbra is mérjük a hőmérsékletét a rendszernek, végig a lehűlés (utószakasz) során is. A befűtés során néhány °C-os hőmérsékletemelkedést érünk el, majd hagyjuk a rendszert hűlni, exponenciálisan megközelítve a környezet  $T_{\text{körny}}$  hőmérsékletét. Az egész mérés hozzávetőleg 20 percig tartott.

A Newton-féle lehűlési törvény alapján a hőcsere üteme arányos a közegek hőmérséklet különbségével, vagyis (1.2)  $\frac{dQ_{\text{kalori} \rightarrow \text{körny}}}{dt} = h(T_{\text{kalori}} - T_{\text{körny}})$ , ahol  $h$  a kaloriméter-környezet hőátadási

együtthatója, az energia-megmaradás szerint  $v \frac{dT_{\text{kalori}}}{dt} = \frac{dQ_{\text{közölt}}}{dt} - \frac{dQ_{\text{kalori} \rightarrow \text{körny}}}{dt}$ , ezekből kapjuk

formális átrendezéssel és integrálással, hogy  $\int v \left( dT_{\text{kalori}} + \frac{h}{v} (T_{\text{kalori}} - T_{\text{körny}}) dt \right) = \int dQ_{\text{közölt}}$ . Kezdetben

$T_{\text{kalori}} = T_{\text{körny}}$ , így a befűtés elejétől az utószakasz egy pontjáig integrálva, átrendezve:

$$v \left( T_{\text{kalori}, t_2} + \int_{t_1}^{t_2} \frac{h}{v} (T_{\text{kalori}} - T_{\text{körny}}) dt - T_{\text{körny}} \right) = Q_{\text{közölt}}. \text{ A zárójelben szereplő első két tag összege megadja,}$$

hogy mennyi lenne a kaloriméter hőmérséklete, ha az nem adott volna le hőt a környezetének. Legyen neve korrigált hőmérséklet, jele  $T^*$ . Ismert  $T^*$  esetén a kaloriméter hőkapacitása meghatározható,

$$(1.3) v = \frac{Q_{\text{közölt}}}{T^* - T_{\text{körny}}}. T^* \text{ értékének meghatározásához szükség van } h/v = \varepsilon_0 \text{ hűlési állandó értékére,}$$

melynek értékét az utószakaszból határozhatjuk meg, itt ugyanis 0 a hőcsere, ezért (1.2) alapján

$$v \frac{dT_{\text{kalori}}}{dt} = -h(T_{\text{kalori}} - T_{\text{körny}}). \text{ A differenciálegyenlet megoldása } T_{\text{kalori}} = T_{\text{körny}} + Ce^{-\varepsilon_0 t} \text{ (C tetszőleges konstans).}$$

A mérési adatokra exponenciális függvényt illesztve leolvasható  $\varepsilon_0$  értéke. Továbbá a

mérési adatokból az előző integrál numerikusan elvégezhető, így  $T^*$  értéke kiszámítható.  $T_{\text{körny}}$

értéke ismert, akárcsak  $Q_{\text{közölt}} = W$ , az (1.1) képlet alapján. Minden adott (1.3) egyenlet jobb oldalán, így  $v$  értéke meghatározható már.

- Fajhő mérése a kialakuló közös hőmérséklet alapján

A mérés előtt a vizsgált mintát egy termosztátba helyeztem, még a mérés legelején, így ekkorra már  $T_{\text{minta}, t_0}$  hőmérséklete beállt. Ezek után a termosztátot a kaloriméter felé helyeztem, majd a kaloriméter fedelének eltávolítása után abba ejtettem a testet, majd a kaloriméter tetejét visszahelyeztem. Így elenyésző ideig volt nyitva a kaloriméter és a minta-környezet hőveszteség is elenyésző.

