

Введение в Latex

Занятие 6.2 Как эффективно работать в LATEX?

Ребриков Алексей

Студсовет ФПМИ

осень 2022

Содержание

1 Вступление

2 Hyper Snips

3 Key Bindings

Вступление

Inspired by

← ALL ARTICLES

MAR 17, 2019 • 15 MIN READ

How I'm able to take notes in mathematics lectures using LaTeX and Vim

Источник-вдохновитель: <https://castel.dev/post/lecture-notes-1/>
VsCode «переходник»: https://github.com/Einlar/latex_snippets

Личный опыт

[Многомерный анализ, интегралы и ряды](#)

[Назад к содержанию](#)

$\Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0$ как супремум $\mu_*(X) \geq \mu(A_\varepsilon)$, как инфинум $\mu^*(X) \leq \mu(B_\varepsilon)$, складывая второе с первым домноженным на -1 :

$$\mu^*(X) - \mu_*(X) \leq \mu(B_\varepsilon) - \mu(A_\varepsilon) < \varepsilon.$$

Теперь собираем:

$$\forall \varepsilon > 0 \mu_*(X) \leq \mu^*(X) < \mu_*(X) + \varepsilon,$$

при $\varepsilon \rightarrow 0$:

$$\mu_*(X) \leq \mu^*(X) \leq \mu_*(X) \Rightarrow \mu(X) = \mu^*(X) = \mu_*(X) \Rightarrow X \text{ — измеримо.}$$

□

Определение 1.7. δ -окрестность множества $U_\delta(X) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \inf_{y \in X} |x - y| < \delta\}$.

Замечание. $\inf_{y \in X} |x - y|$ можно определять как расстояние от точки x до множества X .

Утверждение 1.5. X — измеримо $\Rightarrow \mu(U_\delta(X)) \rightarrow_{\delta \rightarrow 0} \mu(X)$.

Доказательство. Пусть $X = \{x \in \mathbb{R}^n \mid a_i \leq x \leq b_i\}$ — клетка. Тогда $\mu(X) = \prod_{i=1}^n (b_i - a_i)$, $U_\delta(X) \subset \{x \in \mathbb{R}^n \mid a_i - \delta \leq x \leq b_i + \delta\}$. Значит

$$\mu(X) \leq \mu^*(U_\delta(X)) \leq \prod_{i=1}^n ((b_i - a_i) - 2\delta) \xrightarrow{\delta \rightarrow 0} \prod_{i=1}^n (b_i - a_i) = \mu(X).$$

Пусть теперь $X = \bigcup_{i=1}^k \Pi_i$ — клеточное множество. Тогда $U_\delta(X) = \bigcup_{i=1}^k U_\delta(\Pi_i)$ и

$$\mu(X) \leq \mu^*(U_\delta(X)) - \mu^*\left(\bigcup_{i=1}^k U_\delta(\Pi_i)\right) \leq \sum_{i=1}^k \mu^*(U_\delta(\Pi_i)) \xrightarrow{\delta \rightarrow 0} \sum_{i=1}^k \mu(\Pi_i) = \mu(X).$$

Как следствие:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta_0 : \forall \delta < \delta_0 \quad \left| \sum_{i=1}^k \mu^*(U_\delta(\Pi_i)) - \mu(X) \right| < \frac{\varepsilon}{2}.$$

Пусть теперь X — измеримое множество, $\forall \varepsilon > 0 \exists C_\varepsilon \subset \bigcup_{i=1}^k \Pi_i : \mu(B_\varepsilon) - \mu(X) < \varepsilon/2$:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta_0 : \forall \delta < \delta_0 \mu(X) \leq \mu^*(U_\delta(X)) \leq \mu(U_\delta(B_\varepsilon)) \leq \mu(B_\varepsilon) + \frac{\varepsilon}{2} < \mu(X) + \varepsilon \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} \mu(X).$$

□

Утверждение 1.6. Пусть $X, \Pi \subset \mathbb{R}^n$, тогда из $X \cap \Pi \neq \emptyset$ и $(\mathbb{R}^n \setminus X) \cap \Pi \neq \emptyset$ следует, что $\Pi \cap \partial X \neq \emptyset$.

