

МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)

Физтех-школа радиотехники и компьютерных технологий



Лабораторная работа 2.2.1

Исследование взаимной диффузии газов

Автор:
Григорьев Даниил
Б01-407

1 Аннотация

Цель работы: 1) регистрация зависимости концентрации гелия в воздухе от времени с помощью датчиков теплопроводности при разных начальных давлениях смеси газов; 2) определение коэффициента диффузии по результатам измерений.

В работе используются: измерительная установка; форвакуумный насос; баллон с газом (гелий); вакуумметр (класс точности 0.4, $\sigma_P = 3$); источник питания; магазин сопротивлений; милливольтметр ($\sigma_U = 0.01$); компьютер с программой для проведения измерений ($\sigma_t = 1$).

2 Теоретические сведения

Закон Фика:

$$j_a = -D \frac{\partial n_a}{\partial x}, j_b = -D \frac{\partial n_b}{\partial x} \quad (1)$$

В опыте: диффузия гелия на стационарном воздухе:

$$D = \frac{1}{3} \lambda \bar{v}, \lambda = \frac{1}{n_0 \sigma}, \bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}} \quad (2)$$

В общем случае:

$$D = \frac{1}{3} \lambda \bar{v}, \lambda = \frac{1}{n_\Sigma \sigma}, n_\Sigma = n_{He} + n_v = \frac{P}{kT}, \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi \bar{m}}} \quad (3)$$

Следовательно, $D \sim \frac{1}{p}$

3 Методика измерений

$$V_1 \approx V_2 \equiv V, LS \ll V \Rightarrow n(t) \quad (4)$$

Через некоторое время в трубе (рис. 1)

$$j = -D \frac{\partial n}{\partial x} = const, n(x) = \frac{\Delta n}{L} x \quad (5)$$

Для сосудов:

$$N_1 = n_1 V, N_2 = n_2 V, \frac{dN_1}{dt} = jS, \frac{dN_2}{dt} = -jS \quad (6)$$

$$\frac{(d\Delta n)}{dt} = -\frac{\Delta n}{\tau}, \tau = \frac{1}{D} \frac{VL}{2S} \quad (7)$$

$$\Delta n = \Delta n_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (8)$$

Применимость:

$$\tau \gg \tau_{\text{диф}} = \frac{L^2}{2D}, \Rightarrow SL \ll V \quad (9)$$

Для теплопроводности (датчики в установке 2)

$$\Delta k = k(n_2) - k(n_1) \approx const \cdot \Delta n \quad (10)$$

Измерение разности теплопроводности с помощью измерения напряжения на гальванометре на мосту: при одной смеси в сосудах - баланс, при разных:

$$U \sim \delta k \sim \Delta n, U = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (11)$$

