Hash-basierte Dateien

Hashing

- Hash-Verfahren ermöglichen es, die Adresse eines Datensatzes basierend auf dem Wert eines Feldes zu finden
- Idee: Verwendung einer Hashfunktion, die den Wert eines Suchschlüssels in einen Bereich von Behälternummern abbildet, um die Seite mit dem Datensatz zu finden
- Im idealen Fall: die Hashfunktion berechnet direkt die Adresse des Datensatzes

  $h:\{S_1,S_2,\ldots,S_n\} \rightarrow A$, $h(S_i)$ = Adresse des i-ten Datensatzes
- Solche Funktionen sind schwer zu finden:
  - Alle möglichen Suchschlüsselwerte müssen von Anfang an bekannt sein
  - Für große Dateien ist es unmöglich die Bijektivität zu erhalten

Hashing – Behälter (buckets)

- Lösung: Kollisionen sind erlaubt
  - $h(S_i) = h(S_j)$, $i \neq j$, h – Hash-Funktion

- Gilt für zwei Schlüssel S_1 und S_2,

  dass $h(S_1) = h(S_2)$ ist, nennt man S_1 und S_2 *synonym*
- Formal ist eine Hashfunktion eine Abbildung h: S → B, wobei S eine Schlüsselmenge und B eine Nummerierung der n Behälter ist
- Normalerweise ist die Anzahl der möglichen Elemente in der Schlüsselmenge viel größer als die Anzahl der Behälter (|S|>|B|)

→ die Hashfunktion ist nicht injektiv, sollte aber die Elemente von S gleichmäßig auf B verteilen

Probleme die bei Hashing vorkommen

- Verteilungsproblem – nachdem wir den Hashing Algorithmus ausgewählt haben, haben wir keine Kontrolle über die Verteilung der Daten in dem Speicherplatz
- Clustering Problem – wenn die Datensätze nicht gleichmäßig verteilt werden (zu viele Datensätze in einem Behälter und sehr wenige in anderen)
- Überlaufproblem – wenn die Behälter nicht groß genug sind, dann kann ein Überlauf auftreten

Hashfunktion

- Voraussetzungen für eine gute Hashfunktion:
  - Schnelle Auswertung
  - Minimiert die Anzahl der Kollisionen (verteilt die Datensätze gleichmäßig in den Behälter)
- Nehmen wir an, dass wir Datensätze in 41 Behälter verteilen wollen

  Die Wahrscheinlichkeit:
  - den 1sten Datensatz in einem leeren Behälter zu verteilen = 41/41
  - den 2ten Datensatz in einem leeren Behälter zu verteilen = 40/41
  - den 3ten Datensatz in einem leeren Behälter zu verteilen = 39/41

  ....
  - die ersten 8 Datensätze in unterschiedliche Behälter zu verteilen =
  - (41/41)*(40/41)*(39/41)*(38/41)*…*(34/41) = 0.482 **< 50%**

Wahl einer Hashfunktion

- Methoden, die benutzt werden um eine Hashfunktion zu definieren:
  - Divisionsverfahren
  - Mittquadratmethode
  - Multiplikative Methode
  - usw.
- Typische Hashfunktionen berücksichtigen die Bit-Darstellung des Suchschlüssels um den Hashwert zu berechnen
- z.B. Für ein String Suchschlüssel, kann man die binäre Darstellungen aller Charakter addieren und die Summe wählt man als Parameter für die Hashfunktion

Wahl einer Hashfunktion

- Divisionsverfahren
  - h(k) = k mod N, wobei N die Anzahl der Behälter ist
  - Wählt man $N = 2^d$, so werden letztendlich die letzten d Bits von k als Hashwert betrachtet
  - Am günstigsten wählt man eine Primzahl für N (die nicht nahe einer Zweierpotenz liegt), um eine gute Streuung zu gewährleisten (beeinflusst alle Bits)
- Mittquadratmethode
  - Berechne den Quadrat des Suchschlüsselwertes und wähle ein paar Ziffern aus der Mitte des Quadrats

Wahl einer Hashfunktion

- Multiplikative Methode
  1. Der Schlüsselwert k wird mit einer Zahl A multipliziert
  2. Der ganzteilige Anteil des Ergebnis aus Schritt 1 wird abgeschnitten → das Ergebnis wird in das Intervall [0,1] abgebildet
  3. Das Ergebnis von Schritt 2 wird mit der Anzahl der Behälter m multipliziert und nach unten abgerundet
  - Formal gilt:

$$h(k) = \lfloor m*(k*A \bmod 1)\rfloor = \lfloor m*(k*A - \lfloor k*A\rfloor)\rfloor$$

  - Eine gute Wahl: $A = (\sqrt{5} - 1)/2 = 0.61803...$ oder $A = (3 - \sqrt{5})/2 = 0.38196...$

Hashfunktion - Beispiel

- Suchschlüsselwert ‘Toyota’
  - Wir nehmen die ersten zwei Charakter ‘To’ und berechnen die alphabetische Position ⇒

