



TU Clausthal

MODELLE FÜR DIE BESCHAFFUNGS- UND PRODUKTIONSPLANUNG IN REVERSE SUPPLY CHAINS

MASTERARBEIT

vorgelegt von

DANIEL BRICE KAMGA NANA

Abteilung für Betriebswirtschaftslehre insbesondere Produktion und Logistik
Institut für Wirtschaftswissenschaft
Technische Universität Clausthal

Daniel Brice Kamga Nana: *Modelle für die Beschaffungs- und Produktionsplanung in Reverse Supply Chains*

MATRIKELNUMMER

546360

GUTACHTER

Erstgutachter: Prof. Dr. Christoph Schwindt

Zweitgutachter: Prof. Dr. Jörg Philipp Müller

TAG DER EINREICHUNG

25. September 2025

EIDESSTATTLICHE VERSICHERUNG

Ich erkläre hiermit, dass ich die vorliegende Arbeit selbständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt habe. Alle Stellen der Arbeit, die wörtlich oder sinngemäß aus anderen Quellen übernommen wurden, wurden als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit wurde in gleicher oder ähnlicher Form noch keiner anderen Prüfungsstelle vorgelegt.

Clausthal-Zellerfeld, den 25. September 2025

Daniel Brice Kamga Nana

ZUSTIMMUNG ZUR VERÖFFENTLICHUNG

Ich erkläre mich mit der öffentlichen Bereitstellung meiner Masterarbeit in der Instituts- und/oder Universitätsbibliothek einverstanden.

Clausthal-Zellerfeld, den 25. September 2025

Daniel Brice Kamga Nana

ABSTRACT

Uncertainties are part of everyday life and pose a major challenge when seeking solutions to problems. This thesis will address the problem of modelling and implementing production and Procurement planning in a context of uncertainty. It will present stochastic models based on Markov decision processes (MDP) on the one hand and two-stage stochastic programming on the other to solve the above-mentioned problems. The modelled problem will then be solved using linear programming for the MDP and the deterministic equivalent with the help of two-stage stochastic programming.

The research results show that these methods provide satisfactory results for the defined test cases. They also demonstrate the adaptive capacity of these methods in contexts of high uncertainty and difficult conditions. Nevertheless, the models perform less well in very large instances.

INHALTSVERZEICHNIS

1	EINLEITUNG	1
2	GRUNDLAGE DER BESCHAFFUNGS- UND DER PRODUKTIONSPLANUNG	3
2.1	Probleme der Beschaffungsplanung unter Sicherheit . . .	5
2.1.1	EOQ Modell	8
2.1.2	Wagner-Whitin Modell	9
2.2	Probleme der Produktionsplanung unter Sicherheit . . .	11
2.2.1	Taktische Planung	11
2.2.2	Operative Planung	13
2.2.3	Materialbedarfsplanung	17
2.3	Reverse Supply Chains	18
3	STAND DER FORSCHUNG	23
3.1	Methode bei der Literaturrecherche und quantitative Analyse der Suchergebnisse	23
3.2	Überblick über ausgewählte Modelle und Methoden . .	25
3.3	Klassifikation der Literatur anhand bestimmter Kriterien	28
4	BESTELLMENGENPLANUNG IN REVERSE SUPPLY CHAINS	31
4.1	Markovsche Entscheidungsproblem	31
4.1.1	Unsicherheit hinsichtlich der verfügbaren Menge an Recyclingprodukten	32
4.1.2	Unsicherheit hinsichtlich der Qualität von Recyclingprodukten	37
4.2	Lösung des Markovschen Entscheidungsproblems	37
5	PRODUKTIONSPROGRAMMPLANUNG IN REVERSE SUPPLY CHAINS	43
5.1	Beschreibung des zweistufigen Modells	43
5.2	Lösung des Modells mithilfe von Sampling-Approximation	47
5.2.1	Fall der Materialverfügbarkeit der Vorprodukte .	48
5.2.2	Fall der Stochastischer ausbeute der Vorprodukte	48
6	EXPERIMENTELLE LEISTUNGSANALYSE DER MODELLE	53
6.1	Entwurf von Test-Szenarien	53
6.1.1	Beschaffungsplanung	53
6.1.2	Produktionsplanung	56
6.2	Auswertung der Ergebnisse aus verschiedenen Blickwinkeln	57

