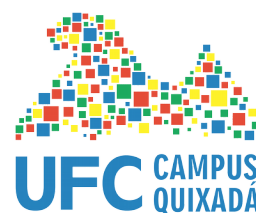




Meia Maratona de Programação
Encontros Universitários 2020

Caderno de Problemas

10 de março de 2021



Grupo de Estudos para a Maratona de Programação(GEMP)

Informações e Instruções

Este caderno contém 6 problemas, listados de *A* a *F*. As páginas estão numeradas de 0 a 10, contando com esta página de instruções. Verifique se o caderno está correto.

A correção é automática, portanto siga atentamente as exigências dos problemas quanto ao formato da entrada e saída de seu programa.

Não implemente nenhum recurso gráfico nas suas soluções (janelas, menus, etc.), nem utilize qualquer rotina para limpar a tela ou posicionar o cursor.

Procure resolver o problema de maneira eficiente. Na correção, eficiência também será levada em conta. As soluções serão testadas com outras entradas além das apresentadas como exemplo nas tarefas.

A) Sobre os nomes dos programas

1. Sua solução deve ser chamada *codigodeproblema.c*, *codigodeproblema.cpp*, *codigodeproblema.pas*, *codigodeproblema.java* ou *codigodeproblema.py*, onde *codigodeproblema* é a letra maiúscula que identifica o problema. Lembre que em Java o nome da classe principal deve ser igual ao nome do arquivo.

B) Sobre a entrada

1. A entrada de seu programa deve ser lida da *entrada padrão*.
2. A entrada é composta de um único caso de teste, descrito em um número de linhas que depende do problema.
3. Quando uma linha da entrada contém vários valores, estes são separados por um único espaço em branco; a entrada não contém nenhum outro espaço em branco.
4. Cada linha, incluindo a última, contém exatamente um caractere final-de-linha (quebra de linha).
5. O final da entrada coincide com o final do arquivo.

C) Sobre a saída

1. A saída de seu programa deve ser escrita na *saída padrão*.
2. Quando uma linha da saída contém vários valores, estes devem ser separados por um único espaço em branco; a saída não deve conter nenhum outro espaço em branco.
3. Cada linha, incluindo a última, deve conter exatamente um caractere final-de-linha (quebra de linha).

Problema A

Ações

Nos últimos meses, os preços das ações da empresa Indústrias Tavares caíram bastante, fazendo com que seus funcionários ficassem desanimados. Para elevar o moral, Wladimir Tavares, CEO da Indústrias Tavares, pediu ajuda ao grande escalador André Braga. Em troca, Wladimir Tavares dará um carregamento de biscoitos vitalícios para ele.

O escalador André Braga deve escalar a Torre Tavares e cumprimentar tantos funcionários diferentes quanto puder. A torre tem N andares e em cada andar existem M janelas. Cada janela permite que você veja o interior do escritório de um funcionário diferente (os funcionários estão sempre em seus escritórios).

No entanto, André se esqueceu de tomar o café da manhã, então ele só tem K de energia. André só pode se mover vertical ou horizontalmente. Quando se move de uma janela para outra horizontalmente, usa X energia e quando se move verticalmente, usa Y energia.

Ajude o André Braga a descobrir qual é o maior número de funcionários diferentes para quem ele pode dizer olá. André Braga começa na primeira janela à esquerda do primeiro andar.

Entrada

Uma única linha contendo 5 inteiros: N, M, K, X e Y . Esses inteiros representam o número de andares, o número de janelas por andar, a energia inicial, o custo de movimentação horizontal e o custo de movimentação vertical, respectivamente.

Saída

Um número inteiro indicando o número máximo de funcionários diferentes que o André pode cumprimentar.

Exemplos

Entrada	Saída
5 5 20 2 3	10

Explicação

André Braga pode cumprimentar os funcionários nos dois primeiros andares gastando 19 energia.

Problema B

Mensagem

Alberto gerencia todas as mensagens ultrassecretas de sua pousada. Como Alberto é muito bom em seu trabalho, ele quer minimizar o custo de enviar uma mensagem para todos os quartos da pousada.

Alberto sabe que a pousada possui N quartos e que eles estão numerados de 0 a $N-1$. Alberto também sabe que as rotas para enviar as mensagens vão de quarto em quarto e funcionam da seguinte forma:

- O quarto 0 tem uma rota de envio para o quarto 1.
- O quarto 1 tem uma rota de envio para o quarto 2.
- E assim por diante até o quarto $N-1$ que tem uma rota de envio para o quarto 0.

As rotas de envio de um quarto para outro têm um custo ($a[i]$) e funcionam nos dois sentidos, ou seja, o percurso do i -ésimo quarto para o $(i+1)$ -ésimo quarto também funciona do $(i+1)$ -ésimo quarto para o i -ésimo quarto com o mesmo custo.

Para minimizar custos, Alberto pode colocar uma central de comunicação em qualquer quarto e enviar a mensagem de todas as centrais disponíveis ao mesmo tempo. Colocar de uma central de comunicação tem um custo K .