20	**15**

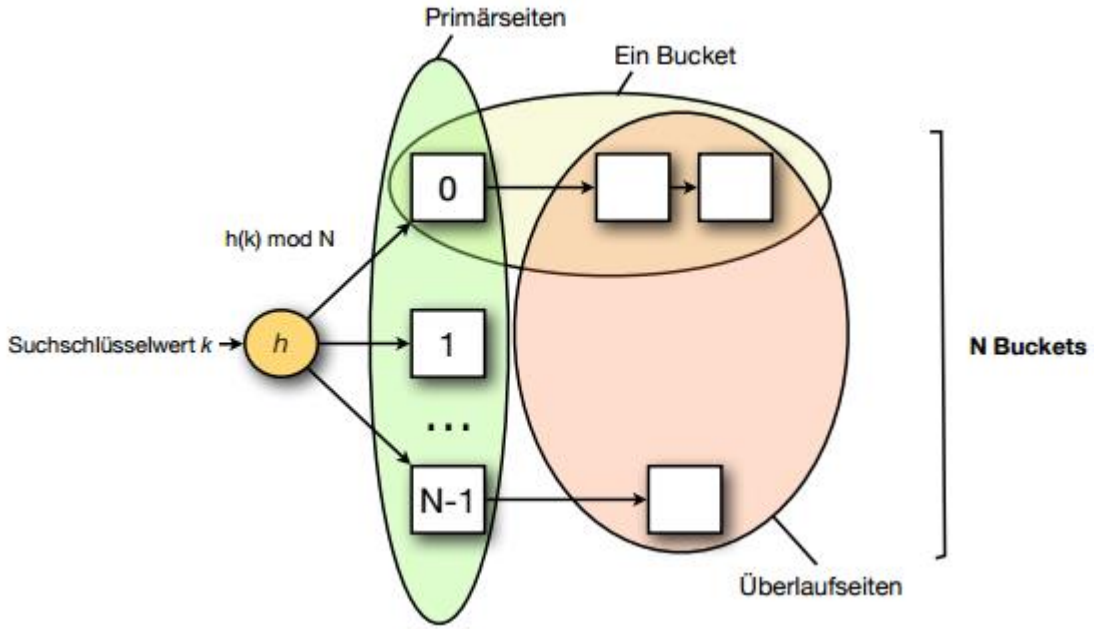
- Hashfunktionen:
  - Divisionsverfahren mit N = 97 → **2015** mod 97 = 75
  - Mittquadratmethode: $\mathbf{2015^2 =}$ 4060225 → nehme zwei mittleren Ziffern
  - Multiplikative Methode: $\lfloor 99 * (\mathbf{2015} * 0.61803 \bmod 1) \rfloor = 32$
- Warum benutzen wir nicht direkt 2015 als Hashwert?
  - 4 Ziffern → 10000 mögliche Werte → die Tabelle mit den Hashwerten würde ziemlich leer sein
  - In dem obigen Bsp. Brauchen wir 100 Hashwerte → es kann ein Überlauf auftreten

Strategien zur Kollisionbehandlung / Überlaufbehandlung

- Mittels offener Adressierung – im Kollisionsfall nach fester Regel alternativen freien Platz in Hashtabelle suchen
- Mittels verketteter Listen – jeder Behälter enthält Zeiger auf Überlaufliste
- Mittels einer zweiten Hashfunktion (Double Hashing) – man wendet die zweite Hashfunktion auf das Ergebnis des ersten um eine neue Adresse zu bekommen
- Zeiger anstatt Datensätze speichern → in der Hash Adresse speichert man:
  - Alle Zeiger zu synonymen Datensätze – Behälter von Adressen
  - Zeiger zu dem ersten Datensatz (der dann ein Zeiger zu der nächsten enthält,usw.) – verkettete Listen von Adressen

Statisches Hashing

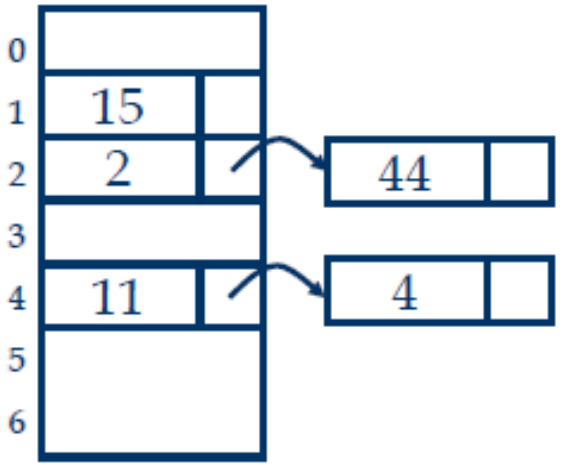
- Ein Behälter besteht aus einer Primärseite und ggf. ein oder mehreren Überlaufseiten
- Die Anzahl der Primärseiten ist von Anfang an fest und die Seiten sind sequentiell auf der Festplatte gespeichert (und nie freigegeben)
- Gegeben N Behälter, die von 0 bis N-1 numeriert sind, so wird k dem Behälter h(k) mod N zugewiesen



Statisches Hashing mit unabhängigen Listen

- Alle synonyme Datensätze werden in einer verketteten Liste gespeichert
- Die Hashdatei enthält eine Liste von N Datensätze; jeder Datensatz ist Kopf einer Liste von Synonymen
- Die Reihenfolge der Datensätze in der Hashdatei kann folgende sein:
  - Die Reihenfolge der Einfügungen
  - Steigende Reihenfolge der Suchschlüsselwerte
  - Absteigende Reihenfolge der Suchfrequenz

