Лекция 3 (24к3). *Подобие и моделирование процессов конвективного теплообмена. Элементы теории подобия и размерности. Приведение уравнений к безразмерному виду. Безразмерные параметры, характеризующие подобие процессов конвективного теплообмена (критерии подобия).*

Поскольку трудно находить решения полных и даже упрощенных систем уравнений термогидродинамики, то большое значение приобрели и имеют до настоящего времени экспериментальные методы исследования. С развитием вычислительной техники все большую роль играет численный эксперимент (как аналог или замена физического). При экспериментальных исследованиях необходимо быть уверенным, что результаты, полученные с помощью конкретной установки (или модели), можно перенести на другие аналогичные процессы. Результаты аналитических и численных исследований так же должны обладать общностью.

Возникающие проблемы или трудности обобщения результатов исследований помогает разрешить *теория подобия* [1 – 4]. С помощью теории подобия размерные физические величины можно объединить в безразмерные комплексы, причем так, что число комплексов будет меньше числа величин, входящих в исходную формулировку краевых задач и из которых составлены эти комплексы. Полученные безразмерные комплексы можно рассматривать как новые переменные. Ниже будет показано, что новые безразмерные переменные отражают влияние не только отдельных факторов, но и их совокупности, что позволяет легче определить физические связи в исследуемом процессе.

Теория подобия устанавливает условия, при которых результаты физического моделирования можно распространять на другие явления, подобные рассматриваемому процессу. Вследствие этого, теория подобия является теоретической базой эксперимента и так же важным подспорьем теоретических исследований, в частности, при обобщении результатов численных исследований.

Для практического использования выводов теории подобия необходимо уметь *приводить к безразмерному виду математические описания изучаемых процессов, т.е. представлять* *формулировку физико-математической модели изучаемого процесса в безразмерном виде*. Один из методов выполнения этой операции – *метод масштабных преобразований*.

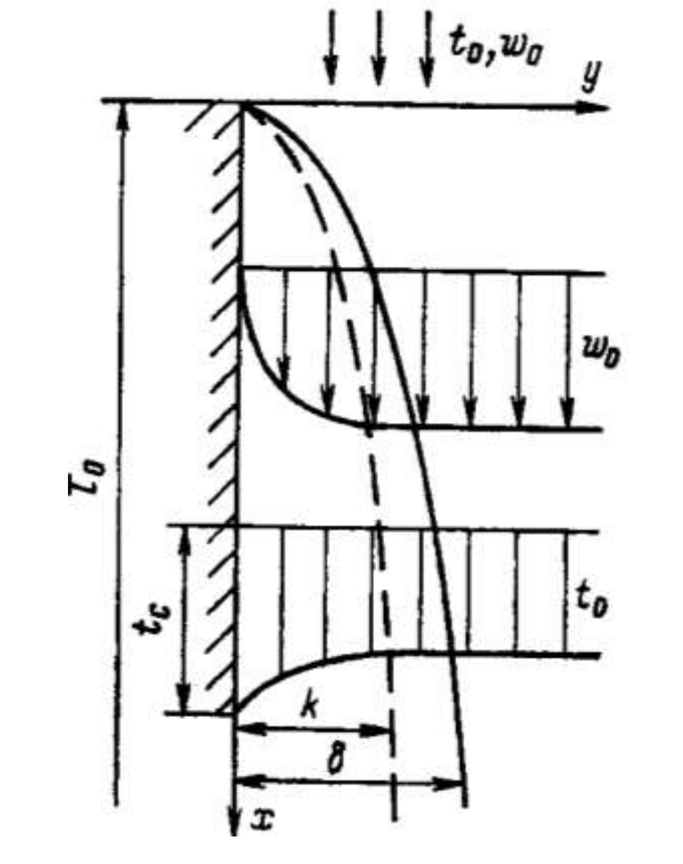

Рис.3.1. К постановке краевой задачи конвективного теплообмена

Для демонстрации сути этого метода рассмотрим простейшую двумерную задачу (рис.3.1).