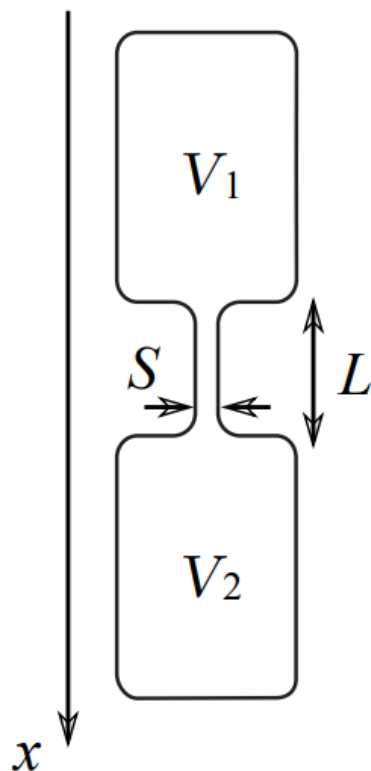


Рис. 1. Схема используемых в измерении сосудов

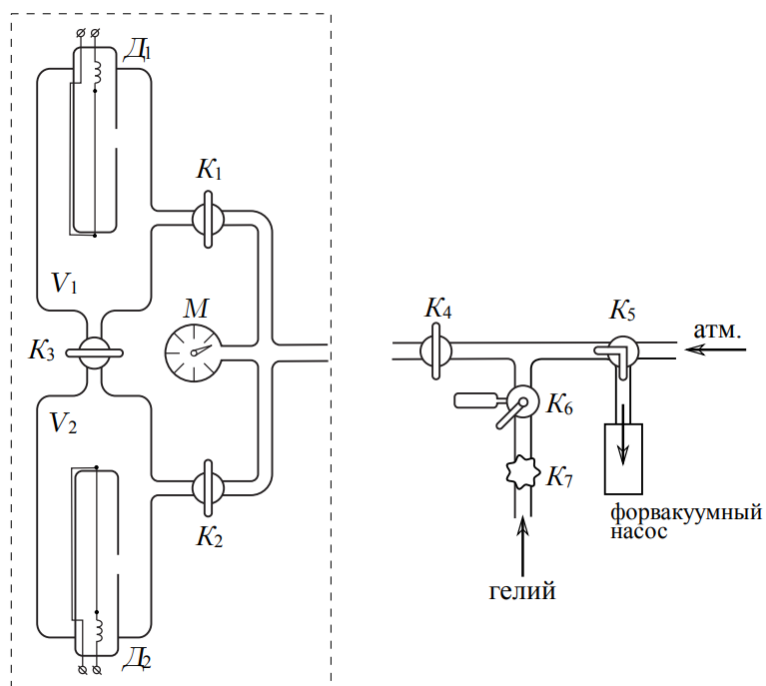


Рис. 2. Схема используемой в измерении установки

4 Используемое оборудование

Используемое оборудование в работе: измерительная установка, форвакуумный насос, баллон с газом, манометр, источник питания, магазин сопротивлений, компьютер. Схема установки представлена на рис. 1, 2, 3, 4.

Мост включает в себя датчики теплопроводности, гальванометр и переменное сопротивление для балансировки моста.

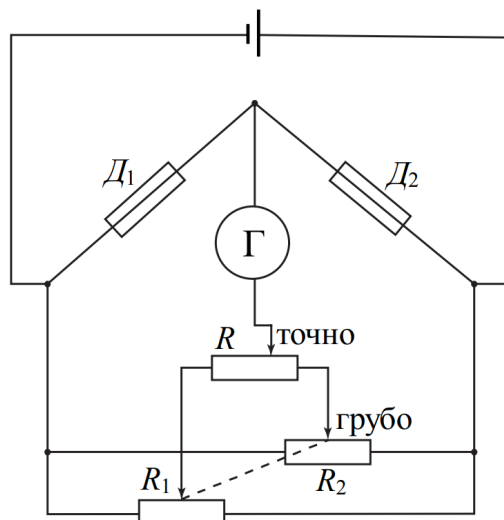


Рис. 3. Схема используемого в измерении моста

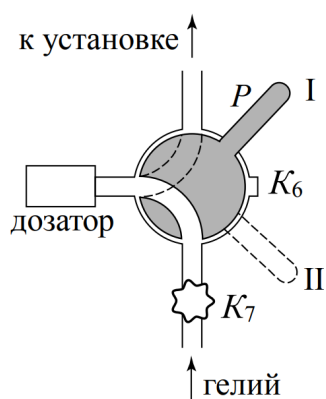


Рис. 4. Схема используемого в измерении дозатора

Таблица 1. Оборудование

Прибор	Точность
Манометр	± 0.01 атм
Вольтметр	$\pm 1\%$
Секундомер(встроен в компьютер)	± 1 мс

5 Результаты измерений и обработка данных

1. Параметры установки:

(а) Объём сосудов $V = 775 \pm 10$ см³

(b) Параметры соединительной трубки: $L/S = 15 \pm 0.1 \text{ см}^{-1}$

(c) Атмосферное давление: $P_{atm} = 764 \text{ торр}$

2. Подготовка смеси осуществляется следующим образом:

(a) Напуск воздуха до давления P_{Σ} , равное давлению итоговой смеси

(b) Балансировка измерительного моста (выставление нуля при однородном воздухе)

(c) Напуск гелия в один из сосудов до давления $P_{He} = 0.2P_{\Sigma}$ (с предварительным откачиванием воздуха)

(d) Напуск воздуха в установку до давления $P_{atm} = 1.675P_{\Sigma}$ (с предварительной откачкой гелия из соединительных трубок)

(e) Установление равного давления в установке путём открытия на время порядка 30-60 секунд обходных кранов сосудов

(f) Открытие крана, соединяющих сосуды и измерение зависимости $U(t)$, пока напряжение не упадёт на 30-50% от начального