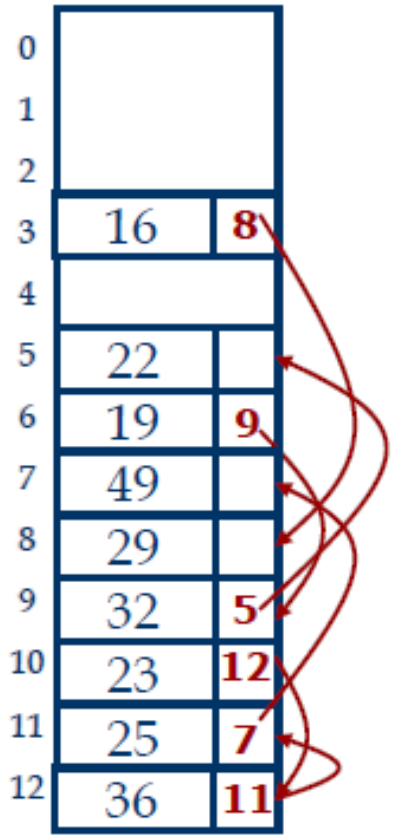
k	h(k) = k mod 7
11	4
2	2
44	2
4	4
15	1



Statisches Hashing mit verzahnten Listen

- Keine Überlaufseiten
- Einfügen eines Datensatzes mit Schlüsselwert k:
  - Falls der Slot an der Adresse h(k) frei ist, dann speichere den Datensatz
  - Falls der Slot nicht frei ist, dann:
    - Suche von unten nach oben den ersten freien Slot und speichere den Datensatz
    - Füge den Slot am Ende der Liste die den Slot h(k) enthält
- Beispiel

k	h(k) = k mod 13
16	3
23	10
36	10
25	12
19	6
32	6
29	3
49	10
22	9



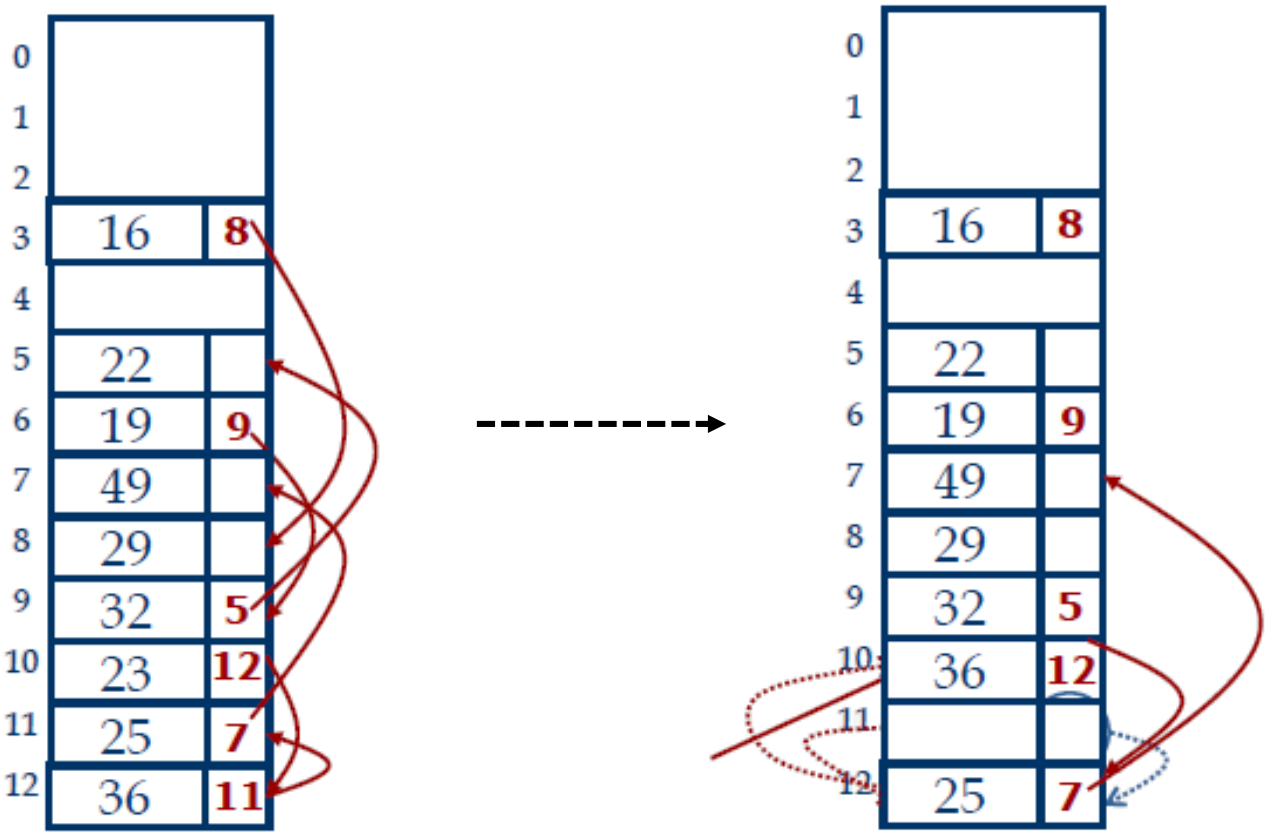
Statisches Hashing mit verzahnten Listen

- Löschen eines Datensatzes mit Schlüsselwert k:
  - Falls der Slot an der Adresse h(k) frei ist → Fehlermeldung
  - Falls der Slot nicht frei ist, dann:
    1. Finde und lösche den Datensatz (mit Hilfe der Zeiger)
    2. Suche, mit Hilfe der Zeiger, ein Datensatz r mit $h(k_r) = h(k)$
       - Wenn es einen solchen Datensatz gibt, dann verschiebe es in den aktuellen Slot
    3. Wiederhole Schritt 2 für den neuen leeren Slot ***oder***

       Kopiere den Zeiger des leeren Slots in den davorstehender Slot in der Liste (wenn es einen gibt)