Поверхность твердого тела омывается несжимаемой жидкостью, температура и скорость которой вдали от тела постоянны и равны соответственно t_0 и u_0, пусть задан размер тела – l_0. Пример: t_c – температура поверхности тела и $t_c > t_0$. Физические параметры жидкости полагаем постоянными, кроме плотности «в подъемной силе», т.е. $\rho(T)$. Процесс стационарный, теплота трения не учитывается. При принятом расположении тела и осей координат $g_x = g$, а $g_y = g_z = 0$. Будем считать, что размер по оси $z \approx l_0$, и пусть в направлении по нормали к плоскости рисунка 3.1 течение однородно. Т.е. рассматриваем двумерную задачу.

Подъемную силу (плавучести) $\rho g \beta \vartheta$ будем считать соизмеримой с вязкостным членом $\mu \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}$. Считаем применимым приближение ПС. Введем обозначение $\vartheta = t - t_0$, т.к. $t_0 = const$, то $dt = d\vartheta$. Тогда имеем сильно упрощенную систему уравнений:

уравнение энергии: $$u\frac{\partial \vartheta}{\partial x} + v\frac{\partial \vartheta}{\partial y} = a\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial y^2},$$

уравнение движения: $$u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=\frac{\mu}{\rho}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\beta g\vartheta,$$

уравнение неразрывности: $$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0.$$

Граничные условия:

при $y=\infty$ $\vartheta=\vartheta_0\equiv 0$, $u=u_0$, $v=0$

при $y=0$ $0\le x\le l_0$, $-\infty\le z\le+\infty$,

$\vartheta=\vartheta_c=t_c-t_0=const$, $u=v=w=0$

В уравнениях и условиях однозначности можно различить три вида величин:

1) независимые переменные – это координаты x,y;

2) зависимые (искомые) переменные: $\vartheta,\ u,\ v$. Зависимые переменные однозначно определяются значениями независимых переменных, если заданы величины, входящие в условия однозначности;

3) постоянные величины: $u_0,\ l_0,\ t_0,\vartheta_c,\ \nu=\dfrac{\mu}{\rho},\ a,\ g,\ \beta$. Они задаются условиями однозначности, для определенной задачи они постоянны, не зависят от других независимых переменных. Постоянными они называются потому, что они не являются функциями независимых переменных.

Искомые переменные $\vartheta,\ u,\ v$ т.о. зависят о большого числа величин и любая из них может быть представлена в виде функции:

$$f_i=f_i(x,\ y,\ u_0,\ l_0,\ t_0,\vartheta_c,\nu=\frac{\mu}{\rho},a,g,\beta\ldots).$$

Т.е они являются функциями независимых переменных и постоянных величин, входящих в условия однозначности.

Для приведения к безразмерному виду выберем масштабы приведения, в качестве которых удобно принять постоянные величины из условий однозначности или их комбинации, имеющие размерность искомых величин.

Обозначим безразмерные величины:

$X=\frac{x}{l_0}$, $Y=\frac{y}{l_0}$, $U=\frac{u}{u_0}$, $V=\frac{v}{u_0}$, $\theta=\frac{\vartheta}{\vartheta_c}$. Тогда:

$$x=l_0X,\ y=l_0Y,\ u=u_0U,\ v=u_0V,\ \vartheta=\vartheta_c\theta.$$

Т.о. все размерные величины, входящие в уравнения и в граничные условия, представляются в виде произведения одноименной безразмерной величины на соответствующий размерный масштаб. Подставляем таким образом определенные размерные величины в исходные уравнения. Вначале для наглядности почленно преобразуем уравнение энергии.

Например, $\frac{\partial^2\vartheta}{\partial y^2}=\frac{\partial}{\partial(l_0Y)}\left[\frac{\partial(\vartheta_c\theta)}{\partial(l_0Y)}\right]=\frac{\vartheta_c}{l_0^2}\cdot\frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}$.