6.2.1	Beschaffungsplanung	57
6.2.2	Produktionsplanung	60
6.3	Ableitung der betriebswirtschaftlichen Schlussfolgerungen	64
7	ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK	65
	LITERATURVERZEICHNIS	67
8	APPENDIX	77
8.1	Beschaffungsplanung	77

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Abbildung 2.1	Einfache Beschreibung der Kreislaufwirtschaft. .	4
Abbildung 2.2	Hierarchischer Baum des Beschaffungsmanagements in der Supply Chain.	6

TABELLENVERZEICHNIS

Tabelle 2.1	Sensitivitätsanalyse des EOQ-Modells	21
Tabelle 3.1	Anzahl der Treffer für verschiedene Suchbegriffe im Bereich der Beschaffungsplanung	24
Tabelle 3.2	Anzahl der Treffer für verschiedene Suchbegriffe im Bereich der Produktionsplanung	25
Tabelle 3.3	Dimensionen und Ausprägungen in der Beschaffungs- und Produktionsplanung	28
Tabelle 3.4	Klassifizierung von Literatur nach Dimensionen und Ausprägungen in der Forschung	29
Tabelle 5.1	Produktionsplanung Variablenverzeichnis . . .	44
Tabelle 5.2	Entscheidungsvariablen	45
Tabelle 6.1	Vergleichsanalyse der Beschaffungsmodelle . . .	53
Tabelle 6.2	Konfiguration der Testparametern	55
Tabelle 6.3	Konfiguration der Testparametern	56

ABKÜRZUNGSVERZEICHNIS

MDP Markov-Entscheidungsprozess

EINLEITUNG

Die zunehmende Verbreitung von Abfällen aller Art (Technik, Kunststoffe usw.) und die Umweltbeschränkungen, denen Unternehmen aufgrund der immer strengerer Kontrolle von Kennzahlen wie dem CO₂-Fußabdruck unterliegen, zwingen diese dazu, ihr Geschäftsmodell zu reformieren. Darüber hinaus werden sich die Unternehmen zunehmend der Chancen bewusst, die die Verwendung von Altmaterialien bietet, und investieren daher in die Integration dieser Komponenten in ihre Produktionsprozesse. Daher werden zunehmend neue mathematische Entscheidungshilfemodelle entwickelt, die diese Art von Materialien berücksichtigen. Die größte Herausforderung bei der Verwendung dieser Art von Materialien liegt in der Unsicherheit, die in diesem Fall auf zwei Ebenen auftreten kann: die Unsicherheit hinsichtlich der Verfügbarkeit dieser Komponenten am Ende ihrer Lebensdauer und die Unsicherheit hinsichtlich der Qualität dieser Komponenten. Dieses Problem der Wiederverwendung von Materialien am Ende ihrer Lebensdauer ist der zentrale Punkt dieser Arbeit. Es geht darum, Modelle für die Beschaffungs- und Produktionsplanung zu analysieren und zu implementieren, im Kontext der Unsicherheit hinsichtlich der Menge und Qualität der Vorprodukte

Es geht also darum, ein auf Markovschen Entscheidungsprozessen basierendes Modell für die Beschaffungsplanung und anschließend ein zweites, auf stochastischer Programmierung basierendes Modell für die Produktionsplanung zu implementieren. Das Ziel dieser Arbeit ist es, getestete Tools bereitzustellen, die die Entscheidungsfindung in einer Industrie unterstützen, sowohl beim Einsatz von primären oder neuen als auch sekundären Komponenten in ihren Prozessen. Um dieses Problem zu lösen, werden wir im zweiten Kapitel die Grundlagen der Beschaffungs- und Produktionsplanung in einem Kontext der Sicherheiten vorstellen. Im dritten Kapitel wird dann eine detaillierte Übersicht über die Literatur in diesem Bereich gegeben. Anschließend wird in Kapitel vier der Lösungsansatz für das Problem der Beschaffungsplanung vorgestellt. In Kapitel fünf liegt der Schwerpunkt auf dem Problem der Produktionsplanung in einem Kontext der Unsicherheit hinsichtlich der Qualität und Quantität der Eingangsmaterialien. In Kapitel sechs werden die im Rahmen dieser Forschung erzielten Ergebnisse vorgestellt, und Kapitel sieben schließt die Arbeit ab.

