

Modern Fizika Labor

Fizika BSC

A mérés dátuma: 2009.04.27.	A mérés száma és címe: 12, Folyadékáramlás 2D-ben, Kármán örvényút	Értékelés:
A beadás dátuma:	A mérést végezte: Meszéna Balázs, Tüzes Dániel	

Mérés célja

A hidrodinamika egyenletei meglepő sokszínűséget biztosítanak a megvalósuló áramlásokra, ezért tárgyalhatóságuk egyszerűsítéséért megszorításokat alkalmazunk. Egyik ilyen, hogy az áramlást 2D-ban vizsgáljuk, vagyis létezik olyan sík, melyben a folyadék részecskék sebessége sík irányú. Ha a folyadékról feltesszük, hogy összenyomhatatlan, izotróp hőmérsékletű, még mindig olyan sokféle és összetett megoldásokat látunk, melyek pontos leírása ma is munkát adnak a kutatóknak. A labor során az egyik érdekes megvalósuló áramlást, a Kármán örvényút mozgását tanulmányozzuk.

Megjegyzés: habár a hidrodinamika elnevezés folyadékok vizsgálatára enged következtetni, ez a szakterület már régen túllépett ezen, és éppúgy tárgyalja a légnemű anyagok áramlását is.

A Navier-Stokes egyenlet dimenziótlanításából eljutunk az áramlások hasonlóságának fogalmához, mely megadja, hogy két elrendezés mellett – ha ismerjük a peremfeltételeket megadó környezet jellemző méreteit, a közeg jellemző sebességét, sűrűségét és viszkozitását –, mikor lesz a két megvalósuló áramlási kép egymáshoz hasonló. Meglepő, hogy a hasonlóság megvalósításához nem szükséges ugyanazt a halmazállapotú közeget használnunk. Eképp lehetőség van például a Föld légkörének a tanulmányozására a laboratóriumon belül is, ahol szappanhártyákkal modellezzük azt, a paraméterek megfelelő beállításával.

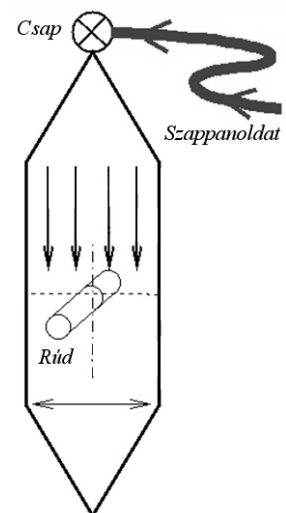
Tehát éppoly fontosságú lehet a szappanhártyák viselkedésének a vizsgálata, mint közvetlenül a Föld légköréé. A kivitelezhetőségért így a laborban előbbivel fogunk foglalkozni, azon belül is az említett Kármán örvényúttal. A jelenség bemutatása és a kapcsolódó elméleti leírások megtalálhatók a http://arpad.elte.hu/~bene/hidro/eloadas/7_eloadas/7_eloadas.html oldalon. Ugyanitt további ábrákat, videókat és fényképeket is találhatunk.



Egy példa a folyadékok és gázok hasonlóságára.
A képen egy kimagasló hegyet láthatunk, mely mögött a felhőben kirajzolódik a Kármán örvényút.

Mérési leírás

A mérési elrendezéshez tekintsük az ábrát! Két, közös kezdő és végpontú damil szál között szappanhártyát feszítünk ki. A hártyát függőleges helyzetben tartva, felülről, a közös kezdőpontnál folyamatosan, közel állandó sebességgel adagoljuk a szappanoldatot, mely lehetővé teszi a szappanhártya élettartamának a kinyújtását. Egy vizsgált szakaszon a két damil szálát pontosan függőleges helyzetbe hozzuk, a köztük lévő távolságot rögzítjük. A szappanhártyába kör keresztmetszetű, különböző átmérőjű testeket teszünk 1-1 mérés során. Jó közelítéssel mondhatjuk, hogy a vizsgált tartományban (ahol a két damil szál párhuzamos) a szappanhártya sebessége közel állandó, ezért lehetőségünk lesz megfigyelni a tárgy mögött kialakuló örvényeket. Az örvényeket az itt nem részletezett vékonyréteg-interferencia jelenséggel tesszük láthatóvá, a monokromatikus fényforrásként egy nátrium spektrállámpa szolgált.



A mérés során segítségünkre lesz egy nagysebességű videokamera, mellyel az egyes időpillanatokot kimerevíthetjük.

Mérési eredmények

Az egész mérés során igyekeztünk a két damil párhuzamos részének a távolságát – az ún. csatornaszélességet – 4,5cm körül tartani. A kamera 1000 kép/másodperc sebességgel rögzítette az eseményeket, beállított képaránya 2:1 volt. A kamerával készült mérési eredményekben a távolságot képpontban kaptuk meg, melyből cm-t úgy kaptunk, hogy lefényképeztünk egy vonalzót, ezzel kalibrálva a berendezést.

