

МОД-КП 05,06: Уравнение теплопроводности (дополнение)

Э. Н. Цой

ФТИ АН РУз, Ташкент, Узбекистан

весна, 2022

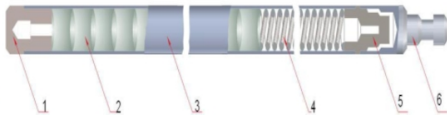
ТВС: Тепловыделяющая сборка



Твэл

Твэл – Тепловыделяющий элемент.

Конструкция:



1 – заглушка, 2– таблетка урана,
3 – оболочка, 4 – пружина,
5 – втулка, 6 – наконечник.

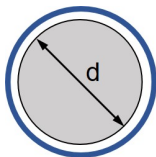
Трубка твэла:

наруж. $\varnothing = 9-10$ мм, внутр. $\varnothing = 7,5-8$ мм, толщ. = $0.6 - 0.7$ мм.
Длина = $1000-3900$ мм.

Таблетки диоксида урана: высота $9-12$ мм и $\varnothing = 7-8$ мм.

Внутренняя полость: гелий под давлением $20-25$ атм.

Тепловой расчет ТВЭЛА



$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \operatorname{div} [\lambda \operatorname{grad} T] + q_{\text{вн}}.$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \phi} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) + q_{\text{вн}}.$$

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q_{\text{вн}}.$$

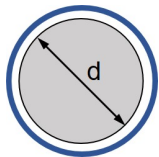
Материал	λ , Вт/(м·К)	c , Дж/(кг К)	ρ , кг/м ³	мм
UO ₂	4,0	320	$10,8 \cdot 10^3$	3.8
He (1000 С, 20 атм)	0,43	$5,2 \cdot 10^3$	0.74	0.5
Цирконий (500 С)	21,0	370	$6,5 \cdot 10^3$	0.65

Мощность тепловыделения $\text{UO}_2 = (5-10) 10^8 \text{ Вт/м}^3$.

Температура плавления $\text{UO}_2 = 2800 \text{ С}$.

Допустимая температура циркониевых оболочек – около 400 С.

Тепловой расчет твэла



$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + q_{\text{BH}}(x, t).$$

$$T(r, 0) = T_0(r), \quad T_r(0, t) = 0, \quad T(L, t) = 600.$$

Параметры зависят от r , но также и от T .

Цилиндрическая симметрия (таблетка смещена, неоднор. – 2D).

В стационарном случае – ОДУ.

`sol = pdepe(m, pdefun, icfun, bcfun, xmesh, tspan, options)`

$$c(x, t, u, u_x) \frac{\partial u}{\partial t} = x^{-m} \frac{\partial}{\partial x} (x^m f(x, t, u, u_x)) + s(x, t, u, u_x)$$

Гран. условия: $p(x, t, u) + q(x, t) f(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}) = 0.$

Тепловой расчет твэла, pdefun()

```
function [c,f,s]= pdefun(x,t,u,DuDx)
```

```
c= rho_c(x);
```

```
f= lam(x).*DuDx;
```

```
s= q_vn(x);
```

```
end
```

```
function [pL,qL,pR,qR]= bcfun(xL,uL,xR,uR,t)
```

```
pL= 0;  qL=1;
```

```
pR= uR-600; qR= 0;
```

```
end
```

Уравнение Шредингера

$$i\psi_t = -\frac{\hbar^2}{2m}\psi_{xx} + U(x)\psi.$$

$$\psi(x, t) = u_1 + iu_2, \quad \hbar = m = 1.$$

$$i(u_1 + iu_2)_t = -\frac{1}{2}(u_{1,xx} + iu_{2,xx}) + U(x)(u_1 + iu_2),$$

$$\begin{cases} u_{1,t} = -\frac{1}{2}u_{2,xx} + U(x)u_2, \\ u_{2,t} = \frac{1}{2}u_{1,xx} - U(x)u_1. \end{cases}$$

В векторной форме:

$$\begin{pmatrix} u_{1,t} \\ u_{2,t} \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} -u_{2,x}/2 \\ u_{1,x}/2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U(x)u_2 \\ -U(x)u_1 \end{pmatrix},$$

Уравнение Шредингера

$$\begin{pmatrix} u_{1,t} \\ u_{2,t} \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial x} \begin{pmatrix} -u_{2,x}/2 \\ u_{1,x}/2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} U(x) u_2 \\ -U(x) u_1 \end{pmatrix},$$

$$c(x, t, \vec{u}, \vec{u}_x) \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} = x^{-m} \frac{\partial}{\partial x} \left(x^m \vec{f}(x, t, \vec{u}, \vec{u}_x) \right) + \vec{s}(x, t, \vec{u}, \vec{u}_x)$$

```
function [c,f,s]= pdefun(x,t,u,dudx)
c= [1, 1];
f= 0.5*[-dudx(2), dudx(1)];
s= [Upot(x).*u(2), -Upot(x).*u(1)];
end
```