$\boxed{1a}$ Fazendo indução em j (número de termos):

BASE: $f[x_0] = f(x_0) = \dfrac{1}{0!\,h^0} \Delta f(x_0)$ vale

HIPÓTESE DE INDUÇÃO: A fórmula vale para $j-1$ termos:

$$f[x_0, \dots, x_{j-1}] = \frac{1}{(j-1)!\,h^{j-1}} \Delta^{j-1} f(x_0)$$

Agora, demonstrando que vale para j termos:

$$f[x_0, \dots, x_j] = \frac{f[x_1, \dots, x_j] - f[x_0, \dots, x_{j-1}]}{x_j - x_0} \quad \text{(pela definição)}$$

$$= \frac{\dfrac{1}{(j-1)!\,h^{j-1}} \Delta^{j-1} f(x_1) - \dfrac{1}{(j-1)!\,h^{j-1}} \Delta^{j-1} f(x_0)}{x_j - x_0} \quad \text{(pela HI)}$$

$$= \frac{1}{(j-1)!\,h^{j-1}} \cdot \frac{(\Delta^{j-1} f(x_1) - \Delta^{j-1} f(x_0))}{x_j - x_0} = \frac{1}{j!\,h^j} \Delta^j f(x_0) \quad \text{(pois } x_j = x_0 + jh \Rightarrow x_j - x_0 = jh\text{)}$$

$\blacksquare$

$\boxed{1b}$ sabemos que

$$P_n(x) = \sum_{j=0}^{n} \left(f[x_0, \dots, x_j] \prod_{i=0}^{j-1} (x - x_i) \right)$$

Como $x_i = x_0 + ih$

$$P_n(x) = \sum_{j=0}^{n} \left(f[x_0, \dots, x_j] \prod_{i=0}^{j-1} (x - x_0 + ih) \right)$$

Do item $\boxed{a}$,

$$P_n(x) = \sum_{j=0}^{n} \left(\frac{\Delta^j f(x_0)}{j!\,h^j} \prod_{i=0}^{j-1} (x - x_0 - ih) \right) = \sum_{j=0}^{n} \left(\frac{\Delta^j f(x_0)}{j!} \prod_{i=0}^{j-1} (s - i) \right) = \sum_{j=0}^{n} \binom{s}{j} \Delta^j f(x_0)$$