[Многомерный анализ, интегралы и ряды](#)

[Назад к содержанию](#)

Доказательство. Пусть T — разбиение $[a,b]$. Рассмотрим

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}(\alpha f + \beta g, T, \xi) &= \sum_{i=1}^{m-1} (\alpha f + \beta g)(\xi_i)(x_{i+1} - x_i) = \sum_{i=1}^{m-1} (\alpha f(\xi_i) + \beta g(\xi_i))(x_{i+1} - x_i) = \\ &= \alpha \sum_{i=1}^{m-1} f(\xi_i)(x_{i+1} - x_i) + \beta \sum_{i=1}^{m-1} g(\xi_i)(x_{i+1} - x_i) = \\ &= \alpha \mathfrak{S}(f, T, \xi) + \beta \mathfrak{S}(g, T, \xi) \xrightarrow{t(T) \rightarrow 0} \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx. \end{aligned}$$

Значит $\exists \lim_{(T) \rightarrow 0} \mathfrak{S}(\alpha f + \beta g, T, \xi) = \alpha f + \beta g$ — интегрируемы на $[a,b]$, причём

$$\int_a^b (\alpha f(x) + \beta g(x)) dx = \alpha \int_a^b f(x) dx + \beta \int_a^b g(x) dx.$$

□

Замечание. Функции интегрируемые на отрезке $[a,b]$ образуют линейное пространство. При этом определенный интеграл является линейным оператором.

Утверждение 2.11. Пусть $f, g : [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$, f, g — интегрируемы на $[a,b]$, и $f \leq g$. Тогда

$$\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx.$$

Доказательство. Пусть T — разбиение $[a,b]$, ξ — выборка. По определению

$$\mathfrak{S}(f, T, \xi) = \sum_{i=1}^{m-1} f(\xi_i)(x_{i+1} - x_i) \leq \sum_{i=1}^{m-1} g(\xi_i)(x_{i+1} - x_i) = \mathfrak{S}(g, T, \xi).$$

Переходя к пределу при $t(T) \rightarrow 0$ получаем искомое выражение. □

Замечание. Сейчас мы использовали нестрогое неравенство. Если отношение функций будет строгим, то отношение интегралов может быть не строгим (как это было с последовательностями).

Утверждение 2.12. Пусть $f : [a,b] \rightarrow \mathbb{R}$, f — интегрируема на $[a,b]$. Тогда $|f|$ — интегрируема на $[a,b]$ и

$$\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx.$$

Эстетики слайд или Conceal

```
\begin{proposition}
Пусть  $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ .
\begin{itemize}
    \item  $f$  ограничена снизу  $\Rightarrow \forall T s(f, T) \in \mathbb{R}$ ,
    \item  $f$  неограниченна снизу  $\Rightarrow \forall T s(f, T) = -\infty$ ,
    \item  $f$  ограничена сверху  $\Rightarrow \forall T S(f, T) \in \mathbb{R}$ ,
    \item  $f$  неограниченна сверху  $\Rightarrow \forall T S(f, T) = +\infty$ .
\end{itemize}
\end{proposition}
```

Источник: <https://github.com/Pancaek/vsc-conceal>

Hyper Snips

Snippets

Definition

Snippet — это короткий фрагмент текста, который может быть вызван каким-либо другим текстом.

Например, когда я набираю `dategreeting` и нажимаю `Tab`:

Tips & Tricks

В VsCode работает так называемый *fuzzy search* (нечеткий поиск).

Лучшие Latex snippets

- Формулы (`\mk`):

Лучшие Latex snippets

- Буквы (двойное нажатие):

Лучшие Latex snippets

- Деление, индексы:

Еще примеры

- Короткое определение (`df`):

Еще примеры

- Сумма (`sumi`), бесконечность (00):

$$\sum_{j=0}^{\infty} \beta_j y_j$$

Еще примеры

- Вектор ($, .$), степень(td), модуль(abs):

$$(\vec{a}, \vec{a}) = |\vec{a}|^2.$$

Простейшее закулисье

```
snippet abs A
\left| $1 \right| $2
endsnippet

snippet df A
\$\$1\$^--- \$0
endsnippet

snippet sumi A
\sum_{{\$1:i}=\${2:1}}^{\${3:n}} \$4:\alpha_{\$1:i} \$5:x_{\$1:i} \$0
endsnippet

snippet def
\begin{definition}
\$0
\end{definition}
endsnippet

snippet * A
\cdot
endsnippet
```

Аналогично: последовательности, интегралы, пределы, промежутки, whatever

Key Bindings

Очень прикладной пример

Закулисье

Нужно расширение macros.

```
marketplace.visualstudio.com/items?itemName=geddski.macros
// keybindings.json
{
    "key": "cmd+enter",
    "command": "macros.goToEndLatex",
    "when": "editorTextFocus && editorLangId == latex",
},
// settings.json
"macros":
{
    "goToEndLatex": [
        "cursorBottom",
        "editor.action.insertLineBefore",
        "editor.action.insertLineBefore",
    ]
},
```

ВСЁ!