A mérés során 4 különböző átmérőjű kör keresztmetszetű akadályt tettünk a szappanhártya útjába. Mértük a szappanhártyán a leváló örvények sebességét és a kialakult örvényút frekvenciáját, vagyis az egységnyi időre jutó kialakult örvények számát.

- **Örvények sebessége**

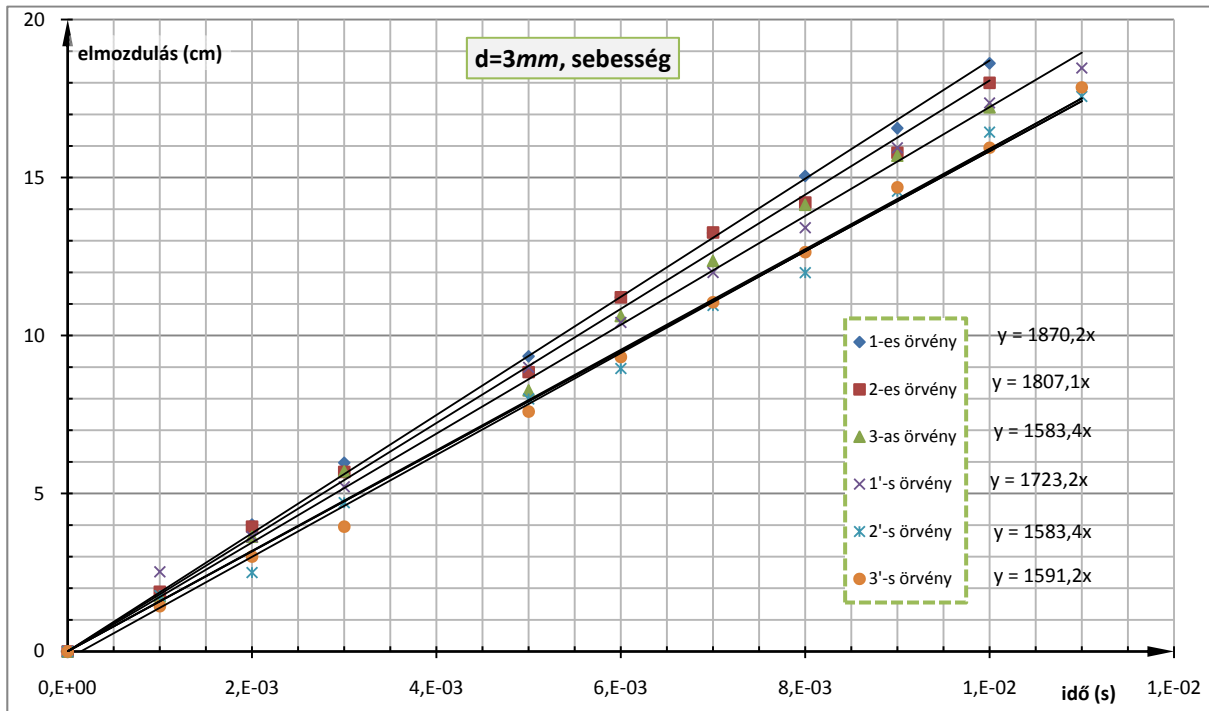
A felvételen kijelölve és nyomon követve néhány jellegzetes hely (pl örvényközeppontok) mozgását, abból meghatározható az örvények sebessége. Adott keresztmetszetenél 2 független mérést, egy mérés során 2-3 örvény mozgását követtük. Azért nem többet és többször, mert nehézkes volt a megfelelő örvények megtalálása, idő hiányában pedig csak ennyire futotta.

A 3mm-es átmérőjű akadállyal végzett mérés során kapott adatokat feldolgozása után az alábbi táblázatban foglaljuk össze:

idő (s)	1-es örvény koordinátái			2-es örvény koordinátái			3-es örvény koordinátái			3mm-es akadály, 1. mérés
	x (cm)	y (cm)	\Delta r (cm)	x (cm)	y (cm)	\Delta r (cm)	x (cm)	y (cm)	\Delta r (cm)	
0	23,52	1,421	0	15,47	-0,4736	0	6,788	0	0	
0,001	21,79	1,105	1,733627	13,58	-0,4736	1,747104	5,052	0,1579	1,365367	
0,002	19,58	0,6315	3,96927	11,52	-0,3157	3,560258	3,157	-0,1579	3,082656	
0,003	17,68	0,1579	5,912635	9,788	-0,4736	5,18504	1,105	-0,4736	4,87272	
0,005	14,37	-0,4736	9,219561	6,63	-0,3157	7,871413	-1,421	-0,9472	7,028598	
0,006	12,47	-0,4736	10,96419	4,262	-0,3157	9,856081	-3,789	-0,9472	8,542786	
0,007	10,58	-1,421	13,07621	2,21	-0,4736	11,59514	-5,525	-1,105	9,605722	
0,008	8,683	-1,105	14,65643	1,263	-0,3157	12,2217	-7,262	-1,579	10,77894	
0,009	7,104	-0,7893	15,90174	-0,3157	-0,4736	13,4876	-8,841	-1,421	11,09513	
0,01	5,052	-0,9472	17,74662	-2,526	-0,3157	14,84942	-1 0,42	-0,7893	10,68726	