После аналогичных преобразований всех членов уравнение энергии имеет вид:

$$u_0U\frac{\partial(\vartheta_c\theta)}{\partial(l_0X)}+u_0V\frac{\partial(\vartheta_c\theta)}{\partial(l_0Y)}=a\cdot\frac{\vartheta_c}{l^2_o}\cdot\frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}$$

умножим его на $l_0^{\ 2}/a$, тогда, вынося за знаки производных и сокращая константу ϑ_c получим:

$$\frac{u_0l_0}{a}\left[U\frac{\partial\theta}{\partial X}+V\frac{\partial\theta}{\partial Y}\right]=\frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}.$$

Аналогично преобразуем уравнение движения:

$$u_0U\frac{\partial(u_0U)}{\partial(l_0X)}+u_0V\frac{\partial(u_0U)}{\partial(l_0Y)}=\frac{\mu}{\rho}\frac{\partial^2(u_0U)}{\partial(l_0Y)^2}+g\beta\vartheta_c\theta\ ;$$

$$\frac{u_0^{\ 2}}{l_0}U\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{u_0^{\ 2}}{l_0}V\frac{\partial U}{\partial Y}=\frac{\nu u_0}{l^2_{\ 0}}\cdot\frac{\partial^2U}{\partial Y^2}+\beta g\vartheta_c\theta;$$

умножим это уравнение на $l^2_{\ 0}/\nu u_0$, здесь $\nu=\mu/\rho$ тогда:

$$\frac{u_0l_0}{\mu/\rho}\left(U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}\right)=\frac{\partial^2U}{\partial Y^2}+\frac{\beta g\vartheta_c\theta l_0^{\ 2}}{\nu w_0}.$$

Сделаем следующее преобразование комплекса, входящего в последнее уравнение: $\frac{\beta g \vartheta_c l_0^3}{\nu^2} \cdot \frac{\nu}{u_0 l_0}\theta$, здесь ν =μ/ρ

Уравнение сплошности преобразуется совсем просто и наглядно: $\frac{u_0}{l_0}\left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y}\right) = 0$ и т.к. $\frac{u_0}{l_0}$ не равно нулю окончательно имеем:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y}\right) = 0$$

Граничные условия после аналогичных преобразований принимают вид:

1) $Y = \infty,\ \theta = \theta_0 = 0,\ U = 1,\ V = 0$

2) $Y = 0,\ 0 \le x \le 1,\ \theta = \theta_c = 1,\ U = V = 0$

Из безразмерных граничных условий видно, что величины $w_0,\ t_0,\ t_c$ и др. могут иметь различные числовые значения, но безразмерные $\theta_0,\ \theta_c \cdots$ имеют вполне конкретное числовое значение. При известном поле температуры коэффициент теплоотдачи может быть определен по уравнению $\alpha = -\frac{\lambda}{t_c - t_0}\left(\frac{\partial t}{\partial y}\right)_{y=0}$.

Приведя к безразмерному виду, получаем:

$$\frac{\alpha \cdot l_0}{\lambda} = -\left(\frac{\partial \theta}{\partial Y}\right)_{Y=0};\ \alpha = -\frac{\lambda}{\vartheta_c} \cdot \frac{\partial\left(\vartheta_c \theta\right)}{\partial\left(l_0 Y\right)};\ \alpha = -\frac{\lambda}{l_0} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial Y}.$$

Безразмерный комплекс $\alpha\, l_0 / \lambda$ полностью определяется производной $\left(\partial\theta / \partial Y\right)_{Y=0}$. Кроме безразмерных величин $\theta,\ U,\ V$ и безразмерных координат, составленных из однородных физических величин, в уравнения входят также *безразмерные комплексы*, состоящие из разнородных физических величин:

$$\frac{\alpha l_0}{\lambda};\quad \frac{u_0 l_0}{\nu};\quad \frac{u_0 l_0}{a};\quad \frac{g \beta \vartheta_c l^3{}_0}{\nu^2}.$$

Этим комплексам – *числам (критериям) подобия* присвоены имена ученых, внесших значительный вклад в развитие гидродинамики и теплопередачи.

