

Tópico 02

Introdução à programação de computadores

Álgebra Booleana

1. Introdução

Aluna(o), o mundo computacional é um mundo digital. E o que isso quer dizer?

Tudo que é salvo, e todas as operações internas em um computador acontecem a partir de zeros e uns. Isso porque, por meio das operações binárias, conseguimos operar em componentes físicos, usando válvulas (computadores antigos) e transistores (computadores atuais).

Como fisicamente os computadores funcionam a partir da lógica binária, nossos códigos não podem ser diferentes. A lógica binária (0 e 1) também pode ser entendida como uma lógica de Verdadeiro e Falso (V e F) e, para tal, usaremos uma álgebra própria, a álgebra de Boole.

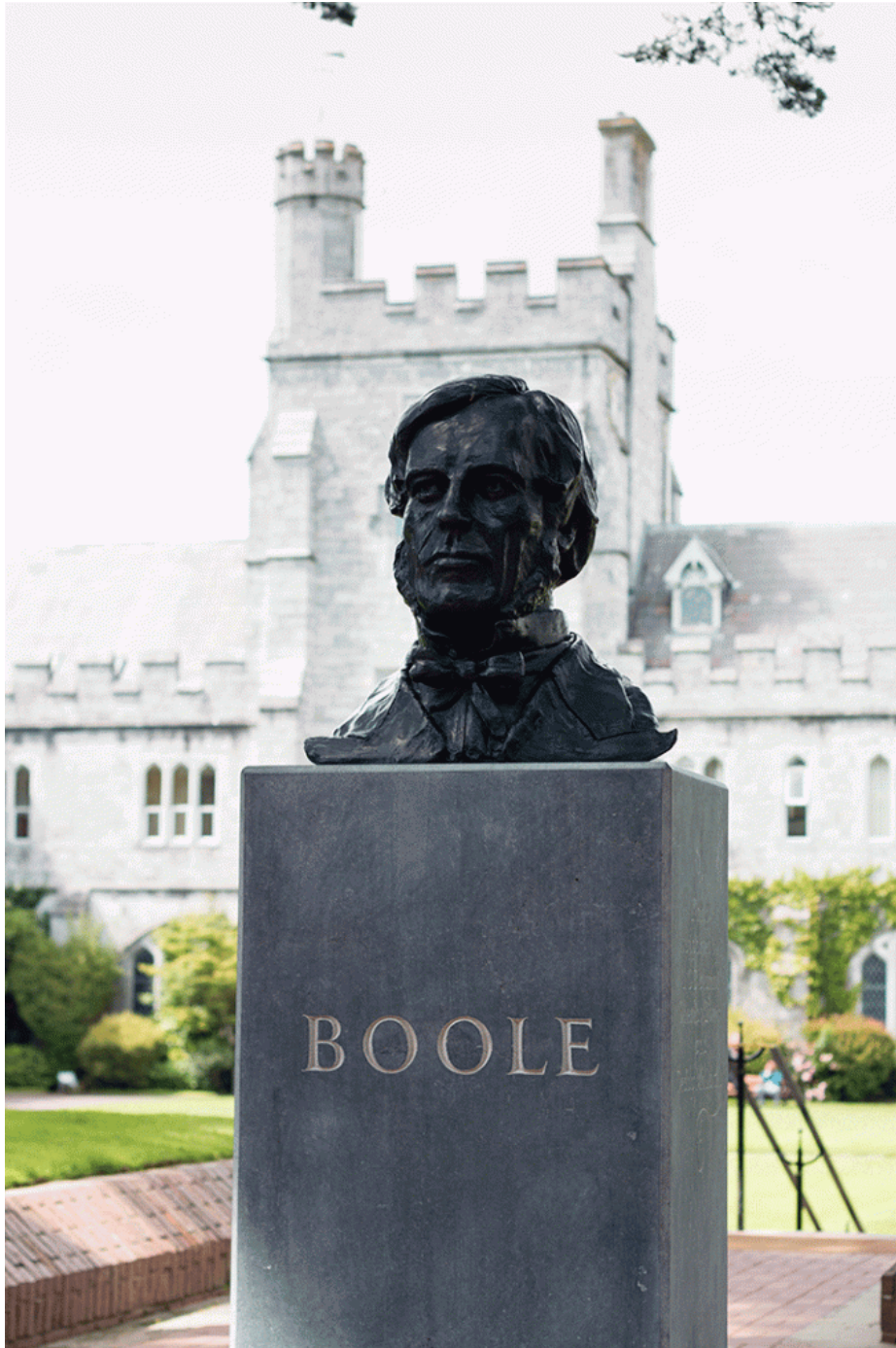


A **álgebra de Boole** nos permitirá entender as operações matemáticas computacionais e como fazê-las de uma forma mais simples, uma vez que as linguagens de programação são prontas para operar a partir dessa álgebra.