idő (s)	1'-es örvény koordinátái			2'-es örvény koordinátái			3'-es örvény koordinátái			3mm-es akadály, 2. vésző mérés
	x (cm)	y (cm)	\Delta r (cm)	x (cm)	y (cm)	\Delta r (cm)	x (cm)	y (cm)	\Delta r (cm)	
0	19,73	3,315	0	11,84	0,6315	0	3,473	-0,4736	0	
0,001	17,21	3,631	1,986278	10,26	-0,1579	1,754702	2,052	-0,3157	0,973494	
0,002	16,1	3,473	3,005519	9,472	-0,1579	2,41104	0,4736	-0,3157	2,131558	
0,003	14,52	2,999	4,585918	7,262	-0,4736	4,406491	-0,4736	-0,6315	3,029892	
0,005	10,74	1,579	8,507879	3,947	-0,6315	7,140699	-4,105	-0,9472	5,720465	
0,006	9,314	1,421	9,759237	2,999	-0,7893	7,973279	-5,841	-0,7893	6,668175	
0,007	7,736	1,105	11,2132	0,9472	-0,4736	9,303225	-7,578	-0,4736	7,390227	
0,008	6,315	1,737	11,9341	0	-1,263	10,53426	-9,156	-0,9472	8,61034	
0,009	3,789	1,263	14,15924	-2,684	-0,4736	11,84166	-11,21	-0,9472	9,550276	
0,01	2,368	0,9472	15,4209	-4,578	-0,1579	12,80941	-12,47	-0,6315	9,752213	
0,011	1,263	0,9472	16,21789	-5,683	-0,6315	13,85443	-14,37	-1,105	10,81704	

A mérési eredményeket az alábbi közös grafikon ábrázolja:



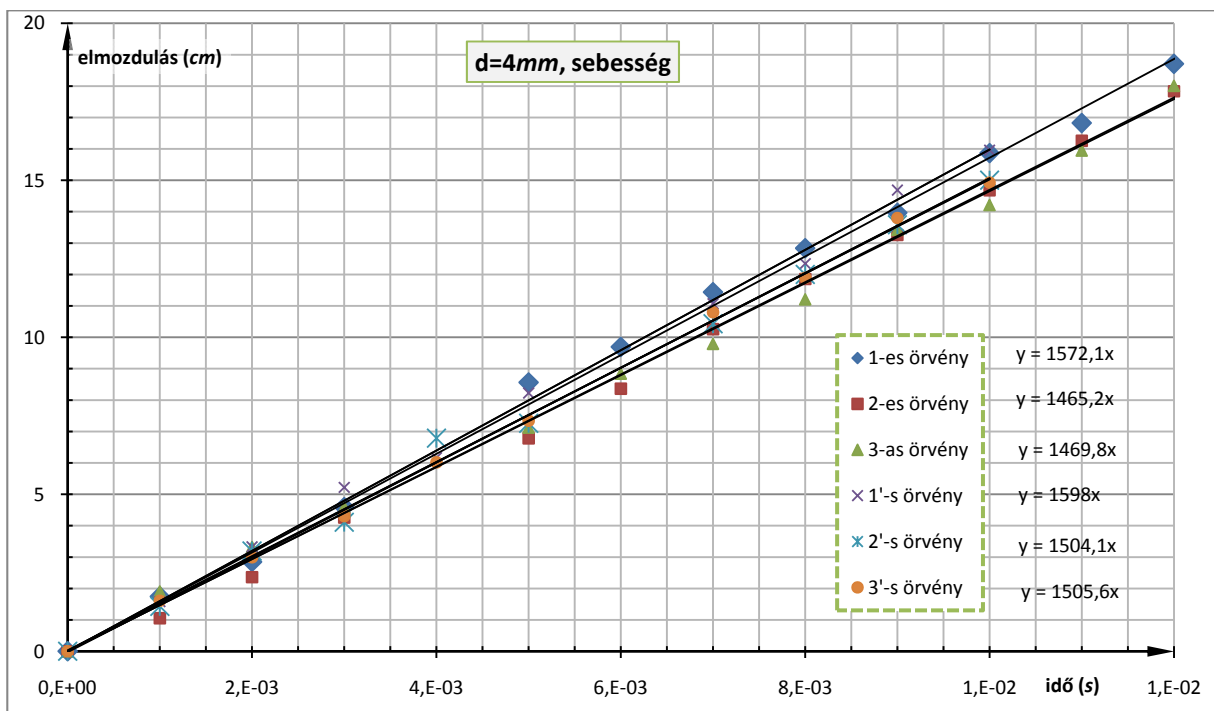
A mérési eredmények jó közelítéssel egy egyenesre esnek. Az eltérést az okozhatja, hogy nem volt állandó a szappanhártya sebessége, mind időben (a vesszősök és vesszőtlenek közti különbség, a vesszős később készült), mind pedig térben (különböző sorszámú örvények a képernyő különböző helyén voltak). Előbbinek okozója, hogy a szappanoldat adagolója egy üveg alján lévő kifolyó, a kifolyt oldat miatt a nyomás és így a szappanoldat sebessége csökken, utóbbit pedig a damilszálak nem pont párhuzamos elrendezése okozhatja, ugyanis ha lefele kicsit szélesedik, akkor lentebb lassabban folyik a szappanhártya, ha feltételezzük az állandó szappanhártyavastagságot.