1) $\dfrac{\alpha l_0}{\lambda} = Nu$ – *число Нуссельта*, или безразмерный коэффициент теплоотдачи. В задачах конвективного теплообмена число Nu обычно является искомой величиной, поскольку в него входит определяемая величина α. Число Nu характеризует теплообмен на границе стенка-жидкость. При внешнем сходстве с *числом Био*, которое вводится при изучении теплопроводности, число Nu существенно отличается от него. В число Bi входит коэффициент теплопроводности твердого тела $\lambda_{тв.т.}$, а в число Nu – $\lambda_{ж-ти}$. Кроме того, в число Био коэффициент теплоотдачи вводится как величина, заданная в условиях однозначности. Здесь же коэффициент теплоотдачи, входящий в Nu, рассматриваем как величину искомую.

2) $\dfrac{u_0 l_0}{\nu} = \mathrm{Re}$ – характеризует соотношения сил инерции и сил вязкости. *Число Рейнольдса* можно получить, если член уравнения движения, учитывающий инерционные силы, разделить на член, учитывающий в этом уравнении силы вязкого трения:

$$\frac{u\partial u / \partial x}{\nu\partial^2 u / \partial x^2} = \frac{u_0{}^2 / l}{\nu u_0 / l^2{}_0} \cdot \frac{U\partial U / \partial X}{\partial^2 U / \partial Y^2} = \frac{u_0 l_0}{\nu} \cdot \frac{U\partial U / \partial X}{\partial^2 W_x / \partial Y^2}.$$

По существу, именно такая операция проделана при приведении уравнения движения к безразмерному виду.

3) $\dfrac{u_0 l_0}{a} = Pe$ – *число Пекле*, которое можно преобразовать:

$$\frac{u_0 l_0}{a} = \frac{\rho C_p u_0 \vartheta}{\left(\lambda / l_0\right) \cdot \vartheta} = \frac{\textit{теплота, переносимая конвекцией}}{\textit{теплота, переносимая теплопроводностью}}.$$

Иногда число Пекле называют тепловым числом Re. По существу, число Pe получили делением конвективного члена уравнения на член, учитывающий перенос теплоты теплопроводностью.

4) $\dfrac{g\beta\vartheta_c l^3{}_0}{\nu^2} = Gr$ – *число Грасгофа* характеризует подъемную силу, возникающую в жидкости вследствие разности температуры и из-за этого – разности плотностей. Физический смысл этого критерия – это отношение сил плавучести к силам вязкого трения. Если $\beta\vartheta = \left(\rho_0 - \rho\right)/\rho_0$, то вместо Gr можно написать его более общую модификацию – *число Архимеда*: $Ar = \dfrac{gl^3{}_0}{\nu^2} \cdot \dfrac{\rho_0 - \rho}{\rho_0}$

Для однородной среды при условии $\beta = const$ число Ar идентично числу Gr.

Систему уравнений теперь можно написать в следующем виде:

$$Nu = -\left(\partial\theta / \partial Y\right)_{Y=0}$$

$$Pe\left(U\frac{\partial\theta}{\partial X} + V\frac{\partial\theta}{\partial Y}\right) = \frac{\partial^2\theta}{\partial Y^2}$$

$$\mathrm{Re}\left(U\frac{\partial U}{\partial X} + V\frac{\partial U}{\partial Y}\right) = \frac{Gr}{\mathrm{Re}}\theta + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}$$

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0$$

Если добавить выше сформулированные условия однозначности в безразмерном виде, то получим математическую формулировку задачи в безразмерном виде.

Безразмерные величины $\theta,\ U,\ V,\ X,\ Y,\ Nu,\ \mathrm{Re},\ Pe,\ Gr$ можно рассматривать как новые переменные. Их так же можно разделить на три группы:

1) независимые переменные: это безразмерные координаты X, Y;

2) зависимые переменные: $\theta,\ U,\ V,\ Nu$ они однозначно определяются значениями независимых переменных при определенных значениях величин, входящих в условия однозначности;

3)постоянные величины: Pe, Re, Gr – они заданы условиями однозначности и для конкретной задачи являются постоянными.