Statisches Hashing mit verzahnten Listen

- Beispiel: lösche den Datensatz mit Schlüsselwert 23



k	h(k) = k mod 13
16	3
23	10
36	10
25	12
19	6
32	6
29	3
49	10
22	9

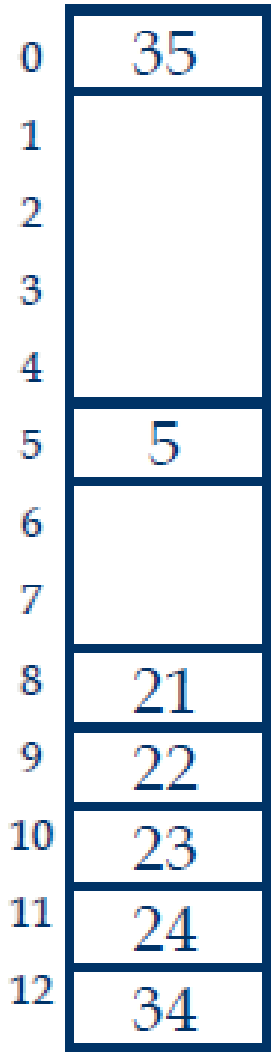
Statisches Hashing mit offener Adressierung

- Die Hashdatei enthält nur Dateneinträge (keine Zeiger zu weitere Seiten)
- Für kollidierende Schlüssel wird ein freier Eintrag in der Tabelle gesucht
- *Sondierungsreihenfolge* bestimmt für jeden Schlüssel, in welcher Reihenfolge alle Hashtabelleneinträge auf einen freien Platz durchsucht werden
- z.B. Lineares Sondieren : h(k), h(k)+1, h(k)+2, …, N-1, 0, …, h(k)-1

Statisches Hashing mit offener Adressierung

- Einfügen eines Datensatzes mit Schlüsselwert k:
  - Falls der Slot an der Adresse h(k) frei ist, dann speichere den Datensatz
  - Falls der Slot nicht frei ist, dann suche einen freien Slot an die Adressen: h(k)+1, h(k)+2, …, N-1, 0, …, h(k)-1
- Gut für 75% Belegung
- Beispiel:

k	h(k) = k mod 13
5	5
21	8
24	11
22	9
23	10
34	8
35	9



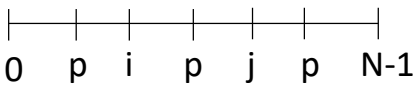
Statisches Hashing mit offener Adressierung

- Löschen eines Datensatzes mit Schlüsselwert k:
  - Problem: Löscht man z.B. h_0 aus der Folge h_0, h_1, h_2, so kann h_2 nicht mehr gefunden werden
  - Lösungen:
    A. Ersetze den zu löschenden Eintrag durch einen „Wächter“ (special code character).

       Alle Operationen werden dann angepasst: die Suche schaut über den Wächter hinweg, so als ob dort ein gültiger Wert steht. Bei einer Einfüge-Operation kann der Wächter durch einen Neueintrag ersetzt werden.

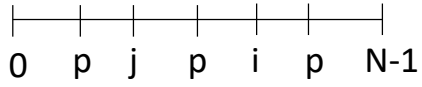
Statisches Hashing mit offener Adressierung

B. Lösche den Datensatz und verschiebe die anderen Datensätze.
   - Seien i, j und p Adressen, so dass:
     - i ist die Adresse des Datensatzes den wir löschen wollen
     - Zwischen i und j gibt es keine freie Slots
     - $h(k_j) = h(k_p)$ → der Datensatz an der Adresse j sollte an die Adresse p gespeichert werden
   - Es gibt folgende Fälle:



$i < j$

$i < p \leq j$ → nicht verschieben
$j \leq p \leq N-1$ → verschiebe Datensatz von der Adresse j zu der Adresse i
$0 \leq p \leq i$ → verschiebe Datensatz von der Adresse j zu der Adresse i



$i > j$

$0 < p \leq j$ → nicht verschieben
$j < p \leq i$ → verschiebe Datensatz von der Adresse j zu der Adresse i
$i < p \leq N-1$ → nicht verschieben

Statisches Hashing - Zusammenfassung

- Hashfunktion verteilt die Datensätze über N Behälter (Anzahl steht fest)
- **Statisches** Hashing ist für eine reale Datenbasis nicht effizient → eine einmal angelegte Hash-Tabelle kann nicht effizient vergrößert werden
- Wenn viele Einfügeoperationen erwartet werden, gibt es zwei Möglichkeiten:
  - Von vornherein viel Platz für die Tabelle reserviert → viel freier Platz umsonst, da die Primärseiten nie freigegeben werden
  - Es enstehen im Laufe der Zeit immer längere Überlaufketten → können nur durch Änderung der Hashfunktion und aufwendige Reorganisation der Tabelle beseitigt werden
- Lösung des Problems: **dynamisches** Hashing, **erweiterbares** Hashing und **lineares** Hashing

Erweiterbares Hashing

- Problem: Die Behälter (Primärseiten) sind voll
- Lösung: Die Datei wird reorganisiert und die Anzahl von Behälter verdoppelt
  - Lesen und Schreiben aller Seiten ist aber teuer
  - Idee:
    - benutze ein Verzeichnis von Behälter
    - Müsste ein neuer Datensatz in einen bereits vollen Behälter eingetragen werden, so wird er aufgeteilt → keine Änderungen nötig bei den anderen Behälter und keine Überlaufseite nötig
  - Das Verzeichnis von Behälter ist viel kleiner als die ganze Datei → die Verdoppelung ist viel billiger