2. Teoremas da Álgebra de Boole

“George Boole foi um matemático e filósofo inglês que produziu conteúdo nas áreas de equações diferenciais, probabilidade e álgebra. Ele é mais conhecido como o autor do livro ‘As leis do pensamento’”.

(University College Cork, 2020,
<https://georgeboole.com/boole/>)



Busto de George Boole, em frente à Universidade de Cork (Irlanda).

A álgebra de Boole é aplicada ao campo lógico computacional, por se tratar de uma álgebra binária (uns e zeros). Nela, podemos destacar seis elementos:

1. \vee (também denotado por "+", "ou"): operação binária.
2. \wedge (também denotado por "*", ".", "e"): operação binária.
3. \sim (também denotado por "¬", "barra superior", "!" ou "não"): operação unária.
4. \mathbf{V} (também denotado por "1", "0", "zero" ou "falso"): constante.
5. \mathbf{F} (também denotado por ")", "1", "um" ou "verdadeiro"): constante.



George Boole foi um filósofo britânico, criador da lógica booliana, fundamental para o desenvolvimento da computação moderna.

George Boole – Criador da Lógica Booleana



Na imagem a seguir, mostramos os teoremas e postulados mais usados da álgebra de Boole, para quaisquer $p, q, r \in X$:



Vamos voltar um pouco à construção do raciocínio lógico para
fixar o conhecimento. Se “ p ” e “ q ” são constantes binárias, então,

só podem representar V e F:

Que conclusão útil podemos tirar da expressão aparentemente sem significado “*falso ou verdadeiro = verdadeiro*”?

Aqui, a análise é feita diretamente, observando o valor lógico (V ou F) das proposições simples, para, assim, descobrir o valor lógico da proposição composta.



Como exemplo vamos analisar a **proposição composta**:

“*Ana viajou de avião ou de carro*”.

Consideraremos que ela, na verdade, viajou apenas de carro.

Sabemos, por intuição, que a frase “*Ana viajou de avião ou de carro*” é verdadeira, uma vez que ela viajou com um dos transportes citados.

Vamos analisar a partir da álgebra de Boole:

Observe, assim, que a álgebra de Boole é, entre outras coisas, uma formalização matemática do raciocínio lógico. Com ela, é possível “trazer” para o mundo computacional o que até então se encontrava apenas no nosso dia a dia.



3. Conectivos e Precedência entre Eles

Na álgebra booleana existem três operações básicas, que são as operações **OU**, **E** e **complementação**. As operações (ou funções) booleanas podem ser representadas em termos dessas operações.

Operação OU (Adição Lógica)

Deve retornar Verdadeiro quando uma OU outra variável é Verdadeira. Dessa maneira, podemos concluir que a

operação **OU** resulta em Falso somente quando todas as variáveis de entrada forem **F**.

Podemos representar a operação **OU** pelo sinal de “+”, como também podemos utilizar o sinal de disjunção “V”, visto no Tópico I.



OK. Até aqui tranquilo. Vamos preparar uma tabela de adição lógica com três entradas?

Operação E (Multiplicação Lógica)



Deve retornar verdadeiro somente quando uma E outra variável forem verdadeiras. Dessa maneira, podemos concluir que o resultado da operação **E** será verdadeiro se, e somente se, todas as entradas forem **V**.



OK. Mais uma vez, fácil até aqui né. Vamos preparar uma tabela de multiplicação lógica com três entradas?



Complementação (ou negação)

Deve retornar o valor inverso ao valor da variável de entrada. A operação de complementação é a operação cujo resultado é o valor inverso, ou complementar, da variável apresentada.

Podemos representar a operação de **complementação (ou negação)** de uma variável **p** como sendo $\sim p$ ou \bar{p} .





4. Tabela Verdade

Trata-se de uma tabela na qual são analisados os valores lógicos de chaves lógicas compostas.



A tabela verdade irá relacionar todas as possíveis combinações para os níveis lógicos presentes nas entradas de dados. Se o número de entrada for N , então, o número de linhas da tabela verdade será 2^N .



Cada linha de uma tabela verdade é denominada uma instância, ou simplesmente uma valoração.