В результате:

$Nu = f_1\left(X_c, Y_c, Pe, \mathrm{Re}, Gr\right)$,

$\theta = f_2\left(X, Y, Pe, \mathrm{Re}, Gr\right)$,

$U = f_3\left(X, Y, Pe, \mathrm{Re}, Gr\right)$,

$V = f_4\left(X, Y, Pe, \mathrm{Re}, Gr\right)$

– это уравнения подобия. Координаты X_c и Y_c соответствуют поверхности теплоотдачи. В данной задаче $Y_c = 0$.

Нахождение коэффициента теплоотдачи α (или числа Nu) вне стенки не имеет смысла.

Если в уравнении движения учесть член $\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial P}{\partial x}$, то в результате приведения к безразмерной записи появился бы член: $\frac{l_0}{\rho u_0}\cdot\frac{\partial P}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial X}\left(\frac{P}{\rho u^2{}_0}\cdot\frac{u_0 l_0}{\nu}\right) = \frac{\partial}{\partial X}\left(Eu\,\mathrm{Re}\right)$.

$Eu = \frac{P}{\rho u^2{}_0}$ – *число Эйлера*, которое характеризует соотношение сил давления и сил инерции. В уравнения конвективного теплообмена зависимая переменная Eu входит только под знаком производной. Следовательно, для рассматриваемой нами несжимаемой жидкости с постоянными физическими параметрами существенно не абсолютное значение давления, а его изменение. Для сжимаемых течений $\rho\left(P\right)$в этом случае представляет интерес абсолютное значение P. Поэтому, обычно число Эйлера представляют в виде: $Eu = \frac{P - P_0}{\rho u^2{}_0}$. Где P_0 – какое-либо фиксированное значение давления P, например, на входе в канал. Если в задаче есть и другие размеры, то все они должны быть заданы в условиях, тогда под знаком функции должны быть величины $L_1 = l_1/l_0,\ L_2 = l_2/l_0\ldots$

При неизменной математической формулировке задачи новые безразмерные величины могут быть получены путем комбинирования старых безразмерных величин, однако число переменных под знаком функции не должно измениться.

Число Ре можно представить как $Pe = \mathrm{Re} \cdot \mathrm{Pr} = \frac{u_0 l_0}{\nu} \cdot \frac{\nu}{a}$, *число Рэлея* $Ra = Gr \cdot \mathrm{Pr} = \frac{\beta g}{\nu^2} \Delta T l^3{}_0 \cdot \frac{\nu}{a} = \frac{\beta g}{a\nu} \Delta T l^3{}_0$

Число Рэлея характеризует работу сил плавучести по преодолению сил вязкого трения и при наличии потерь плавучести из-за теплообмена всплывающего моля нагретой жидкости с окружающей средой или теплоотдачи в окружающую среду при всплытии моля нагретой жидкости. Число Прандтля Pr составлено из физических параметров, поэтому и само является физическим параметром $\mathrm{Pr} = \nu / a = \frac{\mu C_p}{\lambda}$.

Общепринятое в учебниках [1] объяснение физического смысла числа Прандтля исходит из сравнения уравнения энергии: $u\frac{\partial T}{\partial x} + v\frac{\partial T}{\partial y} = a\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}$

и уравнения движения: $u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\mu}{\rho}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$.

По записи (по форме операторов) они аналогичны, при $a = \nu$ расчетные поля T и $\vec{V}$ будут подобны, если только аналогичны и условия однозначности. Условию $a = \nu$ = μ/ρ соответствует равенство Pr = 1. Таким образом, при определенных условиях числу Прандтля может быть придан смысл меры подобия полей T и $\vec{V}$.