A mérés során a pontosabb számításokért figyelembe vehetjük, hogy nem közvetlenül a minta, hanem a kaloriméter hőmérsékletét mérjük. A (1.2) összefüggés itt kétszeresen alkalmazandó. Egyrészt a minta adja át hőjét a nála hidegebb kaloriméternek (paramétere  $k$ ), másrészt a kaloriméter adja át hőjét a környezetének (paramétere  $h$ ). Az összefüggések egymásba ágyazásával,  $dQ_{\text{közölt}} = 0$

felhasználásával kapjuk az energia-megmaradásból következő (1.4)

$$v \frac{dT_{\text{kalori}}}{dt} + w \frac{dT_{\text{minta}}}{dt} = -h(T_{\text{kalori}} - T_{\text{körny}}) \text{ egyenlet segítségével levezethető}^1, \text{ hogy a keresett } c \text{ fajhőre}$$

$$(1.5) c = \frac{v}{m} \frac{T^* - T_{\text{körny}}}{T_{\text{minta}, t_0} - T_{\text{minta}}^*}, \text{ ahol } T_{\text{minta}}^* = T_{\text{körny}} + \frac{\varepsilon'}{\varepsilon' - \varepsilon_0} (T^* - T_k). \text{ Itt } \varepsilon' \text{ a ráfűtéses módszer főszakasza}$$

során illesztett exponenciális kitevőjében szereplő állandó. A levezetés során használt rövidítésekből

$$(1.6) k = \frac{\varepsilon \varepsilon' w}{\varepsilon_0}.$$

- A fajhő mérése ráfűtéssel

A mérés elkezdése előtt a minta már sok ideje a kaloriméterben állt, hőmérsékletük azonos és állandó volt. Ennek elérésében segített a kaloriméterbe helyezett hőkulcs. Az adatgyűjtést elkezdve, megbizonyosodva az állandó hőmérsékletről ismét, feszültséget kapcsoltam R ellenállásra. Néhány °C hőmérséklet-változás után a melegítést leállítottam. A hűlés során továbbra is rögzítettem a számítógéppel az adatokat.

Az adatok kiértékelése során fontos adat az  $\varepsilon'$ , mely a főszakasz (melegítés) görbéjére illesztett exponenciális hatványkitevőjében szereplő állandó. Felhasználva a Newton-féle hűlési törvényt,

$$\text{valamint a } v \frac{dT_{\text{kalori}}}{dt} + w \frac{dT_{\text{minta}}}{dt} = \frac{dQ_{\text{közölt}}}{dt} - h(T_{\text{kalori}} - T_{\text{körny}}) \text{ összefüggést, a levezetéseket mellőzve}^1$$

$$\text{kapjuk, hogy (1.7) } c = \frac{Q_{\text{közölt}} - v(T^* - T_{\text{körny}})}{m(T_{\text{minta}}^* - T_{\text{körny}})}.$$

$$\text{Ne feledjük, hogy } Q_{\text{közölt}} = W = \frac{U^2}{R} \Delta t.$$

## Mérési eredmények, hibaszámítás

- A kaloriméter hőkapacitásának és hőátadási tényezőjének meghatározása

Az alábbi táblázatban foglalom össze a mérési eredményeket és beállításokat:

fűtőellenállás	$R = (7,07 \pm 0,01) \Omega$
fűtőfeszültség	$U = (1781 \pm 0,5) mV$
fűtési idő	$t = (178,29 \pm 0,05) s$
környezet hőmérséklete	$T_{\text{körny}} = (17,858 \pm 0,03) ^\circ C$
hűlési állandó	$\varepsilon_0 = 0,085527 \text{ min}^{-1}$
korrigált hőmérséklet	$T^* = (21,448 \pm 0,004) ^\circ C$

Ezen adatokból, a (1.3) képletből adódóan megkapjuk a kaloriméter  $\nu$  hőkapacitását, melynek értéke:

$$\nu = 22,46 \frac{J}{K}, \text{ ill a } h \text{ hőátadási tényezőt, melynek értéke } h = 1,92 \frac{Ws}{\text{min} \cdot K}.$$