A mérésről leolvashatjuk, hogy a szappanhártya sebessége $\langle v_{3mm} \rangle = (1,69 \pm 1,3) m/s$, ahol a hibát az átlagsebességek szórásából számoltuk.

Hasonlóképp megmértük a 4, 5 illetve 2,5mm átmérőjű akadály során az örvények sebességét, melyet rendre az alábbi táblázatok és grafikonok mutatnak.

idő (s)	1-es örvény koordinátái			2-es örvény koordinátái			3-es örvény koordinátái		
	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)
0	9,314	-3,631	0	21,94	0,3157	0	-0,6315	2,999	0
0,001	7,578	-3,789	1,743175	21	-0,1579	1,052567	-2,526	3,157	1,901077
0,002	6,473	-3,789	2,84539	19,58	0,3157	2,36	-3,947	2,842	3,319215
0,003	4,736	-3,947	4,588893	17,68	0,3157	4,26	-5,21	2,684	4,589323
0,005	0,7893	-4,42	8,561135	15,16	0,3157	6,78	-7,736	3,473	7,120295
0,006	-0,3157	-4,736	9,692892	13,58	0,1579	8,361489	-9,472	2,999	8,8405
0,007	-2,052	-4,894	11,43596	11,68	0,3157	10,26	-10,42	3,157	9,789775
0,008	-3,473	-4,736	12,83466	10,1	-0,3157	11,85682	-11,84	2,999	11,2085
0,009	-4,578	-5,052	13,96449	8,683	0,1579	13,25794	-14,05	3,315	13,42222
0,01	-6,473	-5,21	15,86577	7,262	0	14,68139	-14,84	3,315	14,21201
0,011	-7,42	-5,368	16,82391	5,683	0,4736	16,25777	-16,58	3,157	15,94928
0,012	-9,314	-5,368	18,70881	4,105	0,4736	17,8357	-18,63	3,631	18,00959
0,013	-10,89	-5,368	20,27853	2,842	0,4736	19,09865	-20,37	3,157	19,73913

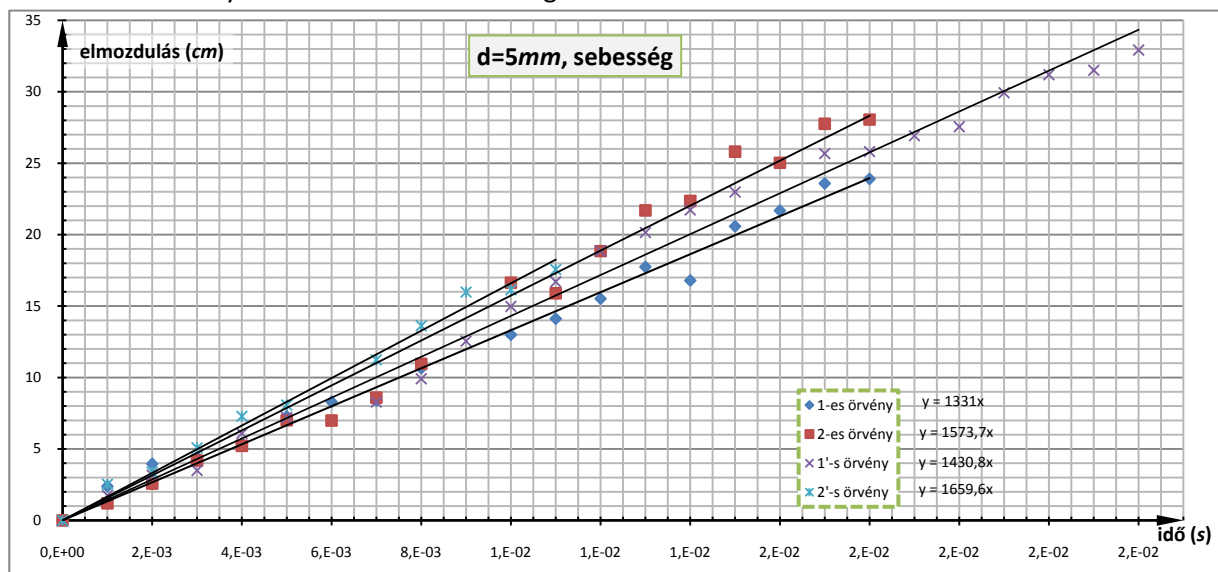
4mm-es akadály, 1. mérés



Az illesztett egyenesekből az örvényút sebessége: $\langle v_{4mm} \rangle = (1,52 \pm 0,05) m / s$.