Ну а если a ≠ ν? Тогда более емкое и более правильное объяснение физического смысла числа Прандтля: это отношение времен релаксации теплового возмущения $\tau_a = L^2/a$ при выравнивании температуры и затухания гидродинамического возмущения $\tau_\nu = L^2/\nu$ за счет действия вязкого трения $\mathrm{Pr} = \tau_a/\tau_\nu = \nu/a$.

Для воды числа Pr при $T = (0 \div 180^0 C)$ на линии насыщения меняются от 13,7 до 1 (резко уменьшается $\mu(T)$ с ростом T, растет λ и C_p мало зависит от T, при $T = (130 \div 310)^0 C$.

Для газов: одноатомных Pr = 0,67; 2-х атомных Pr = 0,72; 3-х атомных Pr = 0,8; 4-х атомных Pr = 1.

Жидкие металлы: $\Pr \approx 0,005 \div 0,05$.

Учитывая, что Pe = Re Pr, уравнения подобия можно записать в виде:

$$Nu = F_1(X_c, Y_c, \mathrm{Re}, \Pr, Gr)$$

$$\theta = F_2(X, Y, \mathrm{Re}, \Pr, Gr)$$

$$W_x = F_3(X, Y, \mathrm{Re}, \Pr, Gr)$$

$$W_y = F_4(X, Y, \mathrm{Re}, \Pr, Gr)$$

Исходя из уравнений, безразмерные величины можно разделить на два вида:

1)определяемые – в которые входят искомые зависимые величины α, ϑ, u, v – это Nu, θ, U, V

2)определяющие – составленные из независимых переменных и постоянных величин, входящих в условия однозначности – X,Y, Re, Pr (или Pe), Gr.

Числа подобия, составленные из наперед заданных параметров математического описания процесса, называют также *критериями подобия.*

Условия подобия физических процессов.

Полученная система дифференциальных безразмерных уравнений описывает совокупность физических процессов, характеризующихся *одинаковым механизмом*. Уравнения справедливы для любого процесса теплоотдачи между твердым телом и несжимаемой жидкостью, удовлетворяющего данной формулировке задачи.

Дифференциальные уравнения отражают наиболее *общие черты явлений* и не учитывают частные, количественные особенности. Такими *особенностями являются форма и размеры* системы, *физические свойства рабочих тел*, условия протекания процесса на границах системы и другое. Частные особенности различных *явлений одного и того же класса* определяются с помощью условий однозначности.

Общие условия подобия физических процессов можно сформулировать в виде трех правил:

1. *Подобные процессы* должны быть *качественно одинаковыми*, т.е. они должны иметь *одинаковую физическую природу* и описываться одинаковыми по форме записи дифференциальными уравнениями.

2. Условия однозначности подобных процессов должны быть одинаковыми во всем, кроме числовых значений размерных постоянных, содержащихся в этих условиях.

3. Одноименные определяющие безразмерные переменные подобных процессов должны иметь одинаковое числовое значение.

Эти условия являются *определением подобия физических процессов*.

Комментарии: Первое правило – *подобные процессы должны быть одинаковой природы*, т.е. определяться одинаковыми действующими силами. Изменение исходных дифференциальных уравнений приводит к изменению системы безразмерных переменных, существенных для изучаемого процесса.

Второе правило – запись различных уравнений однозначности подобных процессов в общем виде должна быть идентична. Несмотря на различные значения w_1, t_0, t_c … безразмерные условия будут одинаковыми для всех этих процессов.

Из первого и второго условий подобия следует, что *подобные процессы должны описываться одинаковыми (тождественными) безразмерными дифференциальными уравнениями и безразмерными граничными условиями*.

В безразмерной форме математическая формулировка подобных процессов одна и та же. Следовательно, подобные процессы описываются единой формулой, например, $\theta = f_2(X, Y, \mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$.

Функция f_1 (или f_2) будет одна и та же для всех подобных процессов.