Geralmente, a tabela verdade é construída com as entradas alternando em sequência, em uma contagem binária crescente. Uma tabela verdade consiste, de forma básica, em um conjunto de colunas nas quais são listadas todas as combinações possíveis entre as variáveis de entrada (à esquerda) e o resultado da função (à direita) (GÜNTZEL; NASCIMENTO, 2001).

A tabela verdade é, portanto, em suma, o comportamento de uma função ou expressão booleana. A criação de uma tabela verdade a partir de uma expressão (função) booleana segue o procedimento abaixo (DAGHLIAN, 1995):

- Criar colunas para as variáveis de entrada e listar todas as combinações possíveis. Lembrando que nossa tabela terá o número de linhas igual a 2^N , em que N é o número de variáveis de entrada.
- Criar uma coluna para cada variável de entrada que apareça complementada na equação e anotar o resultado.
- Avaliar a equação seguindo a ordem de precedência, explicada no Item **3.4**.



Tabela 08



Vamos testar se você está bem atento?





Simples, não é?

5. Tautologias, Contradições e Contingências

Tautologia, contradição e contingência são os três tipos possíveis de proposições compostas. Isso a proposição como uma das três definições dadas, como sendo o resultado de sua tabela verdade.

Tautologia



“Definição – Chama-se tautologia toda a proposição composta cuja última coluna da sua tabela verdade encerra somente a letra V (verdade).” Alencar Filho, 18 ed., 2000, página 43.



Assim, **tautologia** é toda proposição composta que apresenta valor lógico verdadeiro, independentemente dos valores lógicos das proposições simples que a compõem.

Vamos analisar o **princípio do terceiro excluído** de Aristóteles e verificar se é uma proposição tautológica.



Princípio do terceiro excluído: é a terceira das três leis clássicas do pensamento. Ele afirma que, para qualquer proposição, ou ela é verdadeira, ou a sua negação é verdadeira, não há meio termo.



Se as tabelas verdade de duas proposições são idênticas, elas são chamadas equivalentes. Segue um exemplo tautológico:

Contradição



“Definição – Chama-se contradição toda a proposição composta cuja última coluna da sua tabela verdade encerra somente a letra F (falsidade).” **Alencar Filho, 18. ed., 2000, p. 46.**

Assim, **contradição** é toda proposição composta que apresenta valor lógico falso, independentemente dos valores lógicos das proposições simples que a compõem. Vamos analisar, então, o **princípio da não contradição** de Aristóteles e verificar se é uma proposição de contradição.



Princípio da não contradição: denominado, por alguns, simplesmente de princípio da contradição, afirma que não é o caso de um enunciado e de sua negação. Portanto, duas proposições contraditórias não podem ser ambas verdadeiras.



Podemos observar que qualquer proposição em operação lógica “e”, com uma contradição, é equivalente lógica da própria contradição:



Contingência



“Definição – Chama-se contingência toda proposição composta cuja última coluna da sua tabela verdade figuram as letras V e F cada uma pelo menos uma vez.” **Alencar Filho, 18. ed., 2000, p. 47.**

Assim, **contingência** é toda proposição composta comum. Isto é, que não é nem tautologia nem contradição.



6. Conclusão

Este tópico procurou mostrar alguns conceitos da álgebra de Boole.

Buscamos aprender conceitos e regras sobre a linguagem que utilizamos computacionalmente. A partir desses conceitos, alcançamos a habilidade de identificar aspectos algébricos importantes para fazer operações com as linguagens que comunicam o mundo real com o mundo virtual.

Assim, procuramos fundamentar as bases da compreensão de um tópico fundamental que será utilizado frequentemente daqui para frente, em todas as linguagens de programação.

7. Referências

UNIVERSITY COLLEGE CORK. georgeboole.com, 2020. Who was George Boole. Disponível em:
<https://georgeboole.com/boole/>.

ALENCAR FILHO, Edgard de. Iniciação à lógica matemática. São Paulo: Nobel, 2000 e edições anteriores.

DAGHLIAN, Jacob. Lógica e álgebra de Boole. 4. ed. São Paulo: Atlas, 1995.

GÜNTZEL, J. L.; NASCIMENTO, F. A. UFSC, 2001. Introdução ao Sistemas Digitais. Disponível em:
<http://www.inf.ufsc.br/~j.guntzel/isd/isd.htm>



Parabéns, esta aula foi
concluída!

O que achou do conteúdo estudado?

Péssimo

Ruim

Normal

Bom

Excelente

Deixe aqui seu comentário

Mínimo de caracteres: 0/150

Enviar