Habár a környezet hőmérsékletét állandónak akartuk, értékét az előszakasz adataiból extrapoláltuk, így látható, hogy ennek is van a hibája. Vegyük rendre a hibákat!

$$\Delta T^* = T^* \left( \frac{\Delta \varepsilon_0}{\varepsilon_0} + \frac{\Delta T_{\text{körny}}}{T_{\text{körny}}} \right) = 0,036 K$$

$$\Delta Q_{\text{közölt}} = Q_{\text{közölt}} \left( 2 \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta R}{R} \right) = \pm 0,21 Ws$$

$$\text{Ezen adatok alapján a mérés hibája: } \Delta \nu = \nu \left( \frac{\Delta Q}{Q} + \frac{\Delta T^*}{T^*} + \frac{\Delta T_{\text{körny}}}{T_{\text{körny}}} \right) = \pm 0,13 J / K, \text{ ill } \Delta h = 0,02 \frac{Ws}{\text{min} \cdot K}.$$

Utóbbi értékét a többszörös mérés hiányában  $\nu$  hibájából számoltam.

- Fajhő meghatározása a kialakuló közös hőmérséklet alapján

A mérési eredményeimet az alábbi táblázat tartalmazza.

minta tömege	$m = (4766,6 \pm 0,1) mg$
minta hőmérséklete	$T_{\text{minta}, t_0} = (34,0 \pm 0,1) ^\circ C$
környezet hőmérséklete	$T_{\text{körny}} = (17,972 \pm 0,001) ^\circ C$
főszakasz melegedési paramétere	$\varepsilon' = 4,527 \text{ min}^{-1}$
hűlési állandó	$\varepsilon = 0,0705 \text{ min}^{-1}$
korrigált hőmérséklet	$T^* = (20,567 \pm 0,003) ^\circ C$

A (1.5) képletből adódóan kiszámolható ezen adatokból a minta  $c$  fajhője, melynek értéke

$$c = 913 \frac{J}{K \cdot kg}.$$

A fajhő hibáját a  $\Delta c = c \left( \frac{\Delta v}{v} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta(T^* - T_{\text{körny}})}{T^* - T_{\text{körny}}} + \frac{\Delta(T_{\text{minta}, t_0} - T_{\text{minta}}^*)}{T_{\text{minta}, t_0} - T_{\text{minta}}^*} \right)$  összefüggésből kaphatjuk

meg. A részletek kiírását mellőzve, a hiba értéke  $\pm 10 \frac{J}{K \cdot kg}$

A minta-kaloriméter  $k$  hőátadási tényezőjére pedig kapjuk a (1.6) alapján, hogy  $k = 16,46 \frac{J}{\text{min} \cdot K}$ .

- A fajhő mérése ráfűtéssel

A mérési eredményeimet az alábbi táblázat tartalmazza.

fűtőellenállás	$R = (7,07 \pm 0,01) \Omega$
fűtőfeszültség	$U = (1780 \pm 0,5) mV$
fűtési idő	$t = (231,4 \pm 0,05) s$
környezet hőmérséklete	$T_{\text{körny}} = (17,846 \pm 0,001) ^\circ C$
hűlési állandó	$\varepsilon_0 = 0,0673 \text{min}^{-1}$
korrigált hőmérséklet	$T^* = (20,708 \pm 0,002) ^\circ C$

Az (1.7) összefüggés alapján kiszámolhatjuk a keresett fajhőt, melyre kapjuk, hogy  $c = 936 \frac{J}{K \cdot kg}$ . (A

feladat nem kéri ebben az esetben a hibaszámítást, azonban ezt megbecsülve a hiba  $\pm 20 \frac{J}{K \cdot kg}$ -ra tehető.)

## Megjegyzés

<sup>1</sup>: A levezetés megtalálható a következő műben:

Havancsák Károly: Mérések a klasszikus fizika laboratóriumban, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2003.