К первым двум условиям нужно добавить условие, что *одноименные определяющие безразмерные переменные подобных процессов должны иметь одинаковое числовое значение* –

$$X = idem,\ Y = idem,$$

$$\mathrm{Re} = idem,\ \mathrm{Pr} = idem,\ Gr = idem$$

Так как f_i для подобных процессов одинаковы, то *определяемые одноименные переменные подобных процессов также будут иметь одинаковые значения*: $Nu = idem,\ \theta = idem,\ W_x = idem,\ W_y = idem$.

Когда формула представлена в безразмерных переменных, неизменность каждой в отдельности из определяющих величин $X,\ Y,\ \mathrm{Re},\ \mathrm{Pr},\ Gr$, например, в уравнении $\theta = f(X, Y, \mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, Gr)$ дает одно и то же значение безразмерной температуры $\theta = (t - t_0)/(t_C - t_0)$, однако, размерные значения температур жидкости и стенки могут быть различны. Одинаковым безразмерным значениям будет соответствовать множество различных по своим размерным температурным параметрам физических процессов.

Подобие процессов в целом – достаточно численного равенства одноименных определяющих переменных, составленных из постоянных величин, заданных в условиях однозначности. В то же время *локальные значения искомых переменных необходимо рассматривать в точках, характеризующихся равенством одноименных безразмерных координат*. А при нестационарных процессах должно быть и *равенство безразмерных времен*, например, равенство *чисел Фурье*: $F_0 = \frac{a\tau}{l^2}$.

Таким образом, критериями подобия по существу являются определяющие безразмерные переменные, составленные из постоянных величин, не являющихся функцией независимых переменных.

Понятие подобия можно распространить на физически неоднородные (аналогичные) процессы. Для этого необходимо потребовать только формальной тождественности дифференциальных уравнений.

Следствия.

1) Если процессы подобны, то любая физическая величина φ в данной точке процесса А пропорциональна соответствующей величине в сходственной точке процесса Б.

$\varphi_A = C_\varphi \varphi_Б$, C_φ – константа подобия.

2) Подобные процессы можно рассматривать как один и тот же процесс, но взятый в различном масштабе, причем масштабы разноименных величин могут быть неодинаковыми. В то же время, выбор констант подобия C_φ не может быть произвольным.

$$\mathrm{Re}_A = \mathrm{Re}_Б; \quad \mathrm{Re}_A = \frac{u_{0A} l_{0A}}{\nu_A}; \quad \mathrm{Re}_Б = \frac{u_{0Б} l_{0Б}}{\nu_Б}$$

одноименные величины связаны с помощью констант подобия:

$$u_{0A} = c_u u_{0Б} \quad ; \quad l_{0A} = c_l l_{0Б} \quad ; \quad \nu_A = c_\nu \nu_Б$$

$$\mathrm{Re}_A = \frac{c_u c_l}{c_\nu} = \frac{u_{0Б} l_{0Б}}{\nu_Б} = \frac{c_u c_l}{c_\nu} \mathrm{Re}_Б$$

$\dfrac{\mathrm{Re}_A}{\mathrm{Re}_Б} = \dfrac{c_u c_l}{c_\nu} = 1$ – это и есть условие, ограничивающее пропорциональный выбор констант c_w, c_l, c_ν .

Аналогично:

$$\frac{\mathrm{Pr}_A}{\mathrm{Pr}_Б} = \frac{c_\nu}{c_a} = 1, \frac{Nu_A}{Nu_Б} = \frac{c_\alpha c_l}{c_\lambda} = 1$$

Безразмерные комплексы для обобщения экспериментальных данных по теплообмену.

Литература

1. Исаченко В.П., Осипова В.А., Сукомел А.С. Теплопередача, Изд-е 4-е, М.: Энергоиздат, 1981.

2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Наука. Глав. Ред. Физ.-мат. лит. 1987.

3. Гухман А.А. Применение теории подобия к исследованию процессов тепло-массообмена. М.: Изд-во “Высшая школа”, 1967.

4. Кутателадзе С.С. Анализ подобия и физические модели. Новосибирск: Наука, Сибирское отделение, 1986.