3. Проведём опыт 4 раза для различных значений P_{Σ} . Сводка по опытам представлена в таблице 2

Таблица 2. Параметры измерений

№	1	2	3	4
P_{Σ} , торр	40	80	150	220
P_{He} , торр	8	16	30	44
P_{atm} , торр	70	140	263	385
U_0 , мВ	12.23	13.07	13.06	14.18
$P_{\text{точн}}$, торр	40.8	81.6	152.1	222.6

4. Теоретически было получено, что $U(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$, $\tau = \frac{1}{D} \frac{VL}{2S}$

Построим график в координатах $\ln \frac{U}{U_0}(t)$, тогда коэффициент наклона

$$k = -\frac{1}{\tau} = 2D \cdot \frac{S}{L} \frac{1}{V} \quad (12)$$

Следовательно

$$D = -k \frac{L}{S} \frac{V}{2} \quad (13)$$

$$\varepsilon_D = \sqrt{\varepsilon_k^2 + \varepsilon_{L/s}^2 + \varepsilon_V^2} \quad (14)$$

$$\varepsilon_k^2 = (\varepsilon_k^{\text{случ}})^2 + (\varepsilon_k^{\text{сист}})^2 \quad (15)$$

$$\varepsilon_k^2 = (\varepsilon_k^{\text{случ}})^2 + \varepsilon_t^2 + \left(\frac{\varepsilon_U}{\ln U/U_0}\right)^2 \quad (16)$$

Примечание: последнее слагаемое является неоднозначным, поэтому, т.к. мультиметр цифровой, вместо него берётся 1%

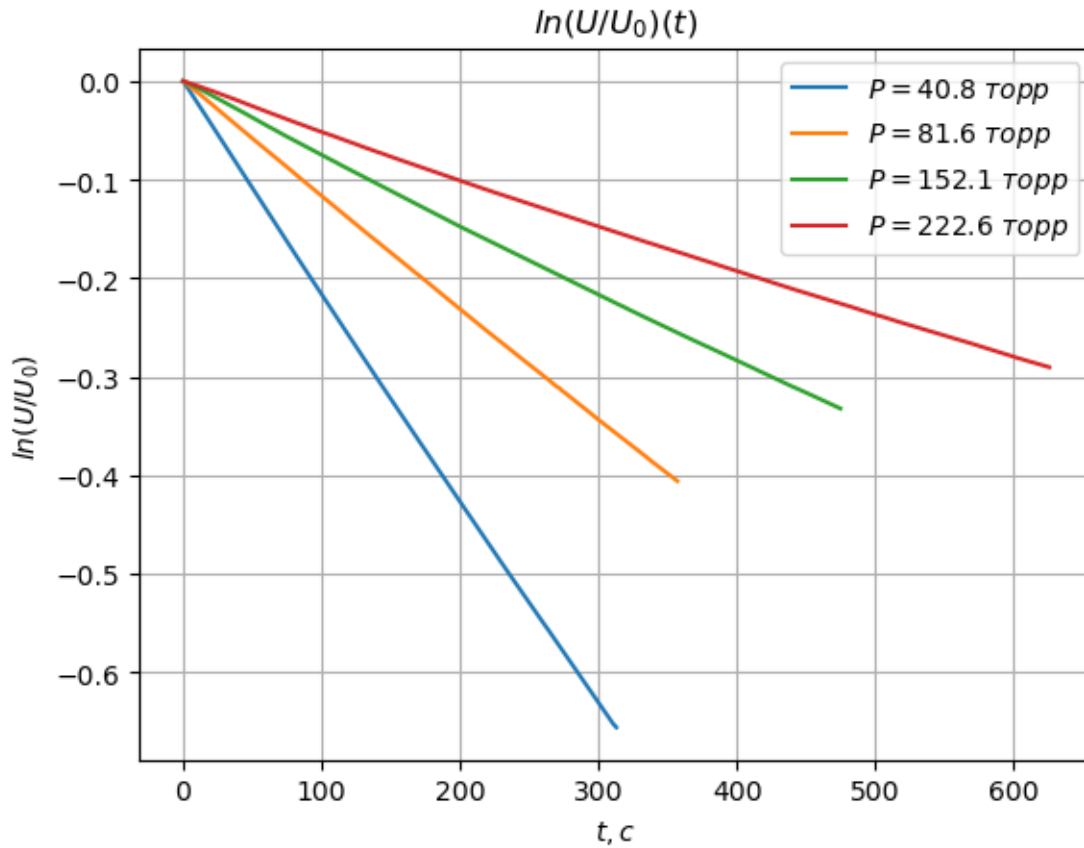


Рис. 5. Линеаризованные зависимости

5. Все зависимости для наглядности разместим на одном графике:

