

Крускалов Алгоритам

Стефан Павловић

2026

Садржај

1 Увод	2
2 Крускалов алгоритам	2
2.1 Други алгоритми минималног разапињућег стабла	3
2.2 Џозеф Бернард Крускал млађи	3
3 Закључак	3

1 Увод

Крускалов алгоритам проналази минимално разапињуће стабло за повезан тежински граф. Уколико је граф није повезан алгоритам проналази минималну разапињућу шуму. Временска комплексност му је $O(E \log V)$. Алгоритам је открио Џозеф Крускал.

Примене минималног разапињућег стабла:

- Постављање каблова
- Рутирање путања у мрежама
- Мрежа испорука
- Пројектовање путева
- Кластеријација података
- Многе друге

2 Крускалов алгоритам

Дефиниција 2.1 (Минимално разапињуће стабло). Нека је $G = (V, E)$ повезан тежински граф. Разапињуће стабло $T = (V, E_T)$ графа G се назива **минимално разапињуће стабло** ако за свако друго разапињуће стабло $T' = (V, E_{T'})$ важи:

$$w(T) = \sum_{e \in E_T} w(e) \leq \sum_{e \in E_{T'}} w(e) = w(T')$$

Лема 2.2 (Лема о сигурној грани). *Нека је A скуп грана које припадају неком минималном разапињућем стаблу графа G . Ако грана e минималне тежине повезује две различите компоненте графа (V, A) , онда $A \cup \{e\}$ такође припада неком минималном разапињућем стаблу.*

Теорема 2.3 (Коректност Крускаловог алгоритма). *Крускалов алгоритам производи минимално разапињуће стабло за сваки повезан тежински граф.*

Како алгоритам функционише:

1. Сортирају се све ивице графа у неопадајућем редоследу
2. Итерирамо кроз ивице графа, уколико додавање ивице у стабло не прави циклус, додамо ивицу
3. На крају добијемо минимално разапињућу шуму уколико граф није повезан, односно минимално разапињуће стабло уколико је граф повезан

2.1 Други алгоритми минималног разапињућег стабла

Неки други алгоритми минималног разапињућег [стабла](#) (*шуме*) су:

Алгоритам	Временска комплексност	Година открића
Борувкин алгоритам	$O(E \log V)$	1926
Примов алгоритам	$O(E \log V)$	1957
Алгоритам обрнутог брисања	$O(E \log V (\log \log V)^3)$	1956

Једна занимљивост је да је алгоритам обрнутог брисања такође открио **Џозеф Крускал**.

2.2 Џозеф Бернард Крускал млађи

Џозеф Бернард Крускал млађи (1928-2010) је био Амерички математичар. Основне и мастер студије је завршио на универзитету у Чикагу док је докторирао на универзитету Принстон. Радио је у Беловој лабораторији од 1959. до 1993. године.



3 Закључак

Крускалов алгоритам је један од најзначајнијих алгоритама за проналажење минималног разапињућег стабла и има широк спектар примена.

Слика 1: Џозеф Бернард Крускал млађи