

收益率计算

杨弘毅

创建: 2021 年 4 月 2 日

修改: 2021 年 9 月 13 日

1 连续复利收益率 (continuously compounded return)

已知, 根据定义自然常数为如下极限值:

$$e = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

假设名义利率 (Nominal interest rate) 为 r , 进行再投资且一年计息 m 次, 则有实际利率 (Effective interest rate, EIR) 为:

$$\text{当 } m = 1 \text{ 时 } 1 + r$$

$$\text{当 } m = 2 \text{ 时 } (1 + r/2)^2$$

$$\text{当 } m = 3 \text{ 时 } (1 + r/3)^3$$

...

$$\text{当 } m = \infty \text{ 时 } \lim_{m \rightarrow \infty} (1 + r/m)^m$$

将其变形, 则有连续复利收益率为:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} (1 + r/m)^m = \lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{m/r}\right)^{m/r \times r} = e^r$$

例: 当名义利率为 12% 时, 有年化实际利率 (Effective annual interest rate, Annual equivalent rate (AER)) 为:

| m (周期) | 实际利率 | 实际年化利率 |
|---------------|--|----------------------------------|
| 1 (一年) | $\frac{0.12}{1} = 0.12$ | $(1.12)^1 - 1 = 0.12$ |
| 2 (半年) | $\frac{0.12}{2} = 0.06$ | $(1.06)^2 - 1 = 0.1236$ |
| 4 (季度) | $\frac{0.12}{4} = 0.03$ | $(1.03)^4 - 1 = 0.125509$ |
| 12 (月度) | $\frac{0.12}{12} = 0.01$ | $(1.01)^{12} - 1 = 0.126162$ |
| 52 (周度) | $\frac{0.12}{52} = 0.0023$ | $(1.0023)^{52} - 1 = 0.127341$ |
| 365 (日度) | $\frac{0.12}{365} = 0.00033$ | $(1.00033)^{365} - 1 = 0.127475$ |
| ∞ (连续) | $\lim_{m \rightarrow \infty} (1 + \frac{0.12}{m})^m$ | $- 1 = e^{0.12} = 0.127497$ |