Irrationalität

Oliver (2003)

„A quantitative and qualitative test of the Allais paradox using health outcomes"

von Stefan Gabler & Daniel Winkler

3. Mai 2017

1 Einführung

Oliver (2003) testet das Allais-Paradox im Kontext von Gesundheit. Das Allais-Paradox beschreibt eine systematische Verletzung des Unabhängigkeitsaxioms der Erwartungsnutzentheorie.

1.1 Die Axiome

- **Situation:** Entscheidung unter Unsicherheit
- **Axiome der Erwartunsnutzentheorie nach Von Neumann & Morgenstern[1]:** (siehe Sugden 2004, S. 689f.; Rieck 2015, S. 190ff.; Von Neumann und Morgenstern 1947, S. 24ff.)

  1. Unabhängigkeit von (irrelevanten) Alternativen.
     Für alle $x, y, z \in \mathrm{A}^2$ und alle $\alpha \in (0, 1)$:

     $$x \succ y \Rightarrow \alpha x + (1-\alpha)z \succ \alpha y + (1-\alpha)z \qquad \text{(Unabhängigkeit)}$$

     Dieses Axiom besagt, dass der Wert einer Alternative nicht von anderen möglichen Alternativen abhängt. Wenn x gegenüber y bevorzugt wird, so gilt diese Relation auch noch wenn x und y Teile von (sonst gleichen) Lotterien sind.
     Beispiel nach Osborne (2009, S. 7): Sie bestellen in Ihrem Lieblingslokal aufgrund Ihrer Präferenzstruktur immer die selbe Speise (z.B. Schnitzel). Nun entscheidet der Koch eine neue Speise in die Karte aufzunehmen (z.B. Soja-Burger). Da der Soja-Burger neu ist und er Testesser braucht startet der Koch ein Experiment. Bei jeder Bestellung bekommt man mit 50% Wahrscheinlichkeit das Gericht, das man bestellt hat und mit 50% Wahrscheinlichkeit den Soja-Burger[3]. Gilt das Axiom der Unabhängigkeit, so bestellen Sie noch immer das Schnitzel und

[1] Es existieren mehrere Formulierungen der Axiome. Für einen kurzen Überblick siehe Sugden (2004, S. 689).
[2] Menge der Alternative
[3] Annahme: Niemand bestellt freiwillig den Soja-Burger

kein anderes bereits vorhandenes Gericht. Die 50% Chance den Soja-Burger zu bekommen sollte nichts am Nutzen des Schnitzels (oder der anderen Speisen) ändern.

2. Die Präferenzrelation über die Lotterien ist transitiv, vollständig und asymmetrisch:
   Für alle $x, y, z \in$ A:
   $$x \succ y \succ z \Rightarrow x \succ z \qquad \text{(Transitivität)}$$
   Für alle x, y $\in$ A gilt eine und nur eine der folgenden Relationen:
   $$x \succ y \text{ oder } y \succ x \text{ oder } x \sim y \qquad \text{(Vollständigkeit \& Asymmetrie)}$$

3. Stetigkeit der Präferenzen:
   Es existieren ein $\alpha \in [0, 1]$, sodass wenn $x \succ y \succ z$:
   $$y \sim \alpha x + (1 - \alpha)z \qquad \text{(Stetigkeit)}$$

Diese Axiome sind notwendig da es möglich sein soll, einen Erwartungswert zu bilden. Folgende Äquivalenz muss daher für $\alpha \in [0, 1]$ gelten:

$$x \sim (y, \alpha, z, (1 - \alpha)) \Leftrightarrow u(x) = \alpha u(y) + (1 - \alpha)u(z) \tag{1}$$

wobei $u(x), u(z)$ konkrete Zahlenwerte sind (siehe Rieck 2015, S. 190f.).

1.2 Allais-Paradoxon

Allais (1953) kritisiert, dass in Experimenten das Unabhängigkeitsaxiom systematisch verletzt wird. Er beschreibt dazu folgende Situation (Allais 1953, S. 527):

1. Bevorzugen Sie Situation A oder Situation B?
   Situation A: Sie bekommen 100 Mio.[4] mit Sicherheit.
   Situation B: 10% Chance 500 Mio. zu bekommen. 89% Chance 100 Mio. zu bekommen. 1% Chance nichts zu bekommen.

2. Bevorzugen Sie Situation C oder Situation D?
   Situation C: 11% Chance 100 Mio. zu bekommen. 89% Chance nichts zu bekommen.

[4] In Franken.

Situation D: 10% Chance 500 Mio. zu bekommen. 90% Chance nichts zu bekommen.