No entanto, a vantagem de colocar novas centrais de comunicação em outros quartos é que esses quartos agora podem enviar mensagens para outros quartos sem nenhum custo adicional além das rotas utilizadas.

Para enviar a mensagem, Alberto deve sempre colocar pelo menos a primeira central de comunicação em um dos quartos.

Ajude Alberto a minimizar o custo total do envio de uma mensagem para todos os quartos da pousada.

Entrada

Na primeira linha estão os inteiros N e K . Na segunda linha, existem N inteiros separados por um espaço. Cada número a_i inteiro representa o custo da rota do envio de quarto i para quarto $i+1$.

Saída

A soma que minimiza o custo de envio de uma mensagem, considerando o custo de instalação das novas centrais de comunicação e o custo de todas as rotas utilizadas para o envio da mensagem a todos os quartos da pousada.

Exemplos

Entrada	Saída
4 5 2 6 3 8	15

Explicação

Alberto coloca uma central de comunicação no quarto 1 e no quarto 3, cada um com um custo (5 neste caso). Então, para enviar a mensagem para o quarto 0, o percurso é feito do quarto 1 (com custo 2, lembre-se que as rotas são bidirecionais e o custo do envio de 0 para 1 é o mesmo que de 1 para 0) e para o quarto 2 o percurso é feito a partir do quarto 3 (com custo 3), os quartos 1 e 3 recebem a mensagem gratuitamente por terem uma central de comunicação. A soma total do custo é $15 = 5 + 5 + 3 + 3$.

Entrada	Saída
2 3 2 5	5

Problema C

Coleção

Mirandinha tem uma coleção de brinquedos. Sua coleção tem muitos brinquedos de muitos tipos diferentes: carros, caminhões, escavadeiras e muito mais. Ele pode possuir mais de um brinquedo do mesmo tipo, por exemplo, quatro caminhões, mas para ele os brinquedos do mesmo tipo são indistinguíveis.

Paula perguntou a Mirandinha quantos brinquedos ele tinha. Não querendo revelar o segredo, ele respondeu com um enigma (que é típico dele): Se eu escolhesse um conjunto diferente de meus brinquedos para cada dia, poderia brincar por N dias. Em outras palavras, a cada dois dias existe um tipo de brinquedo com uma quantidade diferente. Aqui, Mirandinha considera um conjunto vazio de brinquedos como um conjunto válido. Por exemplo, se ele tem 2 carros e 3 caminhões, ele tem 3 conjuntos diferentes de carros (0, 1 ou 2 carros) e tem 4 conjuntos diferentes de caminhões (0,1,2 ou 3 caminhões). Logo, ele tem 12 conjuntos diferentes de brinquedos. Nesse caso, a coleção de Mirandinha tem 5 brinquedos. Se Mirandinha tivesse 5 carros e 1 caminhão, ele poderia escolher 12 conjuntos diferentes de brinquedos só que a coleção dele teria 6 brinquedos.

Paula não gostou da resposta e nem desse enigma, mas ela está realmente curiosa para saber quantos brinquedos Mirandinha tem. Ela pediu sua ajuda. Você pode determinar todas as possibilidades do número de brinquedos que Mirandinha pode ter em sua coleção?

Entrada

A primeira (e única) linha da entrada padrão contém um inteiro n ($1 \leq n \leq 10^9$).

Saída

A primeira linha da saída padrão deve conter um inteiro r , o número de soluções (ou seja, o número de possibilidades do número de brinquedos na coleção de Mirandinha). A segunda linha deve conter uma sequência estritamente crescente de r inteiros que representam os números de brinquedos que Mirandinha pode ter em sua coleção.

Exemplos

Entrada	Saída
12	4 4 5 6 11

Explicação

A coleção de Mirandinha pode ser

- dois caminhões, um carro e uma escavadeira (4 brinquedos no total),
- dois caminhões e dois carros (5 brinquedos no total),
- cinco caminhões e um carro (6 brinquedos no total),
- onze caminhões (11 brinquedos no total).

Cada uma dessas coleções garante exatamente 12 dias de diversão. Por exemplo, se ele tem onze caminhões, ele pode escolher um conjunto de $i - 1$ caminhões no i -ésimo dia (para $i = 1, \dots, 12$).

Entrada	Saída
36	8 6 7 8 10 11 13 18 35

Explicação

A coleção de Mirandinha pode ser

- um caminhão, um carro, duas escavadeiras e dois bonecos (6 brinquedos no total),
- dois caminhões, dois carros e três escavadeiras (7 brinquedos no total)
- um caminhão, dois carros e cinco escavadeiras (8 brinquedos no total)
- um caminhão, um carro e oito escavadeiras (10 brinquedos no total)
- três caminhões e oito carros (11 brinquedos ao total)
- dois caminhões e 11 carros (13 brinquedos ao total)
- 17 caminhões e 1 carro (18 brinquedos ao total)
- 35 caminhões (35 brinquedos ao total)

Cada uma dessas coleções garante exatamente 36 dias de diversão.