GRUNDLAGEN DER BESCHAFFUNGS- UND DER PRODUKTIONSPLANUNG IN REVERSE SUPPLY CHAINS

Das Konzept der Kreislaufwirtschaft wird implizit erwähnt, wenn man über die Reverse Supply chain liest. Dieses Konzept hat historisch gesehen [PE19] zwei Hauptsegmente: die Zirkulation von Material durch ein bestimmtes Netzwerk/eine bestimmte Wirtschaft (operatives Segment) und ein strategisches Segment, das aus den wirtschaftlichen Bedingungen besteht, die den zuvor genannten Fluss fördern. Beide Segmente werden in dieser Arbeit behandelt:

- ▷ *Der Materialfluss in der Wirtschaft* : Industrieunternehmen kaufen Rohstoffe und wandeln sie in wertvolle Produkte. Diese Produkte werden später von Wiederverkäufern oder Endverbrauchern gekauft, die das Endprodukt verwenden. Am Ende der Lebensdauer dieser Produkte werden sie weggeworfen, und hier beginnt der Recyclingprozess. In diesem Schritt, der als Kreislaufwirtschaft bezeichnet wird, können diese Produkte demontiert werden, um die noch funktionstüchtigen Teile des Produkts zu nutzen, oder das gesamte Produkt kann repariert und wiederverwendet werden. In beiden Fällen erhalten entweder das gesamte Produkt oder einige Teile des Produkts am Ende des Tages ein zweites Leben, das in den Wirtschaftskreislauf zurückkehrt. 2.1
- ▷ *Die wirtschaftlichen Bedingungen* : die unterstützen den Materialfluss, beruhen in erster Linie auf dem ökonomischen Gesetz von Angebot und Nachfrage. Die Lieferanten (Unternehmen) bieten Produkte an und Kunden kaufen diese Produkte. Aber sehr oft müssen Unternehmen mit Konkurrenz rechnen. Das zwingt die Unternehmen dazu, Strategien zur Kostensenkung zu entwickeln, um auf dem Markt wettbewerbsfähig zu sein und Gewinne aus ihren Produkten zu erzielen. Eine Strategie kann daher die Einführung von Zweiten-Leben-Produkten in die Beschaffungs- und Produktionsplanung sein. Diese Strategie ist jedoch nicht frei von Einschränkungen. Auf diese verschiedenen Besonderheiten wird im letzten Teil dieses Kapitels gesprochen.

Ein Unternehmen, das an der oben beschriebenen Konfiguration der Kreislaufwirtschaft beteiligt ist, muss sich im Laufe der Zeit mit vielen Entscheidungen auseinandersetzen. Diese Entscheidungen sind von unterschiedlicher Bedeutung, von strategischen Entscheidungen über die Richtung, die bei einem bestimmten Produkt zu verfolgen

