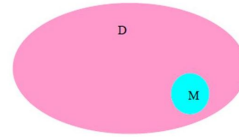


### Labor 3 - 2017

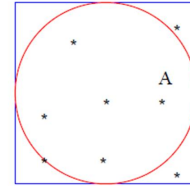
**Geometrische Wahrscheinlichkeit:** Sei  $M \subset D \subset \mathbb{R}^n$ . Man wählt zufällig  $A \in D$ . Mit welcher Wahrscheinlichkeit  $A \in M$ ?

$$P(A \in M) = \frac{\text{Mass}(M)}{\text{Mass}(D)}$$



Mass  $\longrightarrow$  Länge in  $\mathbb{R}$ ; Flächeninhalt in  $\mathbb{R}^2$ ; Volumen in  $\mathbb{R}^3$ .

**A1.** Man schätze die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig gewählter Punkt im Quadrat  $[0, 1] \times [0, 1]$  sich auch in dem eingeschriebenen Kreis befindet? (siehe Bild)



**A2.** Seien A,B,C,D vier Punkte deren Koordinaten natürliche Zahlen sind. Man stelle die Punkte A, B und die Gerade  $d_{CD}$  graphisch dar. Man teste ob die beiden Punkte A und B auf derselben Seite der Geraden  $d_{CD}$  sind.

Analytische Geometrie:

Gleichung der Geraden durch zwei Punkte C( $x_C, y_C$ ) und D( $x_D, y_D$ )

$$d_{CD} : \frac{y - y_C}{y_D - y_C} = \frac{x - x_C}{x_D - x_C}.$$

A und B sind auf derselben Seite der Geraden  $d_{CD} \iff$

$$\left( \frac{y_A - y_C}{y_D - y_C} - \frac{x_A - x_C}{x_D - x_C} \right) \left( \frac{y_B - y_C}{y_D - y_C} - \frac{x_B - x_C}{x_D - x_C} \right) > 0$$

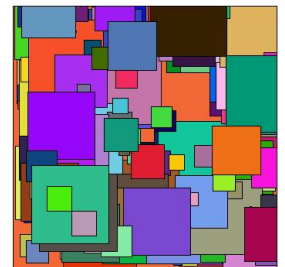
$$\iff \left( (y_A - y_C)(x_D - x_C) - (x_A - x_C)(y_D - y_C) \right) \left( (y_B - y_C)(x_D - x_C) - (x_B - x_C)(y_D - y_C) \right) > 0.$$

$$A \in d_{CD} \iff \frac{y_A - y_C}{y_D - y_C} - \frac{x_A - x_C}{x_D - x_C} = 0; \quad B \in d_{CD} \iff \frac{y_B - y_C}{y_D - y_C} - \frac{x_B - x_C}{x_D - x_C} = 0.$$

**A3.** Man wählt zufällig 4 Punkte A,B,C,P in  $\mathbb{R}^2$ . Man teste ob der Punkt P  $\in$  Inneren( $\Delta ABC$ ).

Analytische Geometrie:  $P \in \text{Inneren}(\Delta ABC) \iff$  (P und C sind auf derselben Seite von  $d_{AB}$ ) und (P und B sind auf derselben Seite von  $d_{AC}$ ) und (P und A sind auf derselben Seite von  $d_{BC}$ ).

**A4.** Man schätze den Flächeninhalt eines zufälligen Dreiecks aus dem Quadrat  $[0, 1] \times [0, 1]$ , indem man zufällige Punkte aus dem Quadrat wählt und testet ob diese im Inneren des Dreiecks sind. Das erhaltene Ergebnis vergleiche man mit dem Wert für den Flächeninhalt berechnet mit Hilfe der Determinantenformel.



**A5.** Gegeben ist ein Quadrat in  $\mathbb{R}^2$ . Man fülle dieses Quadrat mit zufälligen bunten Quadraten und/oder Rechtecken.

Befehle: *clc, close all, figure, axis off, axis equal, plot, text, title*

Beispiel:

`figure`

`axis equal`

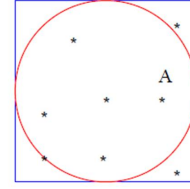
`hold on`

`plot(1,2,'r*')`

`plot(2,2,'bo')`

`rectangle('Position',[0,0,1,1],'Curvature',[0,0],'Facecolor',[0,1,0])`

### Laborator 3 - 2017



**A1.** Să se estimeze probabilitatea ca un punct ales aleator în pătratul unitate  $[0, 1] \times [0, 1]$  să se afle în cercul înscris în acest pătrat.

**A2.** Se aleg aleator patru puncte A,B,C,D având coordonatele numere întregi. Să se reprezinte punctele și dreapta  $d_{CD}$ . Să se verifice dacă punctele A și B se află de aceeași parte a dreptei  $d_{CD}$  sau nu.

Geometrie analitică:

Ecuția dreptei prin 2 puncte date  $C(x_C, y_C)$  și  $D(x_D, y_D)$  este  $d_{CD}$  :

$$\frac{y - y_C}{y_D - y_C} = \frac{x - x_C}{x_D - x_C}.$$

A și B sunt de aceeași parte a lui  $d_{CD}$  dacă

$$\left( \frac{y_A - y_C}{y_D - y_C} - \frac{x_A - x_C}{x_D - x_C} \right) \left( \frac{y_B - y_C}{y_D - y_C} - \frac{x_B - x_C}{x_D - x_C} \right) > 0$$

ceea ce este echivalent cu

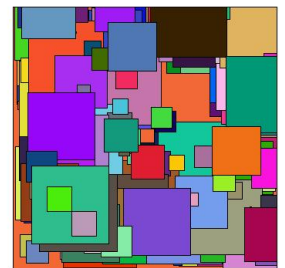
$$\left( (y_A - y_C)(x_D - x_C) - (x_A - x_C)(y_D - y_C) \right) \left( (y_B - y_C)(x_D - x_C) - (x_B - x_C)(y_D - y_C) \right) > 0.$$

$$A \in d_{CD} \Leftrightarrow \frac{y_A - y_C}{y_D - y_C} - \frac{x_A - x_C}{x_D - x_C} = 0; \quad B \in d_{CD} \Leftrightarrow \frac{y_B - y_C}{y_D - y_C} - \frac{x_B - x_C}{x_D - x_C} = 0.$$

**A3.** Se aleg aleator 4 puncte A,B,C,P. Să se verifice dacă P se află în interiorul  $\Delta ABC$ .

Geometrie analitică:  $P \in \text{Int}(\Delta ABC) \Leftrightarrow (P \text{ și } C \text{ se află de aceeași parte a lui } d_{AB}) \text{ și } (P \text{ și } B \text{ se află de aceeași parte a lui } d_{AC}) \text{ și } (P \text{ și } A \text{ se află de aceeași parte a lui } d_{BC}).$

**A4.** Să se estimeze aria unui triunghi aleator aflat în pătratul unitate, alegând numere aleatoare și verificând dacă acestea se află sau nu în interiorul triunghiului. Comparați rezultatul obținut cu aria triunghiului calculată folosind formula cu determinanți.



**A5.** Dându-se un pătrat în plan, să se umple acest pătrat cu un mozaic aleator (piesele mozaicului pot fi, la alegere, pătrate și/sau dreptunghiuri de mărimi și culori alese aleator).

Comenzi: *clc, close all, figure, axis off, axis equal, plot, text, title*

Exemplu:

`figure`

`axis equal`

`hold on`

`plot(1,2,'r*')`

`plot(2,2,'bo')`

`rectangle('Position',[0,0,1,1],'Curvature',[0,0],'Facecolor',[0,1,0])`