5mm-es akadály, 1. mérés							5mm-es akadály, 2. vesszős mérés						
idő (s)	1-es örvény koordinátái			2-es örvény koordinátái			idő (s)	1-es örvény koordinátái			2-es örvény koordinátái		
	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)		x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)
0	34,82	-23,9	0	65,83	-23,42	0	0	36,08	-24,21	0	63,3	-25	0
0,001	32,44	-23,74	2,385372	64,73	-23,9	1,200167	0,001	34,34	-24,37	1,747341	60,77	-24,85	2,534443
0,002	30,86	-23,74	3,963231	63,3	-23,9	2,575131	0,002	32,92	-24,37	3,164048	59,98	-24,37	3,379245
0,003	30,38	-23,9	4,44	61,72	-24,21	4,185236	0,003	32,6	-24,53	3,494682	58,24	-25,32	5,070108
0,004	29,44	-24,21	5,388924	60,61	-23,58	5,222452	0,004	30,07	-25,16	6,08462	56,02	-25,32	7,28703
0,005	27,54	-23,9	7,28	58,87	-24,21	7,004691	0,005	28,96	-25,32	7,206004	55,23	-25,32	8,076342
0,006	26,59	-22,79	8,304517	58,87	-24,05	6,988455	0,007	27,85	-25,16	8,284648	52,07	-25,16	11,23114
0,007	26,43	-23,42	8,403719	57,29	-24,37	8,592677	0,008	26,27	-25,64	9,913677	49,69	-25,48	13,61846
0,008	24,21	-22,95	10,65245	54,91	-24,37	10,96125	0,009	23,58	-25,32	12,54919	47,32	-25,16	15,9808
0,01	21,84	-23,26	12,99577	49,22	-24,37	16,63715	0,01	21,68	-28,33	14,9778	47,16	-25,16	16,14079
0,011	20,73	-23,11	14,11213	50,01	-25	15,8987	0,011	19,94	-28,49	16,69784	45,74	-25	17,56
0,012	19,31	-23,42	15,51743	47	-24,21	18,84656	0,012	17,72	-28,49	18,85227	43,36	-25,32	19,94257
0,013	17,09	-23,26	17,74155	44,15	-24,37	21,7008	0,013	16,46	-28,8	20,14975	42,1	-24,69	21,20227
0,014	18,04	-23,26	16,7922	43,52	-24,85	22,35578	0,014	14,88	-28,96	21,72562	40,67	-25	22,63
0,015	14,24	-23,74	20,58062	40,04	-24,37	25,80749	0,015	13,29	-27,22	22,98791	37,82	-25,48	25,48452
0,016	13,14	-24,05	21,68052	40,83	-24,69	25,03224	0,017	10,44	-25,48	25,67143	34,66	-25,32	28,64179
0,017	11,24	-24,21	23,58204	38,14	-25,32	27,75511	0,018	10,29	-25,32	25,81388	34,02	-25,48	29,28393
0,018	10,92	-24,37	23,90462	37,82	-25	28,05453	0,019	9,179	-25,32	26,92389	32,44	-25,48	30,86373
							0,02	8,546	-25,32	27,55637	30,54	-25,32	32,76156
							0,021	6,172	-25,32	29,92859	29,28	-25,32	34,0215
							0,022	4,906	-25,32	31,19376	26,43	-25,32	36,87139
							0,023	4,589	-25,16	31,50533	25,64	-25,95	37,67198
							0,024	3,165	-25	32,92448	23,42	-26,27	39,90022

A mérési eredményeket ezúttal is ábrázoltuk grafikusan:

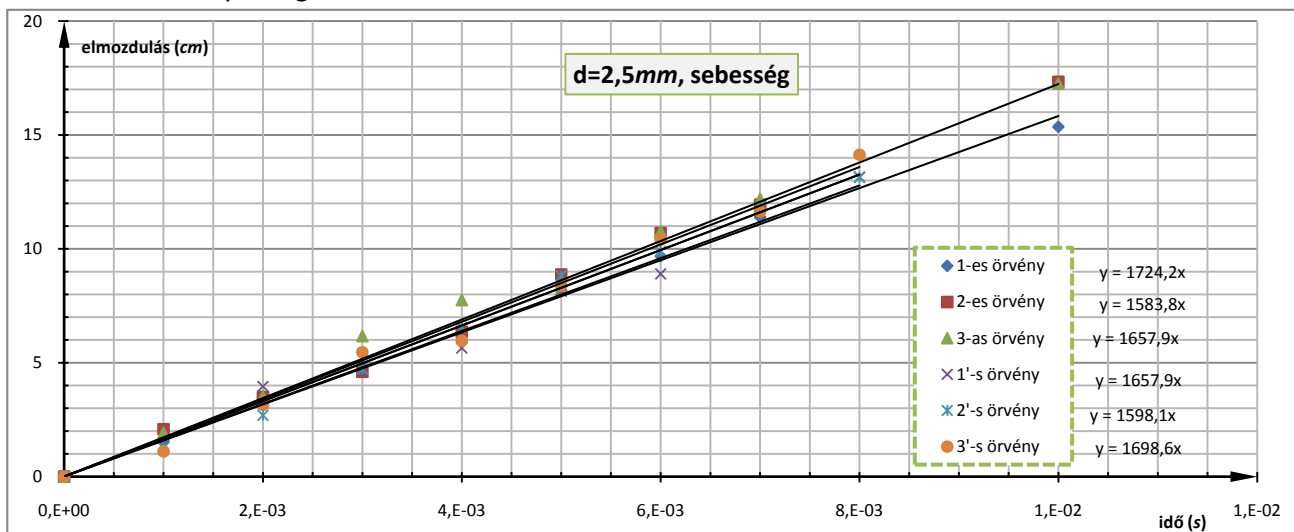


Az illesztett egyenesekből $\langle v_{5mm} \rangle = (1,50 \pm 0,15) m / s$.

idő	1-es örvény koordinátái			2-es örvény koordinátái			3-es örvény koordinátái			2,5mm-es akadály, 1. mérés
	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	
0	-3,798	-6,647	0	1,108	-4,748	0	7,754	-6,014	0	
0,001	-4,906	-7,754	1,566242	-0,9495	-5,064	2,081625	5,855	-5,697	1,925277	
0,002	-7,121	-7,596	3,455854	-2,374	-5,064	3,496309	4,273	-5,539	3,513259	
0,003	-8,546	-7,438	4,813438	-3,482	-5,064	4,600865	1,583	-6,014	6,171	
0,004	-9,812	-8,229	6,218595	-5,222	-5,381	6,361571	0	-6,014	7,754	
0,005	-11,71	-8,704	8,175023	-7,596	-6,488	8,876216	-0,4748	-6,647	8,253111	
0,006	-13,29	-8,546	9,680096	-9,495	-6,172	10,6982	-3,007	-6,488	10,77143	
0,007	-15,03	-8,546	11,3914	-10,76	-6,014	11,93533	-4,431	-6,488	12,19422	
0,01	-18,83	-9,812	15,36158	-16,14	-6,488	17,33554	-9,495	-6,647	17,26061	

idő	1-es örvény koordinátái			2-es örvény koordinátái			3-es örvény koordinátái			2,5mm-es akadály, 2. vesség
	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	x (cm)	y (cm)	$ \Delta r $ (cm)	
0	-9,653	-8,546	0	-4,431	-6,33	0	2,849	-5,855	0	
0,001	-10,92	-8,387	1,276938	-5,697	-6,172	1,275821	1,741	-5,855	1,108	
0,002	-13,61	-8,546	3,957	-7,121	-6,33	2,69	-0,1583	-6,805	3,153784	
0,003	-14,24	-8,862	4,597872	-9,02	-7,438	4,720867	-2,374	-7,438	5,45762	
0,004	-15,19	-9,653	5,646576	-10,92	-7,28	6,558172	-2,69	-8,071	5,965834	
0,005	-17,72	-9,653	8,1426	-13,14	-7,754	8,824651	-5,381	-7,438	8,380858	
0,006	-18,52	-9,337	8,902212	-14,24	-7,596	9,890361	-7,28	-8,229	10,40349	
0,007	-21,21	-9,337	11,58404	-16,14	-7,754	11,79527	-8,704	-7,28	11,64055	
0,008	-22,79	-9,179	13,15224	-17,41	-8,387	13,14099	-11,24	-6,963	14,1325	

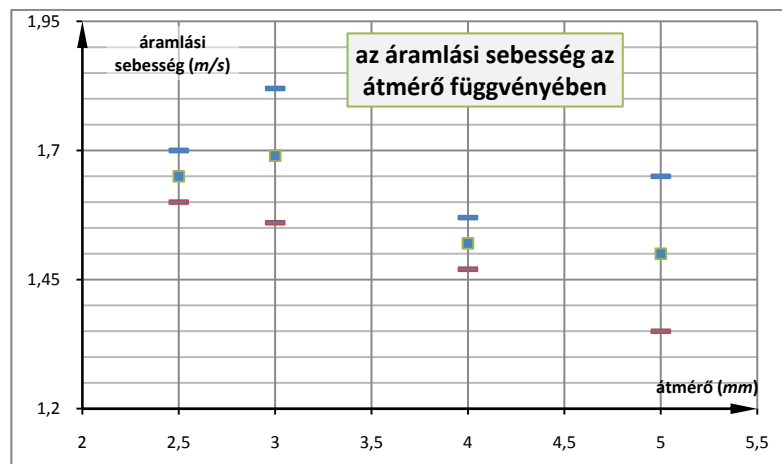
A mérési eredményeket grafikusan szemléltetve:



A mérésekből: $\langle v_{2,5mm} \rangle = (1,65 \pm 0,05) m/s$.