Observe que existem duas coleções diferentes de 10 brinquedos que garantem 36 dias de diversão:

- um caminhão, um carro e oito escavadeiras,
- cinco caminhões e cinco escavadeiras.

Problema D

Truque de Aragão

Aragão, o grande matemático, começou a montar seu novo truque de matemática e mágica. Este novo truque fará com que Aragão se torne o mais famoso de todos os matemáticos do mundo. Você, como o melhor amigo de Aragão, decidiu ajudá-lo para que seu ato não tenha falhas e alcance sua fama.

O truque de Aragão consiste em pegar um número e modificá-lo várias vezes com um dos seguintes operações:

- Adicione 1 ao número que você tem.
- Subtraia 1 do número que você tem.
- Divida por 2, desde que o número que você tem seja par.

O truque termina quando o número que você tem é 1.

Sua tarefa é ajudar Aragão a executar seu truque no mínimo de operações para que o truque seja incrível.

Para tornar o truque mais surpreendente, o número inicial é expresso em notação binária.

Entrada

Na primeira linha, um inteiro N que representa o número de bits (dígitos) do número binário inicial.

Na segunda linha, uma string de comprimento N ($1 \leq N \leq 10^6$) contendo 0's e 1's (sem separação). Esta string representa o número inicial. O primeiro caractere é o bit mais significativo.

Saída

Um número inteiro que indica o número mínimo de operações que Aragão, o matemático, deve realizar para que o número original se torne surpreendentemente 1.

Exemplos

Entrada	Saída
4 1010	4

Explicação

10-> 5-> 4-> 2-> 1 O número inicial em notação decimal é 10. Divida por 2 para obter 5, subtraia 1 para obter 4, divida por 2 para obter 2, divida por 2 para obter 1. O truque termina após 4 operações.

Problema E

Maior Subsequência Crescente

Fábio quer mostrar para os seus pais que ele é um garoto muito inteligente. Ele decidiu fazer uma análise histórica das suas notas em matemática e encontrar uma subsequência de notas (não necessariamente consecutivos) onde as notas estão estritamente aumentando. Isso vai convencê-los a aumentar a sua mesada!

Fábio encontrou dados históricos de n notas consecutivas. A i -ésima nota é $t[i]$.

Formalmente, estamos interessados em encontrar o comprimento da subsequência crescente mais longa (LIS) de $t[1], t[2], \dots, t[n]$, ou seja, o maior k possível para o qual é possível escolher uma sequência crescente de índices $1 \leq a[1] < a[2] < \dots < a[k] \leq n$ tal que $t[a[1]] < t[a[2]] < t[a[3]] < \dots < t[a[k]]$.

Fábio quer encontrar uma subsequência realmente longa e é por isso que ele decidiu trapacear um pouco. Ele primeiro escolhe um intervalo não vazio de dias e um inteiro d ($-x \leq d \leq x$) e ele aumentará a nota desse intervalo por d . Uma pequena mudança como essa provavelmente não será notada pelos seus pais, ao mesmo tempo, deve tornar o LIS mais longo. É permitido escolher $d = 0$.

Qual é o maior comprimento possível do LIS após uma mudança?

Entrada

A primeira linha da entrada padrão contém dois inteiros separados por espaço n e x ($1 \leq n \leq 200\,000$, $0 \leq x \leq 10^9$), o número de notas e o limite para o valor absoluto de d . A segunda linha contém n inteiros $t[1], t[2], \dots, t[n]$ ($1 \leq t[i] \leq 10^9$) separados por espaços, a sequência de notas históricas.

Saída

Imprima um inteiro, o maior comprimento possível do LIS após uma única alteração.

Exemplos

Entrada	Saída
8 10 7 3 5 12 2 7 3 4	5

Explicação

Fábio pode escolher um intervalo $[2, 3]$ e $d = -5$, o que significa diminuir a nota t_2 e t_3 por 5. Neste caso, a nova sequência é $(7, -2, 0, 12, 2, 7, 3, 4)$, onde ele pode encontrar um LIS $(-2, 0, 2, 3, 4)$. O comprimento do LIS é 5.

Problema F

Maior Retângulo

Dada uma matriz binária $N \times M$, encontre a área do maior retângulo consistindo inteiramente em valores de 1, sabendo que você pode permutar as colunas da matriz.

Entrada

A primeira linha conterá dois inteiros separados por um espaço: N ($1 \leq N \leq 15000$) e M ($1 \leq M \leq 1500$). As seguintes N linhas conterão M caracteres de 0 ou 1, descrevendo a matriz.

Saída

Imprima um inteiro representando a área do maior retângulo considerando que você pode permutar as colunas da matriz.

Exemplos

Entrada	Saída
10 6 001010 111110 011110 111110 011110 111111 110111 110111 000101 010101	21

Explicação

Ao permutar as colunas de modo que as colunas 2, 4 e 5 sejam adjacentes, você tem um retângulo de área 21 (linhas 2-8 e colunas 2, 4, 5).