Erweiterbares Hashing

- Wichtig ist wie die Hashfunktion angepasst wird
- Der Wert h(x) wird binär dargestellt und nur ein Präfix dieser binären Darstellung berücksichtigt

  h(x) = dp, wobei dp die Binärdarstellung ist, in zwei eingeteilt

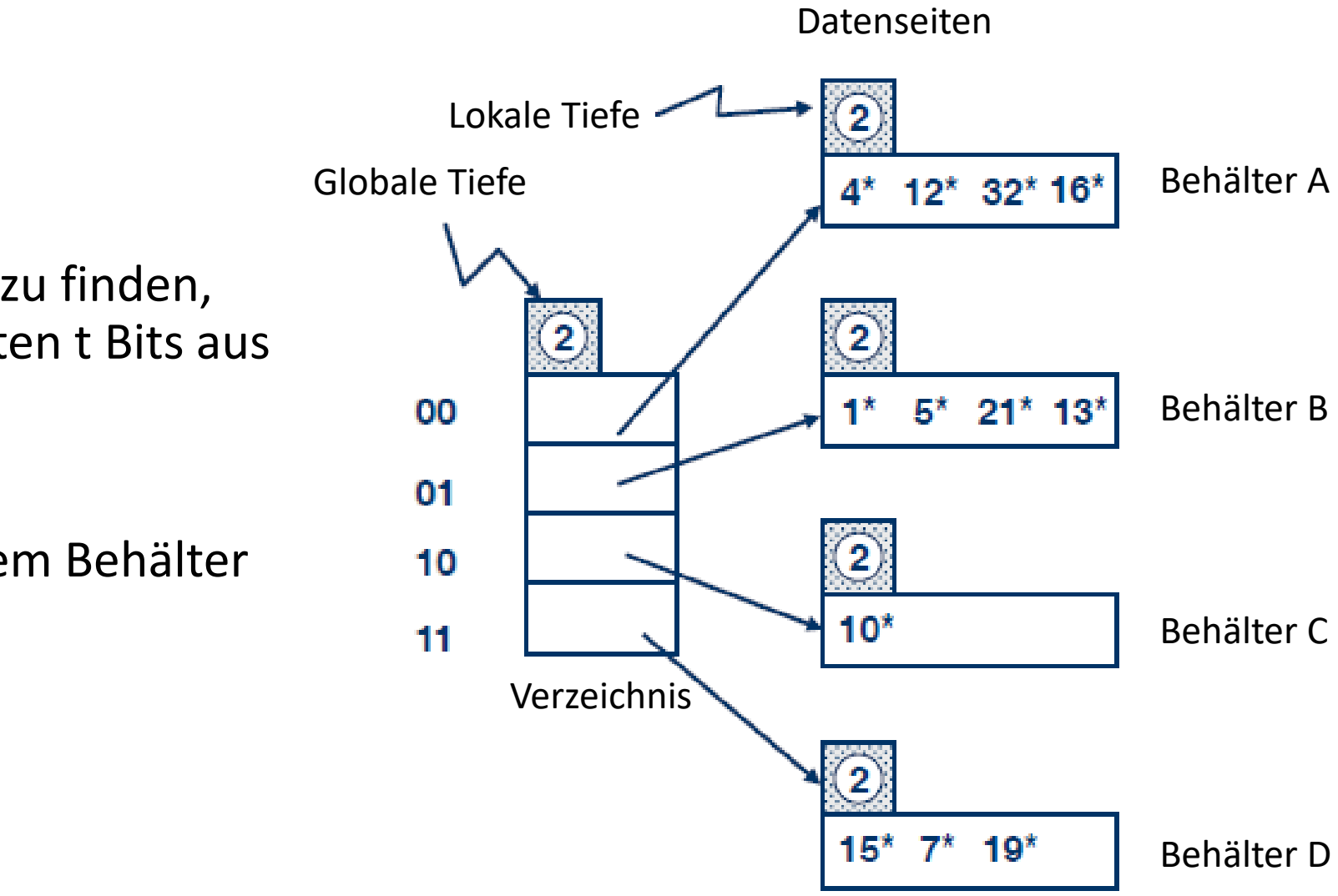
- d gibt die Position des Behälters im Verzeichnis an (p wird zur Zeit nicht benutzt)
- Die Größe von d wird die **globale Tiefe t** genannt
- Die **lokale Tiefe t'** eines Behälters gibt an, wieviele Bits des Schlüssels für diesen Behälter tatsächlich verwendet werden

Erweiterbares Hashing

- Wenn ein Behälter voll ist und aufgeteilt werden muss, dann erfolgt die Aufteilung anhand eines weiteren Bits des bisher unbenutzten Teil p
- Ist die globale Tiefe nicht ausreichend, um den Verweis auf den neuen Behälter eintragen zu können, muss das Verzeichnis verdoppelt werden
- Eine Verdoppelung des Verzeichnisses erfolgt also, wenn nach einer Aufteilung eines Behälters die lokale Tiefe größer als die globale Tiefe ist