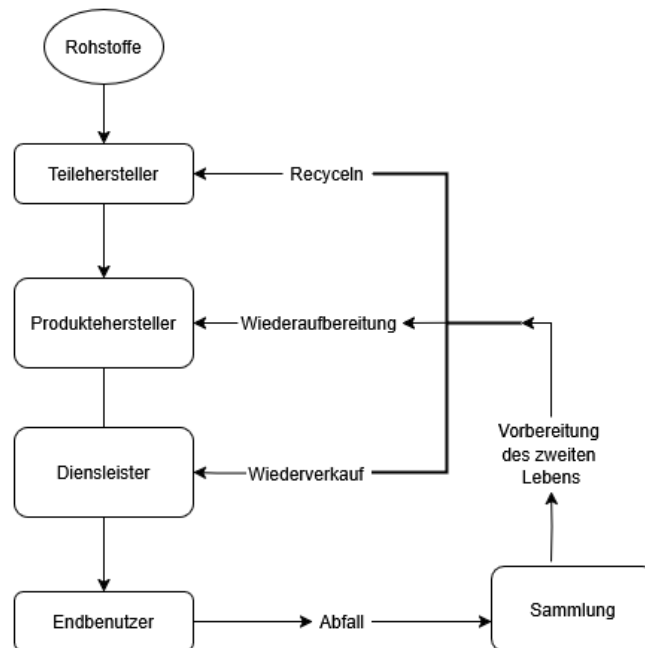


Abbildung 2.1: Einfache Beschreibung der Kreislaufwirtschaft.
Quelle: Eigene Darstellung in Anlehnung von [PE19]

ist, oder wie die Zusammenarbeit mit dem Hauptlieferanten zu handhaben ist, bis hin zu einfacheren operativen Entscheidungen zur Frage, wie viele Produkte heute produziert werden sollen. Die Zeit, die für die Vorbereitung dieser Aktivitäten benötigt wird, nennt man [SKM15] Planung, und sie ist das Fundament eines jeden erfolgreichen Unternehmens.

Die Planung ist zwar manuell möglich, aber wenn der Umfang groß wird, braucht man Lösungen zur Vereinfachung des Prozesses. In der Wissenschaft wurden im Laufe der Jahre umfangreiche Forschungen durchgeführt und mathematische Modelle entwickelt, um diesen Entscheidungsprozess zu unterstützen. Das Ergebnis dieser Modelle sind Strategien/Politik, die Systemzustände mit Aktionen verknüpfen. Die Modelle lassen sich auf verschiedene Art und Weise klassifizieren, je nach Zeithorizont, Nachfrage- und Angebotsannahmen, Entscheidungsspielraum und Lösungsansatz. Man hat dann Modelle die:

- ▷ *Zeithorizont basiert sind:* beispielsweise Strategische, Taktische und operative Planung;
- ▷ *Basierend auf Angebots- und Nachfrageannahmen:* Deterministisch, stochastisch, Dynamisch, statisch

- ▷ *Basierend auf dem Entscheidungsumfang:* Mehrprodukte, Einzelprodukt, Lieferantenauswahl
- ▷ *Basierend auf dem mathematischen Ansatz:* analytisch, simulationsbasiert, Heuristische, Stochastische Programmierung

Das Ziel besteht darin, die beste Entscheidung zu finden, die „gute“ Aktionen den verschiedenen Zuständen zuordnet angesichts eines genau definierten Ziels. Zu diesem Ziel wird mehrmals in dieser Arbeit zurückgeführt.

In den folgenden Abschnitten wird das allgemeine Problem der Beschaffungsplanung im Zusammenhang mit der Sicherstellung der Verfügbarkeit von Rohstoffen beschrieben, gefolgt vom Problem der Produktionsplanung in einem Kontext, in dem die Einsatzmaterialien deterministisch (sicher) sind. Anschließend wird das Konzept der umgekehrten Lieferkette mit seinen Vorteilen detailliert entwickelt und schließlich werden die Besonderheiten und Einschränkungen der Anwendung von Mechanismen der umgekehrten Lieferkette in der Beschaffungs- und Produktionsplanung diskutiert.

2.1 PROBLEME DER BESCHAFFUNGSPLANUNG UNTER SICHERHEIT

Thomas Hutzschenreuter definiert Beschaffung [Hut15] als die Versorgung einer Organisation mit Gütern und/oder Dienstleistungen, die nicht selbst produziert/angeboten werden. Dies können Rohstoffe, Teilprodukte, Systemkomponenten, Investitionsgüter, Reparatur- und Wartungsleistungen usw. sein. Das Ziel des Beschaffungsmanagements ist daher [Wan21]:

- ▷ Nachhaltige Bereitstellung der richtigen Abteilung mit Gütern und Dienstleistungen in der richtigen Menge und in einer geeigneten Qualität.
- ▷ Eine gründliche Analyse des Marktes, um den Wettbewerb zu nutzen
- ▷ Die Optimierung des Beschaffungsprozesses, um die verschiedenen Kosten zu minimieren
- ▷ Die kontinuierliche Qualitätskontrolle und die Suche nach Verbesserungen im Prozess