- A leválási frekvencia mérése**

Feltételezve, hogy a levált örvények a szűk vizsgálódási tartományon belül azonos gyakorisággal érkeznek, az „örvényszám-megmaradást” kihasználva könnyen meg lehet mérni a leválási frekvenciát. Ugyanis egy adott helyet figyelve, az idő tengelyén megjelöljük azokat a pontokat, amikor örvény halad el a vizsgált pont előtt. Vizsgálva két ilyen esemény közt eltelt időt, annak reciproka a leválási frekvencia. A sebességmérésnél használt átmérőjű akadályokkal vizsgáltunk ebben az esetben is.



Naiv dolog volna feltételezni, hogy a kamera időfelbontása messze felülmúlná a térbeli felbontóképességet (ez nem is volna cél a gyártók részéről), ezért a pontos időkülönbségek mérésénél valójában nem pont ugyan azon pont előtt elhaladó örvényeket kell nézni, hanem csak hozzávetőleg: a vizsgált ponttól való távolságból és az örvény haladási sebességéből pedig jó közelítéssel meg lehet határozni, hogy mikor érne egzaktul (a mérési pontosságokhoz mérten) a vizsgált pontba az örvény. Egyszerűbb megoldás viszont, mely a végeredmény átlagát nem is befolyásolja, ha ezt nem vesszük figyelembe, és úgy vesszük, hogy akkor van pontosan a vizsgált pontban az örvény, amikor legközelebb van hozzá valamelyik felvételen. Az ebből a mérésekből adódó szórás lehetőséget ad a hiba becslésére.

1-1 átmérő mellett 2-3 független mérést végeztünk. A mérési eredményeket az alábbi táblázat tartalmazza:

d=3mm				d=4mm				d=5mm				d=2,5mm			
időp (ms)	Δt (s)	időp (ms)	Δt (s)	időp (ms)	Δt (s)	időp (ms)	Δt (s)	időp (ms)	Δt (s)	időp (ms)	Δt (s)	időp (ms)	Δt (s)	időp (ms)	Δt (s)
251		960		899		1215		-49		742		22		1065	
261	10	949	11	910	11	1229	14	-31	18	723	19	40	18	1058	7
270	9	940	9	924	14	1241	12	-15	16	704	19	57	17	1051	7
280	10	930	10	939	15	1255	14	2	17	688	16	77	20	1043	8
291	11	920	10	954	15	1270	15	22	20	670	18	95	18	1036	7
299	8	911	9	974	20	1286	16	40	18	654	16	112	17	1026	10
308	9	903	7	986	12	1299	13	57	17	638	16	133	21	1014	12
317	9	894	10			1316	17	77	20			153	20	1004	10
328	11	885	9					94	17			170	17		
338	10							112	18			186	16		
347	9							133	21			201	15		
355	8							153	20						
átlag (s)	9,42			14,46				17,96				8,21			
szórás (s)	0,96			2,34				1,51				1,98			

A táblázatból leolvasható, ha hibának a szórást vesszük, akkor várható érték

$$\langle T_{d=3mm} \rangle = (9,42 \pm 0,96) s \Rightarrow \langle f_{d=3mm} \rangle = (0,106 \pm 0,01) / s ,$$

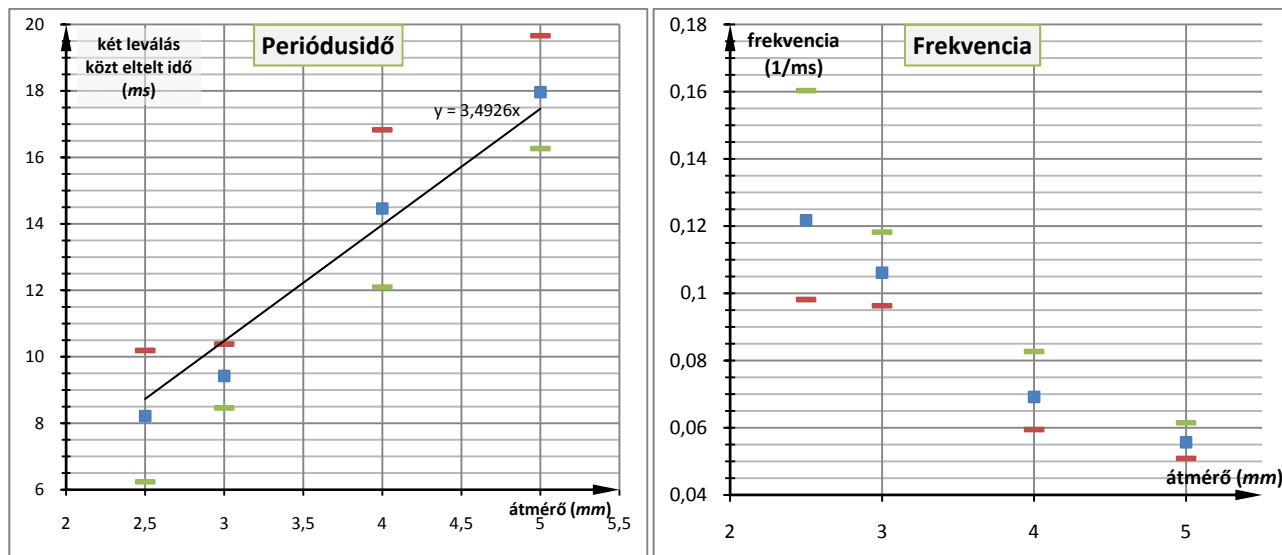
$$\langle T_{d=4mm} \rangle = (14,46 \pm 2,34) s \Rightarrow \langle f_{d=4mm} \rangle = (0,069 \pm 0,009) / s ,$$