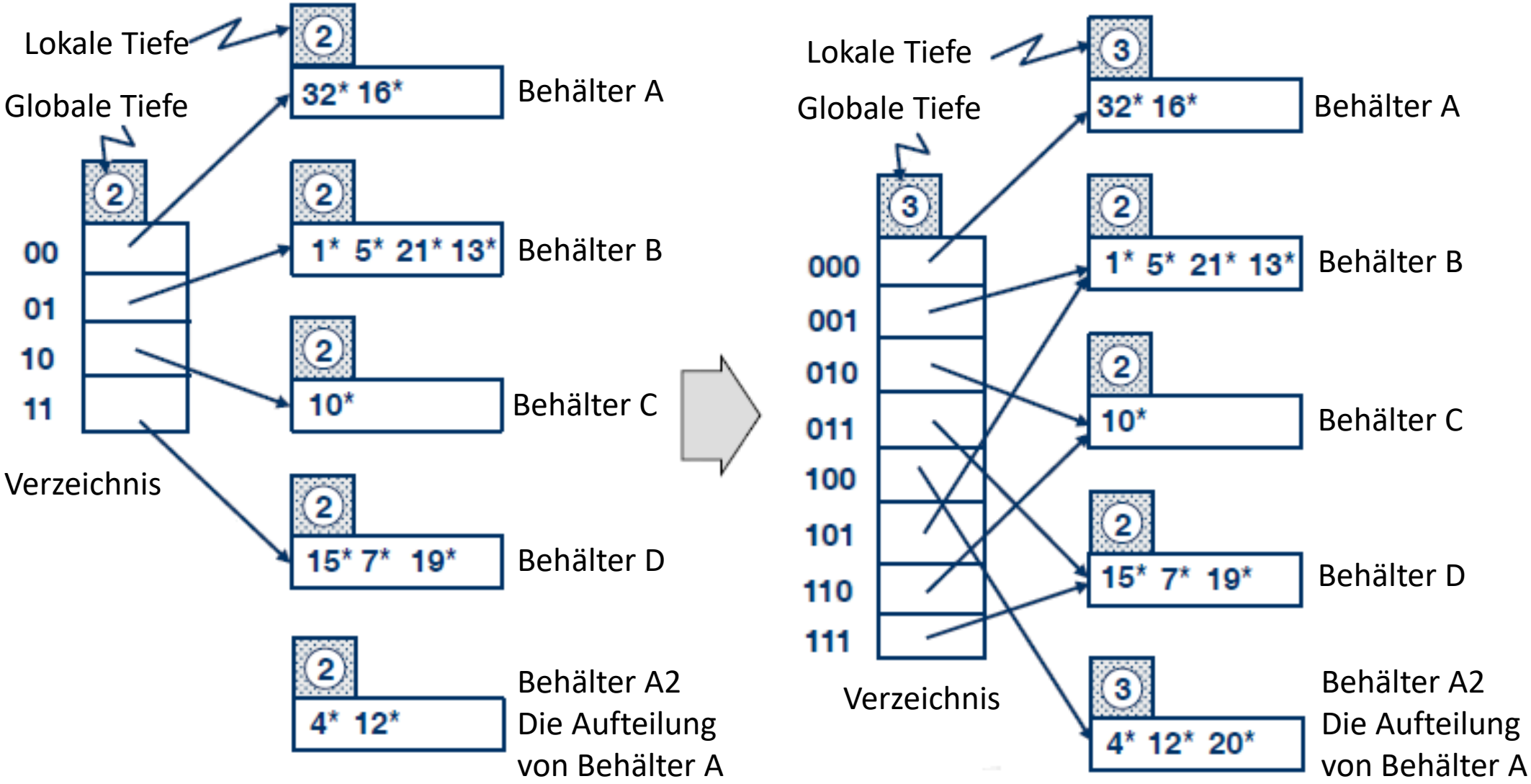
Erweiterbares Hashing - Beispiel

- Um den Behälter für x zu finden, berücksichtige die letzten t Bits aus h(x)
- t = t’ = 2
- h(5) = 5 = 101b → in dem Behälter verweist von 01



Erweiterbares Hashing - Beispiel

- Füge k ein: h(k) = 20 = 10100b → Behälter 00 → Verzeichnis verdoppeln



Erweiterbares Hashing - Beispiel

- Beim Einfügen von h(k) = 20 = 10100b :
  - Die letzten **2** Bits 00 sagen uns, dass k im Behälter A oder A2 gehört
  - Die letzten **3** Bits sagen uns in welchen der zwei Behölter es gehört
- Globale Tiefe t – die Anzahl der Bits die gebraucht werden um den Behälter zu lokalisieren → vor dem Einfügen t = 2, nach dem Einfügen t = 3
- Lokale Tiefe t’ eines Behälters – die Anzahl der Bits tatsächlich benutzt → in dem Beispiel t’ = 2 oder t’ = 3
- Da nach dem Einfügen t‘ > t ist → Verdoppelung des Verzeichnisses

