7. Умножение ленточной симметричной матрицы на вектор. Хранится только нижний треугольник по столбцам:

1) с выделением диагонали; 2) без выделения диагонали.

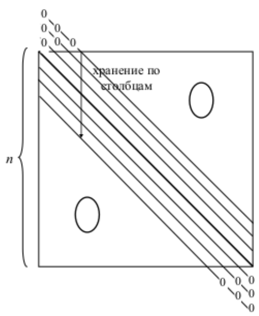

Рис. 5. Столбцовое хранение ленточной матрицы

Пример

$m = 2k+1.$ ширина ленты.

$m = 7.$

$7 - 1 = 2k \Rightarrow \boxed{k = 3}$

$$
\begin{array}{cc}
 & \xrightarrow{\quad 10 \quad} \\
A = {\scriptstyle 10}\downarrow &
\begin{bmatrix}
1 & 2 & 3 & 4 & & & & & & \\
2 & 2 & 3 & 4 & 5 & & & & & \\
3 & 3 & 3 & 4 & 5 & 6 & & & & \\
4 & 4 & 4 & 4 & 5 & 6 & 7 & & & \\
 & 5 & 5 & 5 & 5 & 6 & 7 & 8 & & \\
 & & 6 & 6 & 6 & 6 & 7 & 8 & 9 & \\
 & & & 7 & 7 & 7 & 7 & 8 & 9 & 10 \\
 & & & & 8 & 8 & 8 & 8 & 9 & 10 \\
 & & & & & 9 & 9 & 9 & 9 & 10 \\
 & & & & & & 10 & 10 & 10 & 10
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Рис. 8. Ленточная матрица

Храним по столбцам дополн-им матрицу как показано на рис.5. и запишем матрицу.

$$
\begin{array}{cc}
\tilde{A} = {\scriptstyle 10}\downarrow &
\begin{bmatrix}
4 & 3 & 2 & 1 & 12 & 13 & 14 \\
5 & 4 & 3 & 2 & 13 & 14 & 15 \\
6 & 5 & 4 & 3 & 14 & 15 & 16 \\
7 & 6 & 5 & 4 & 15 & 16 & 17 \\
8 & 7 & 6 & 5 & 16 & 17 & 18 \\
9 & 8 & 7 & 6 & 17 & 18 & 19 \\
10 & 9 & 8 & 7 & 18 & 19 & 20 \\
0 & 10 & 9 & 8 & 19 & 20 & 0 \\
0 & 0 & 10 & 9 & 20 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0
\end{bmatrix} \\
 & \xrightarrow{\quad 7 \quad}
\end{array}
$$

$\tilde{A}$ – матрица зап-ая в ленточном формате.

$7 \times 10 = 70$ – эл-ов в мат-е $\tilde{A}$

A – $10 \times 10 = 100$ элементов тоесть в $\tilde{A}$ на 30% меньше

2) С учётом условие задачи матрица симм-ая и $\Rightarrow$ для хр-ие пот-ся 2 массива

1 – для хранение диагонали (выд-ая р-ль по зад-ию)

2 – для хр-ие нижней треугольной части.

тоесть если пр-ть, что матрица A из примера симметр-ая, то можно записать матрицу в виде

$$al = \begin{array}{c} i \downarrow \end{array} \begin{bmatrix} 4 & 3 & 2 \\ 5 & 4 & 3 \\ 6 & 5 & 4 \\ 7 & 6 & 5 \\ 8 & 7 & 6 \\ 9 & 8 & 7 \\ 10 & 9 & 8 \\ 0 & 10 & 9 \\ 0 & 0 & 10 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad di = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{bmatrix}$$

3) Рассмотрим 1 из краевых ситуаций: матрица A - плотная и симметр-ая

тогда пол-аем что р-ть эл-а $[al]$ — $n \cdot (n-1)$ и р-п $[di] = n$. то есть никакой выгоды нет, однако в случае если внутри будет нор-п разрежение приведём к тому, что отдельное р-ие кр-ого с доб-ением нулевых элементов. ⇒ случае бессмысленно.

4) Рассмотрим задачу умножение матрицы на вектор

Как оговорено в усл-ии задачи. ест-о мат-а хр-а так как

Пусть вектор $\vec{a}$ - пр-ет собой од-ый массив.

• для вариантов с ленточным и диагональными форматами в подпрограммах матрицы хранить в виде двумерного массива;

а зн-ит матрица $[al]$ хр-ся в виде 2-ого массива. для умн-ия дост-о соотн индексы из $[al]$ к индексам из $\vec{a}$ A и ум-ить на соот-ие числа с индексами

очевидно для диаг-ого все прость в нашем случае.

$res_i = d_i \cdot a_i$ где $i = \overline{1,10}$

итак ширина ленты как известна заранее.

по ф-е $m = 2k+1$ можно найти смещение:

$\boxed{k = \frac{m-1}{2}}$ в р-ом примере $k=3$ это задаёт смещение в конце тоесть последние 3 эл-а не трогаем и далее в цикле уменьшаем k до 1.

тогда данное действие можно зр-п как:

res_i += $al_i \cdot a_i$ $\quad i = \overline{1, 10-k}$ где $k = \overline{3,1}$

эта формула спр-а для ун-ие нижнего Δ.

Для верхнего k задаёт смещение от стартовой поз-ии тоесть

res_i += $al_i \cdot a_i$ $\quad i = \overline{k, 10}$ $\quad k = \overline{4,1}$

* k - идёт с 4 т.к инд-ие массива идёт с 1 и смещение составит $\frac{m-1}{2} + 1$.

5) Организация хр-ие массива al- для быстрого доступа al будем хр-ить не так как пок-о при р-е примера а вот как

$$al = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 6 & \dots & 10 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & \dots & 9 & 10 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & \dots & & \dots 9 & 10 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Это позволит ускорить доступ к элементам т.к будет избегаться доступ к элементам „прыжками".

Доступ осущ-се к эл-ам в их порядке р-ие в памяти.