

Seminar 5

A1. Die Lebensdauer in Jahren einer elektronischen Komponente ist eine zufällige Variable mit der Dichtefunktion $f_X : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{k}{x^4} & : x \geq 1, \\ 0 & : \text{sonst.} \end{cases}$$

- (a) Man bestimme den Wert der Konstanten k .
- (b) Man berechne die Verteilungsfunktion F_X und den Erwartungswert $E(X)$.
- (c) Man berechne die Wahrscheinlichkeit, dass die elektronischen Komponente mehr als 3 Jahre fehlerfrei funktioniert.

A2. Der zufällige Vektor (X, Y) hat folgende Dichtefunktion $f_{X,Y} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{3}(x + y) & : x \in [0, 1], y \in [0, 2] \\ 0 & : \text{sonst.} \end{cases}$$

- (a) Sind X und Y unabhängige ZG?
- (b) Man berechne die Varianzen $V(2X)$, $V(3Y + 8)$!

A3. X bezeichne die zufällige Anzahl von Fahrzeugen, die an einer Ampel während der einminütigen Rotphase eintreffen. X sei Poisson-verteilt mit Parameter $\lambda = 5$, d.h.

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}, \quad k = 0, 1, \dots$$

- (a) Man berechne wie viele Fahrzeuge *im Mittel* während der einminütigen Rotphase eintreffen.
- (b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in 1 Minute mindestens 2 Fahrzeuge eintreffen?

A4. An einem bestimmten Wochentag kaufen zwei Freundinnen (M. und N.) in demselben Laden ein. Sie kommen unabhängig voneinander in den Laden. M. bleibt 15 Minuten im Laden und N. 10 Minuten. Wenn beide Freundinnen zwischen 8 und 9 Uhr einkaufen (d.h. ihre Ankunftszeiten sind gleichmäßig verteilt: $\mathcal{U}[8, 9]$), welches ist die Wahrscheinlichkeit des zufälligen Ereignisses, dass beide Freundinnen gleichzeitig im Laden sind?

A5. Die Bedienung eines Kunden dauert *im Mittel* 10 Minuten (durchschnittliche Bedienzeit) und kann durch eine exponentialverteilte Zufallsgröße beschrieben werden.

- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Bedienung eines Kunden innerhalb einer Viertelstunde beendet?
- (b) Welche durchschnittliche Bedienzeit müsste vorliegen, wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Kunde länger als eine Viertelstunde bedient wird, gleich 0.1 sein soll?

A6. Für welche Konstante $c \in \mathbb{R}$ wird die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit der Gestalt

$$f(x) = \begin{cases} cx & : 0 \leq x \leq 3, \\ c(6 - x) & : 3 < x \leq 6, \\ 0 & : \text{sonst} \end{cases}$$

zur Wahrscheinlichkeitsdichte einer Zufallsgröße X ?

Sind die Ereignisse $A = \{X < 3\}$ und $B = \{\frac{3}{2} \leq X \leq \frac{9}{2}\}$ unabhängig?