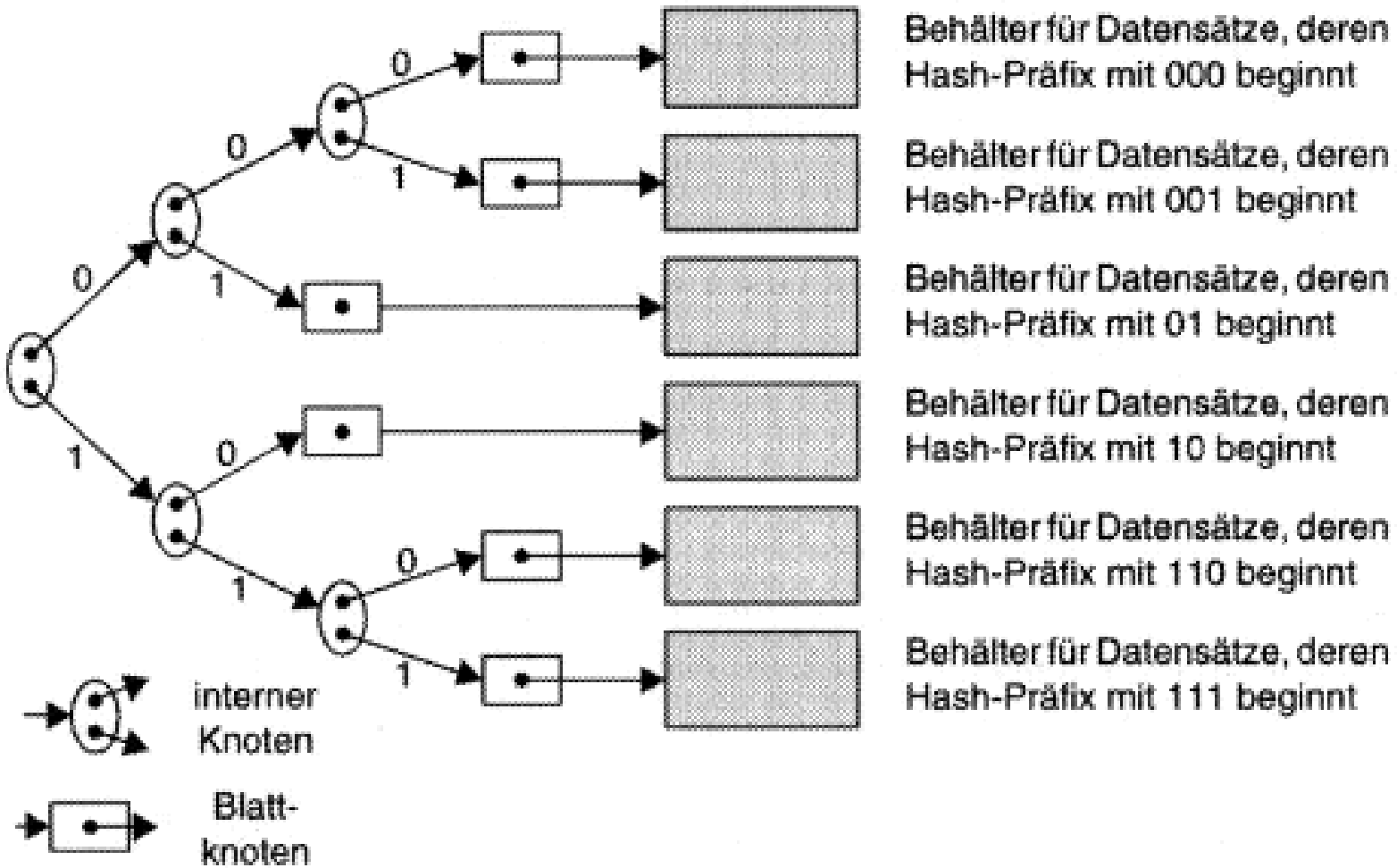
Erweiterbares Hashing

- Wenn das Verzeichnis im Hauptspeicher passt, dann kann man eine Gleichheitsanfrage mit einem Festplattenzugriff beantworten, da es keine Überlaufseiten gibt
- Ansonsten muss die jeweilige Verzeichnisseite vom Speicher geladen werden, und es sind dann insgesamt zwei Seitezugriffe erofrderlich
- Viele Datensätze mit demselben Hashwert können Probleme verursachen
- Werden Daten gelöscht, ist es möglich Behälter wieder zu verschmelzen oder sogar das Verzeichnis zu halbieren
- Im Vergleich zum statischen Hashing → speicherplatzsparender (passt sich dem Speicherplatzbedarf dynamisch an)

Dynamisches Hashing

- Die Idee ist die gleiche wie beim erweiterbares Hashing, aber es wird eine andere Art von Verzeichnisstruktur benutzt
  - Verzeichnisstruktur beim erweiterbares Hashing → ein Array mit 2^d Behälter, wobei d die globale Tiefe ist
  - Verzeichnisstruktur beim dynamisches Hashing → Verzeichnisbaum

Dynamisches Hashing



Lineares Hashing

- Idee: erlaubt einer Hash-Datei, ohne Verwendung einer Verzeichnisstruktur dynamisch zu wachsen und zu schrumpfen
- Dieses Schema benutzt eine Familie von Hashfunktionen h_0, h_1, …
- Der Wertebereich einer Funktion h_{i+1} ist doppelt so groß wie der Wertebereich der Vorgängerfunktion h_i

→ falls h_i einen Indexeintrag auf einen von N Behälter abbildet, so bildet h_{i+1} den Eintrag auf einen von 2N Behälter ab

- Überlaufseiten werden benutzt
- Gewährt eine gewisse Flexibilität bei der Entscheidung, wann ein Behälter geteilt wird
- Der Übergang von einer Hashfunktion h_i zu h_{i+1} entspricht der Verdoppelung des Verzeichnisses beim erweiterbaren Hashing

Lineares Hashing - Beispiel

- Größe der Behälter: 4
- Level: 0
- Nächstes Behälter zu verdoppeln: 0
- Füge folgende Werte ein: 37 = 100101

h_0				
00	32 (100000)	44 (101100)	36 (100100)	
01	9 (1001)	25 (11001)	5 (0101)	
10	14 (1110)	18 (10010)	10 (1010)	30 (11110)
11	31 (11111)	35 (100011)	7 (0111)	11 (1011)

Lineares Hashing - Beispiel

- Größe der Behälter: 4
- Level: 0
- Nächstes Behälter zu verdoppeln: 0
- Füge folgende Werte ein: 37 = 100101, 43 = 101011

h_0				
00	32 (100000)	44 (101100)	36 (100100)	
01	9 (1001)	25 (11001)	5 (0101)	37 (100101)
10	14 (1110)	18 (10010)	10 (1010)	30 (11110)
11	31 (11111)	35 (100011)	7 (0111)	11 (1011)

Lineares Hashing - Beispiel

- Größe der Behälter: 4
- Level: 0
- Nächstes Behälter zu verdoppeln: 0
- Füge folgende Werte ein: 37 = 100101, 43 = 101011

h_0				
00	32 (100000)	44 (101100)	36 (100100)	
01	9 (1001)	25 (11001)	5 (0101)	37 (100101)
10	14 (1110)	18 (10010)	10 (1010)	30 (11110)
11	31 (11111)	35 (100011)	7 (0111)	11 (1011)

43 (101011)