$$\langle T_{d=5mm} \rangle = (17,96 \pm 1,51) s \Rightarrow \langle f_{d=5mm} \rangle = (0,0557 \pm 0,004) / s ,$$

$$\langle T_{d=2,5mm} \rangle = (8,21 \pm 1,98) s \Rightarrow \langle f_{d=2,5mm} \rangle = (0,121 \pm 0,02) / s .$$

Sajnálatos módon látható, hogy a relatív hiba bőven meghaladhatja a 10%-ot is, így a hibaterjedés képletei nem lesznek érvényesek (ott ugyanis a kis hibák miatt a linearitást feltételeztük).

A mérési eredményeket grafikonon is ábrázoltam:



A mérési eredményekre egyenest illesztettem, noha nem nagy dicsőség ezt 4 pontra megtenni. Szintűgy feltüntettem a frekvenciát.

A dokumentum végéhez csatolom a mérés során a 3mm-es örvényútnál illetve a kalibráláshoz használt fényképeket. A fényképek nagyítási mértékei megegyeznek.



8

9

3

10

11

4

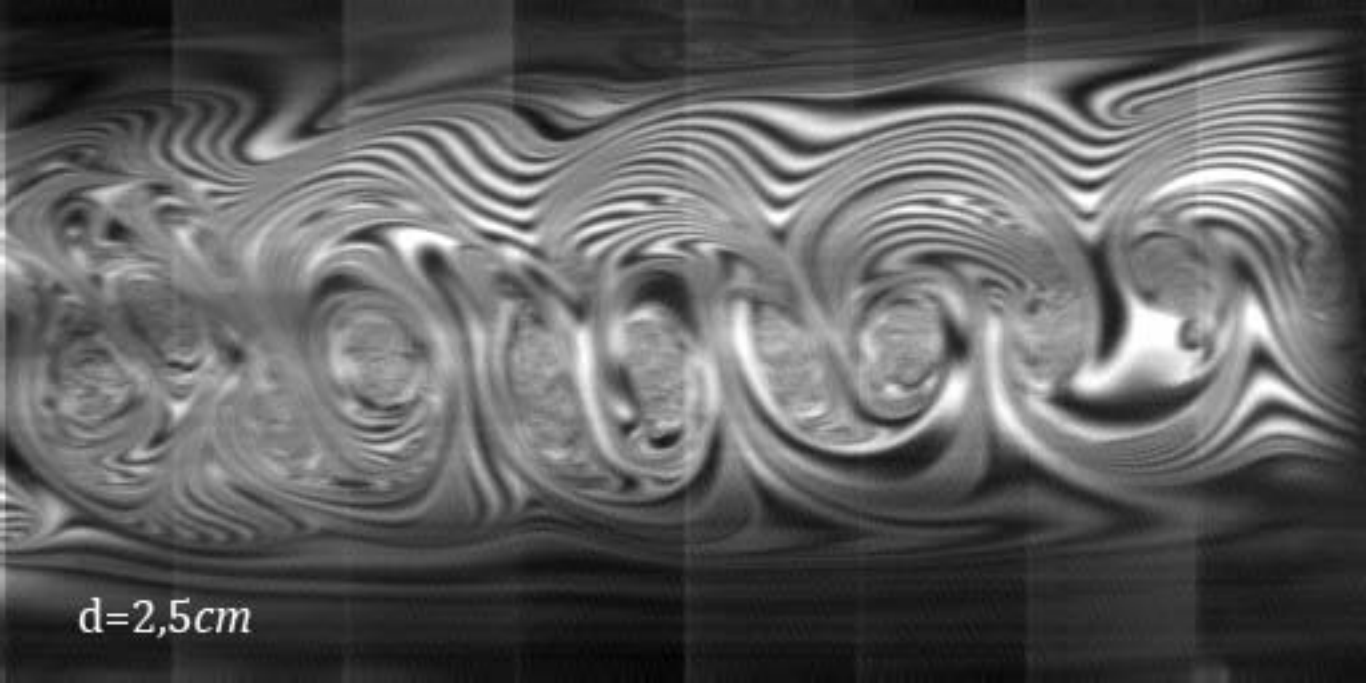
12

13

14

15

5



$d=2,5cm$