

1 a)

$$\ominus \begin{cases} f(x_0+h) = f(x_0) + hf'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \frac{h^3}{3!} f'''(x_0) + \dots \\ f(x_0+(-h)) = f(x_0) - hf'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) - \frac{h^3}{3!} f'''(x_0) + \dots \end{cases}$$

$$f(x_0+h) - f(x_0-h) = f(x_0) - f(x_0) + hf'(x_0) + hf'(x_0) + \frac{h^2}{2!} f''(x_0) - \frac{h^2}{2!} f''(x_0) + \dots$$

$$f(x_0+h) - f(x_0-h) = 2hf'(x_0) + \frac{2h^3}{3!} f'''(x_0) + \frac{2h^5}{5!} f^{(5)}(x_0) + \dots$$

$$2hf'(x_0) = f(x_0+h) - f(x_0-h) - \left[ \frac{2h^3}{3!} f'''(x_0) + \frac{2h^5}{5!} f^{(5)}(x_0) + \dots \right]$$

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h} - \left[ \frac{2h^3}{3! \cdot 2h} f'''(x_0) + \frac{2h^5}{2h \cdot 5!} f^{(5)}(x_0) + \dots \right]$$

$$f'(x_0) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h} - \left[ \frac{h^2}{3!} f'''(x_0) + \frac{h^4}{5!} f^{(5)}(x_0) + \dots \right]$$

$$\left| f'(x_0) - \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h} \right| = \left| \frac{h^2}{3!} f'''(x_0) + \frac{h^4}{5!} f^{(5)}(x_0) + \dots \right|$$

isto  $\Rightarrow \frac{h^2}{3!} f'''(x_0)$  é o termo dominante

Como este é o termo dominante,  $h^2$  limita o erro, de modo que o erro é  $O(h^2)$ .