Lineares Hashing - Beispiel

- Größe der Behälter: 4
- Level: 0
- Nächstes Behälter zu verdoppeln: 1
- Füge folgende Werte ein: 29 = 11101

h_1	h_0					
000	00	32 (100000)				
	01	9 (1001)	25 (11001)	5 (0101)	37 (100101)	
	10	14 (1110)	18 (10010)	10 (1010)	30 (11110)	
	11	31 (11111)	35 (100011)	7 (0111)	11 (1011)	**43** **(101011)**
100	00	44 (101100)	36 (100100)			

Lineares Hashing - Beispiel

- Größe der Behälter: 4
- Level: 0
- Nächstes Behälter zu verdoppeln: 2

h_1	h_0					
000	00	32 (100000)				
001	01	9 (1001)	25 (11001)			
	10	14 (1110)	18 (10010)	10 (1010)	30 (11110)	
	11	31 (11111)	35 (100011)	7 (0111)	11 (1011)	**43** **(101011)**
100	00	44 (101100)	36 (100100)			
101	01	5 (0101)	37 (100101)	29 (11101)		

Hash-basierte Indexe

- Vorteile:
  - „Unschlagbar“, wenn es um Gleichheitsanfragen geht

    ```
    SELECT * FROM R WHERE A = k
    ```

  - Schneller Zugriff auf Daten wenn man bestimmte Informationen schon kennt (Suchschlüsselwert)
  - Weitere Anfrageoperationen, die eine Menge von Gleichheitsprüfungen durchführen, profitieren von Hash-Indexe

Hash-basierte Indexe

- Nachteile:
  - Es kann nur ein Hashindex geben auf einem Suchschlüssel (man muss eine Hash-Methode auswählen)
  - Die sequentielle Reihenfolge der Datensätze im Speicherplatz hat keine Bedeutung
  - Es können Blöcke von leeren Slots in einer Datei geben → ungleichformige Ladezeit
  - Keine Unterstützung bei Bereichsanfragen
  - Keine Unterstützung bei Anfragen wo man den Wert eines anderen Feldes außer dem Suchschlüssel kennt
  - Nicht empfohlen, wenn sich die Suchschlüsselwerte oft ändern

Hash-basierte Indexe in SQL Server

- In SQL Server kann man Hash-basierte Indexe nur für speicheroptimierte Tabellen erstellen (siehe https://docs.microsoft.com/de-de/sql/relational-databases/in-memory-oltp/introduction-to-memory-optimized-tables)
- SQL Server hat eine Hashfunktion, die für alle Hashindizes verwendet wird.
- Die Hashfunktion ist deterministisch: Beim gleichen Eingabeschlüsselwert gibt sie konsistent den gleichen Bucketslot aus.
- Die Hashfunktion ist ausgeglichen: die Verteilung der Indexschlüsselwerte auf Hashbuckets/Behälter entspricht einer Poisson-Verteilung (keine gleichmäßige Verteilung)
- Strategie zur Kollisionsbehandlung mittels verketteter Listen – jeder Behälter enthält Zeiger auf Überlaufliste

Hash-basierte Indexe in SQL Server - Beispiel

```
CREATE TABLE SupportIncidentRating_Hash (
 SupportIncidentRatingId int not null
identity(1,1) PRIMARY KEY NONCLUSTERED,
 RatingLevel int not null,
 SupportEngineerName nvarchar(16) not null,
 INDEX ix_hash_SupportEngineerName HASH
(SupportEngineerName) WITH (BUCKET_COUNT =
100000) )
 WITH ( MEMORY_OPTIMIZED = ON, DURABILITY =
SCHEMA_ONLY);
```

Hash-basierte Indexe in SQL Server

- Zu *wenige* Behälter hat die folgenden Nachteile:
- Mehr Hashkonflikte von eindeutigen Schlüsselwerten.
  - Jeder eindeutige Wert wird gezwungen, denselben Behälter mit einem anderen eindeutigen Wert zu nutzen.
  - Die durchschnittliche Kettenlänge pro Behälter nimmt zu.
  - Je länger die Behälterkette, desto langsamer die Gleichheitssuche in Index.
- Zu *viele* Behälter hat die folgenden Nachteile:
- Bei einer zu hohen Behälteranzahl können möglicherweise mehr leere Behälter auftreten.
  - Leere Behälter beeinträchtigen die Leistung der vollständigen Indexscans. Wenn diese regelmäßig ausgeführt werden, erwägen Sie eine Behälteranzahl, die annähernd der Anzahl eindeutiger Indexschlüsselwerte entspricht.
  - Leere Behälter belegen Speicher, wobei jeder Behälter allerdings nur 8 Bytes belegt.

Hash-basierte Indexe in SQL Server

- Überwachen der Statistiken für Ketten und leere Buckets:

```
SELECT * FROM sys.dm_db_xtp_hash_index_stats;
```

- Leere Buckets: 33% ist ein guter Zielwert
- Ketten in Buckets: Kettenlänge 1 ist ideal, bis zu 10 ist noch in Ordnung

Hash-basierte Indexe in SQL Server

- Die Leistung eines Hash-Indexes ist:
  - Ausgezeichnet, wenn die WHERE-Klausel einen *genauen* Wert für jede Spalte im Hashindexschlüssel angibt.
  - Schlecht, wenn die WHERE-Klausel im Indexschlüssel nach einem *Wertebereich* sucht.
  - Schlecht, wenn die WHERE-Klausel einen bestimmten Wert für die erste Spalte eines zweispaltigen Hashindexschlüssels angibt, aber kein Wert für die *zweite* Spalte des Schlüssels angegeben wird.

Siehe https://www.mssqltips.com/sqlservertip/3099/understanding-sql-server-memoryoptimized-tables-hash-indexes/ für mehrere Beispiele.