Aufgrund des Unabhängigkeitsaxioms müssten Personen, die Situation A bevorzugen, auch Situation C, denn:

$$A \succ B \Leftrightarrow u(100) > 0.10 * u(500) + 0.89 * u(100) \qquad \text{(Situation A)}$$

$$\Rightarrow 0.11 * u(100) > 0.10 * u(500) \Leftrightarrow C \succ D \qquad \text{(Situation B)}$$

Genau um diesen Rechenschritt durchführen zu können wurden die Axiome formuliert.
Allais jedoch argumentiert, dass einige Personen A und D bevorzugen werden. Dieses Argument konnte auch empirisch bestätigt werden (Oliver 2003, S. 3; Osborne 2009, S. 104). Allais meinte, dass Situation A aufgrund der Sicherheit bevorzugt wird. Generalisiert lautet das Argument, dass besonders (un)erwünschte Konsequenzen überschätzt werden. In der Entscheidungssituation fällt also ein besonders hohes Gewicht auf sie (Sugden 2004, S. 697).

Eine weitere Erklärung stammt von Kahneman und Tversky (1991, in Oliver 2003, S. 3). Sie argumentieren, dass Menschen eine Abneigung gegenüber Verlust haben und daher Verlust stärker bewerten als höhere Gewinne[5]. Wenn in beiden Situationen die Chance nichts zu gewinnen hoch ist, so wird dieses Ergebnis nicht so stark als Verlust wahrgenommen. Daher überwiegt beim zweiten Vergleich der höhere potentielle Gewinn bei D.

Eine dritte Möglichkeit ist, dass Individuen erwarten, dass sie ihre Entscheidung bereuen würden, sollten sie in Situation B nichts bekommen, da sie in Situation A sicher gewonnen hätten (Bell, 1982; Loomes und Sugden, 1982; 1987a;b, in Oliver 2003, S. 3).

Die letzte potentielle Begründung in Oliver (2003, S. 4) ist, wie Individuen Wahrscheinlichkeiten einschätzen. Dabei werden oft kleine Wahrscheinlichkeiten (Sprung von 0% auf 1% Chance nichts zu gewinnen) überschätzt und große Wahrscheinlichkeiten (Sprung von 89% auf 90% Chance nichts zu gewinnen) unterschätzt.

Alles in allem entsteht das Paradoxon dadurch, dass Individuen eine bewusste Entscheidung treffen, und wissen, dass sie diese Entscheidung getroffen haben (Gintis 2009, S. 17).

Zur Erinnerung: Um rationale Akteure zu modellieren benötigt man keine weitgreifenden Annahmen (vgl. homo oeconomicus, homo rationalis). Jedoch zeigt Allais Paradoxon auf, dass Entscheidungsträger auch innerhalb ihrer Präferenzen Inkonsistent zeigen können. Solche Inkonsistenzen können jedoch in bestehende Modelle integriert werden indem man den aktuellen Zustand von Individuen in die Nutzen-

[5]Hier würde der Nullgewinn als Verlust wahrgenommen, da man 100 Mio. mit Sicherheit bekommen hätte

funktion einfließen lässt (siehe Kahnemans Prospect Theory in Gintis 2009, S. 246).

2 Allais-Paradoxon im Kontext von Gesundheit

HIER PAPER ZUSAMMENFASSUNG

Literatur

Allais, Par M. (1953). „Le Comportement de l'Homme Rationnel devant le Risque: Critique des Postulats et Axiomes de l'Ecole Americaine". In: *Econometrica* 21.4, S. 503–546. ISSN: 00129682, 14680262. URL: http://www.jstor.org/stable/1907921.

Gintis, Herbert (2009). *The bounds of reason: Game theory and the unification of the behavioral sciences.* Princeton University Press.

Oliver, Adam (2003). „A quantitative and qualitative test of the Allais paradox using health outcomes". In: *Journal of Economic Psychology* 24.1, S. 35–48.

Osborne, Martin J (2009). *An introduction to game theory.* New York: Oxford university press.

Rieck, Christian (2015). *Spieltheorie: Eine Einführung.* Christian Rieck Verlag.

Sugden, Robert (2004). „Alternatives to Expected Utility: Foundations". In: *Handbook of Utility Theory: Volume 2 Extensions.* Hrsg. von Salvador Barberà, Peter Hammond und Christian Seidl. Springer. Kap. 14, S. 687–755.

Von Neumann, John und Oskar Morgenstern (1947). *Theory of games and economic behavior.* Princeton University Press.