Die Beschaffungsplanung in der Beschaffung ist dann der Prozess der Identifizierung und Beschaffung der von einer Organisation benötigten Waren und Dienstleistungen. Dazu gehört die Festlegung von, was beschafft werden soll, wann und wie die Beschaffung erfolgen soll und von welchen Lieferanten. Die Beschaffungsplanung ist somit Teil des Beschaffungsmanagements, das seinerseits ein Teil der Supply-Chain im Allgemeinen ist 2.2:

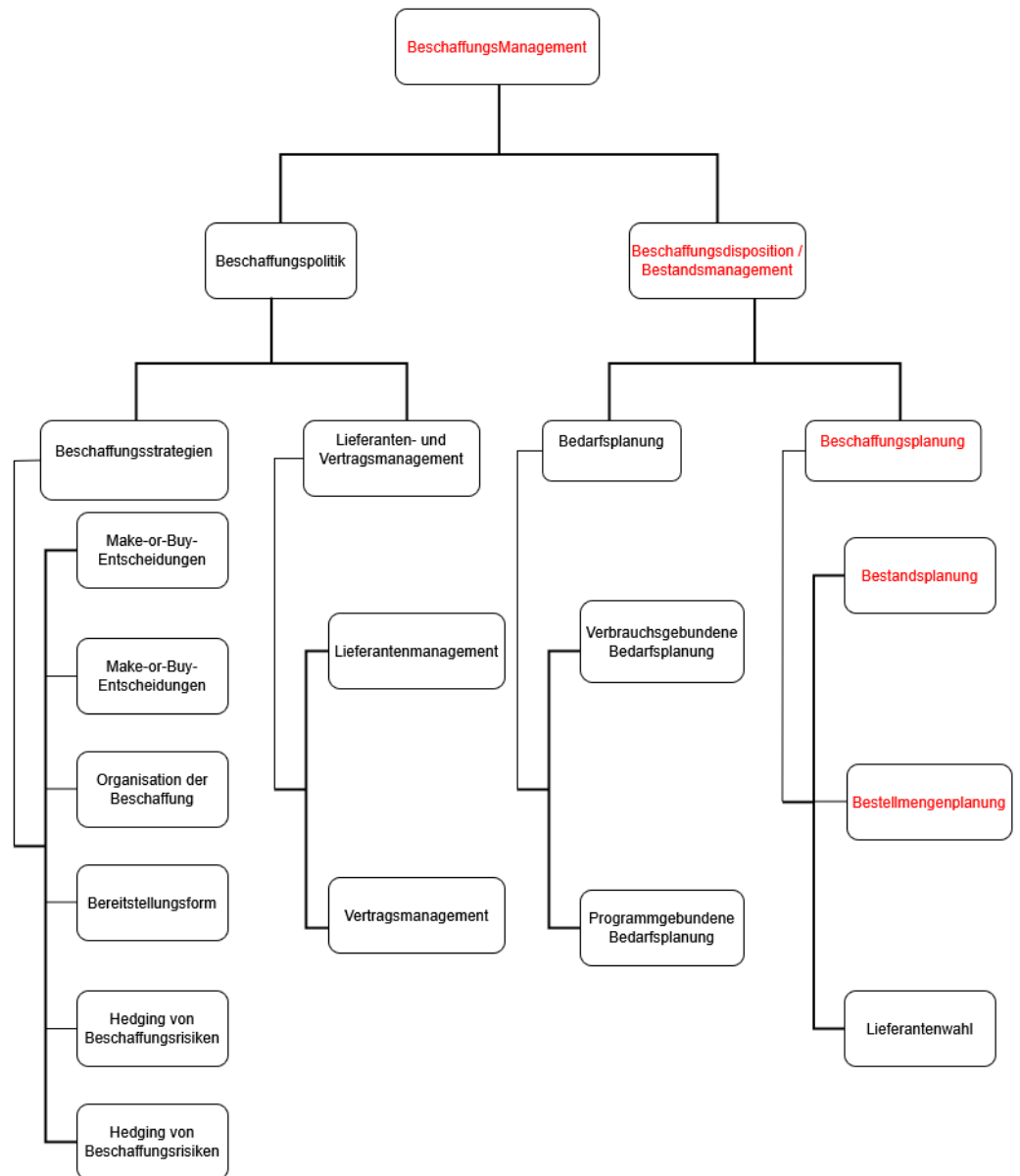


Abbildung 2.2: Hierarchischer Baum des Beschaffungsmanagements in der Supply Chain.

