

Черч–Тјурингова теза и границе израчунљивости

Михајло Кончар

15. januar 2026.

Садржај

1	Увод	2
2	Историјски контекст	2
3	Черч–Тјурингова теза	2
4	Формални модели израчунавања	2
5	Границе израчунљивости	3
6	Поређење формалних модела израчунавања	3
7	Илустрација	3
8	Закључак	4

1 Увод

Черч–Тјурингова теза представља један од најзначајнијих концепата теоријске информатике и теорије израчунаљивости. Она има за циљ да формализује интуитивни појам алгоритма и да га повеже са строго дефинисаним математичким моделима израчунавања.

Разумевање ове тезе омогућава јасно дефинисање граница онога што је могуће израчунати помоћу рачунара.

2 Историјски контекст

Почетком XX века појавила се потреба за формалним описом појма ефективног израчунавања. Алонзо Черч је 1936. године предложио λ -рачун, док је Алан Тјуринг исте године увео концепт Тјурингове машине.

Иако су ови модели настали из различитих теоријских приступа, показано је да описују исту класу функција, што је довело до формулисања Черч–Тјурингове тезе.

3 Черч–Тјурингова теза

Дефиниција 1. Черч–Тјурингова теза тврди да је свака функција која је интуитивно израчунаљива израчунаљива помоћу Тјурингове машине.

Важно је нагласити да ова теза није теорема, јер интуитивни појам алгоритма није формално дефинисан, па стога теза не може бити доказана у строгом математичком смислу.

4 Формални модели израчунавања

Лема 1. Сваки алгоритам који се може описати коначним псеудокодом може се симулирати Тјуринговом машином.

Теорема 1. Тјурингове машине, λ -рачун и рекурзивне функције имају еквивалентну израчунаљиву моћ.

Ова еквиваленција представља снажан аргумент у прилог Черч–Тјуринговој тези.

5 Границе израчунљивости

Један од најпознатијих неразрешивих проблема је проблем заустављања.

$$H(M, x) = \begin{cases} 1, & \text{ако машина } M \text{ стане над улазом } x \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

Показано је да не постоји алгоритам који може одлучити вредност функције H за све могуће програме и улазе.

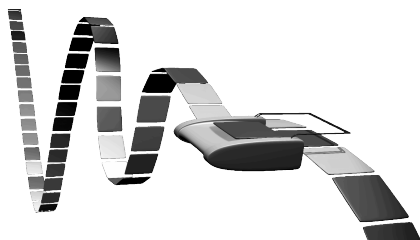
Додатно важи:

$$\neg(p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$$

6 Поређење формалних модела израчунавања

Модел	Аутор	Основна идеја	Израчунљива моћ
Тјурингова машина	Алан Тјуринг	Апстрактан модел рачунања са бесконачном траком и главом за читање и писање	Еквивалентна
λ -рачун	Алонзо Черч	Формални систем заснован на примени и апстракцији функција	Еквивалентна
Рекурзивне функције	Клини, Гедел	Функције дефинисане почетним случајевима и рекурзивним корацима	Еквивалентна

7 Илустрација



Шематски приказ Тјурингове машине који илуструје начин формалног израчунавања.

8 Закључак

Черч–Тјурингова теза поставља јасне теоријске границе израчунљивости и показује да постоје проблеми који се не могу решити алгоритамски. Ови резултати имају фундаментални значај за разумевање могућности и ограничења рачунарских система.