Воспользуемся МНК для нахождения коэффициента наклона графиков: (учтено, что они проходят через 0)

$$k = \frac{\langle xy \rangle}{\langle x^2 \rangle} = \frac{\langle t \ln(U/U_0) \rangle}{\langle t^2 \rangle} \quad (17)$$

$$\sigma_k = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle y^2 \rangle}{\langle x^2 \rangle} - k^2} = \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{\langle \ln(U/U_0)^2 \rangle}{\langle t^2 \rangle} - k^2} \quad (18)$$

6. Расчёты представлены в таблице 3. Также в неё включены величины, необходимые для построения графика в следующем пункте.

Таблица 3. Результаты применения МНК

№	1	2	3	4
$k, 10^{-3} * 1/c$	-2.121	-1.147	-0.71	-0.48
$\sigma_k, 10^{-6} * 1/c$	1.1	0.4	0.6	0.4
$D, \text{см}^2/c$	12.73	6.89	4.29	2.86
$\sigma_D, \text{см}^2/c$	0.17	0.09	0.06	0.04
$1/P, 10^{-3} \text{торр}^{-1}$	24.5	12.2	6.6	4.5
$\sigma_{1/P}, 10^{-3} \text{торр}^{-1}$	1.8	0.5	0.13	0.06

7. Построим график $D(\frac{1}{P})$.

Зависимость должна быть линейной, так как в формуле для D $n_0 = \frac{P}{kT}$ находится в

знаменателе.

5 точек мало для уверенного использования МНК, поэтому применим несколько методов анализа данных:

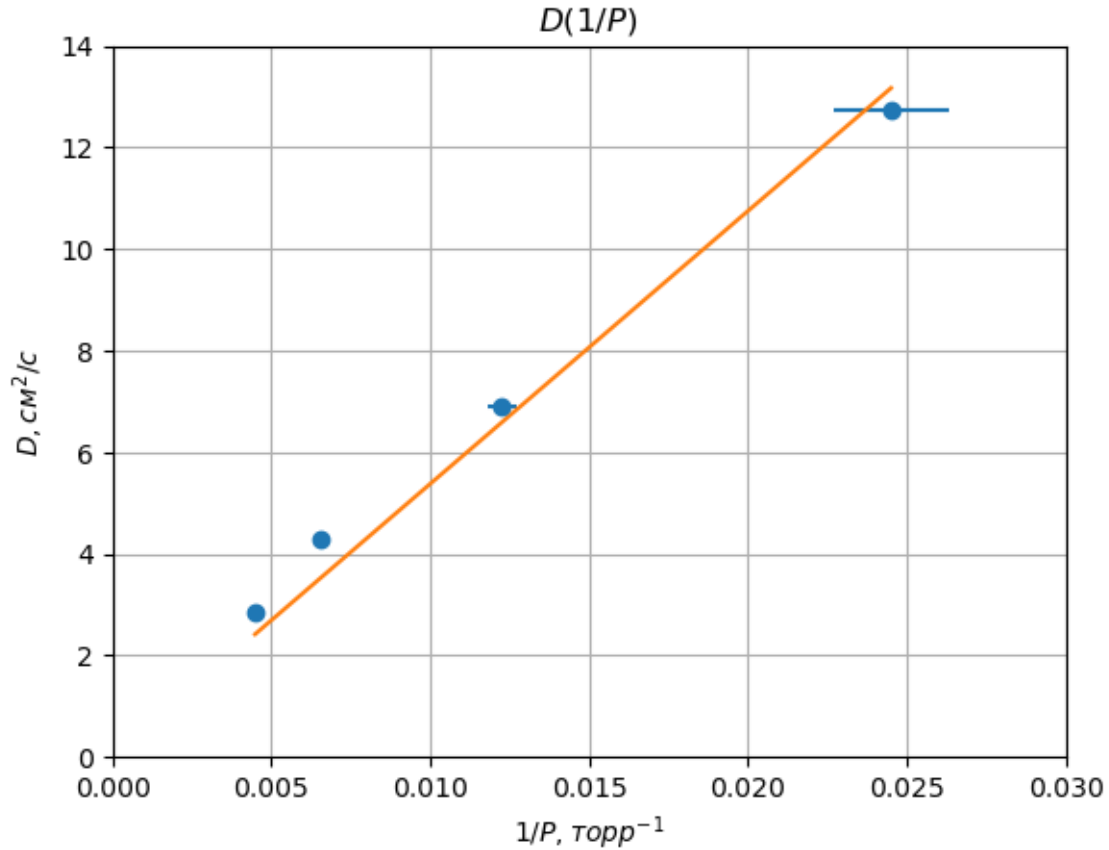


Рис. 6. График $D(\frac{1}{P})$

(a) $D_1 = k_D / P_{atm} = \frac{k_D}{764 \text{ торр}}$

(b) МНК в предположении $y = kx$

$$k_D = 540 \pm 16 \text{ см}^2/\text{с} * \text{торр}$$

$$D_1 = 0.71 \pm 0.02 \text{ см}^2/\text{с}$$

(c) МНК в общем случае $y = kx + b$

$$D_0 = 0.7 \pm 0.1 \text{ см}^2/\text{с}$$

$$k_D = 495 \pm 15 \text{ см}^2/\text{с} * \text{торр}$$

$$D_1 = 1.3 \pm 0.1 \text{ см}^2/\text{с}$$

(d) Усреднение коэффициентов: $k_D = \langle D/(1/P) \rangle, \sigma_k = \sqrt{\frac{\langle (DP - \langle DP \rangle)^2 \rangle}{n-1}}$

$$k_D = 595 \pm 25 \text{ см}^2/\text{с} * \text{торр}$$

$$D_1 = 0.78 \pm 0.03 \text{ см}^2/\text{с}$$

8. Сравним результат с табличным:

при $t = 0^\circ\text{C}$ $D_T = 0.62 \text{ см}^2/\text{с}$

Оценим поправку D для нахождения значения при $t = 20^\circ\text{C}$: $D \sim \frac{T}{\sqrt{T}} = \sqrt{T} \implies D_T \approx$

$$\sqrt{293/273} D_T \approx 0.64 \text{ см}^2/\text{с}$$

Усреднение коэффициентов (0.78) и МНК $y = kx$ (0.71) дают достаточно близкие результаты. Отклонение связано как с несовершенством теории, так и малым количеством экспериментальных точек.

9. Оценим длину свободного пробега атомов гелия и сечение столкновений атомов.

$$\lambda_{He} = 3D\sqrt{\frac{\pi\mu_{He}}{8RT}} \approx 3 * 0.0007\text{м}^2/\text{с} \sqrt{\frac{3.1415 * 0.004\text{кг}/\text{моль}}{8 * 293 * 8.31\text{Дж}/(\text{моль} * \text{К})}} \quad (19)$$

$$\lambda_{He} \approx 1.68\text{мкм} \quad (20)$$

$$\sigma_{\text{He-возд}} = \frac{1}{\lambda n_0} = \frac{1}{P/(kT)\lambda} = \frac{kT}{P\lambda} \quad (21)$$

$$\sigma_{\text{He-возд}} \approx 2.4 * 10^{-18}\text{м}^2 = 2.4\text{нм}^2 \quad (22)$$

6 Выводы

В работе была изучена зависимость коэффициента взаимной диффузии гелия в воздухе от давления: была подтверждена линейность $D(1/P)$.

Коэффициент пропорциональности $k_D \approx 540 \pm 16\text{см}^2/\text{с} * \text{торр}$.

Экстраполяция дала значение коэффициента диффузии при атмосферном давлении $D_1 = 0.71 \pm 0.02\text{см}^2/\text{с}$, что достаточно близко к табличному значению $0.62\text{см}^2/\text{с}$

Была проведена оценка длины свободного пробега атомов гелия в условиях эксперимента (за коэффициент диффузии при вычислениях взято среднее значение из всего диапазона): $\lambda \approx 1.68\text{мкм}$. Также вычислена эффективная площадь столкновения молекул гелия и воздуха: $\sigma_{\text{He-возд}} = 2.4\text{нм}^2$