Quelle: Eigene Darstellung in Bezug auf [Chr23]

Diese Phase ist für den Erfolg eines Unternehmens von entscheidender Bedeutung, da sie operativer ist als die Beschaffungspolitik, sich direkt auf die Kosten auswirkt und somit den Nutzen des Unternehmens beeinflussen kann. Einige Studien [Bec23] haben gezeigt, dass eine Senkung des Einkaufspreises um 5 % die Gewinnspanne um bis zu 15,3 % erhöhen kann. Bedenkt man den Masseneffekt auf andere Produkte, macht dies für ein Unternehmen einen enormen Unterschied. Daher muss dieser Schritt in der Supply Chain richtig geplant und ausgeführt werden.

Um eine Reduzierung des Beschaffungsbudgets zu erreichen, wie oben erwähnt, ist es von grundlegender Bedeutung, die verschiedenen Kostenstellen zu identifizieren, die an diesem Prozess beteiligt sind. Diese Kosten werden in der Literatur unterschiedlich benannt und geordnet. Zur Beschreibung der verschiedenen Kostenstellen orientieren wir uns an der Beschreibung aus [Bec23], die unseres Erachtens die bestmögliche Detailbeschreibung darstellt. Wir haben also:

- ▷ *Materialkosten*: Dies sind die Kosten, die proportional zur Anzahl der bestellten Artikel anfallen. Jeder Artikel hat einen bestimmten Stückpreis, und die Materialkosten ergeben sich aus der Multiplikation der Anzahl der bestellten Artikel mit dem Stückpreis. Dieser Wert kann aufgrund von Faktoren wie der Verringerung der Anzahl der bestellten Artikel (Marketingmaßnahmen), Versandgebühren oder anderen Gebühren variieren.
- ▷ *Lagerkosten*: Diese beziehen sich auf die Beförderung von Artikeln/Materialien in Lagerhäusern. Sie umfassen Transportkosten in das Lager, Lagerkosten und Transportkosten aus dem Lager. Diese Kosten können in variable und fixe Kosten unterteilt werden, wobei die variablen Kosten Nebenelemente wie Produktversicherung und verschiedene Lagermaterialkosten umfassen, die von der Anzahl der im Lager gelagerten Artikel abhängen. Die Fixkosten umfassen jede Kostenstelle, unabhängig von der Menge der im Lager gelagerten Produkte. Zum Beispiel die Amortisationskosten des Gebäudes, die Energiekosten usw...
- ▷ *Fehlmengenkosten*: Diese stehen im Zusammenhang mit der Unzufriedenheit mit dem Lieferservice. Zum Beispiel ist die gelieferte Menge geringer als die bestellte Menge, die Lieferung verzögert sich, der Lieferort ist falsch oder sogar die Qualität des Produkts entspricht nicht den Erwartungen.
- ▷ *Verwaltungsbestellkosten*: Darunter versteht man Kosten, die mit dem Bestellvorgang zusammenhängen. Zum Beispiel die Anzahl der Arbeitsstunden, die für den Bestellvorgang aufgewendet werden, die Qualitätskontrolle des Materials usw..

In einer idealen Welt sind alle Informationen verfügbar und die Werte der Variablen, die für mathematische Modelle (z.B. die Nachfrage für die meisten Supply-Chain-Modelle) von Bedeutung sind, sind sicher. Diese Art von Welt wird in der Literatur als deterministische Welt bezeichnet und entspricht einer extremen Vereinfachung der Realität, die es ermöglicht, grundlegende Modelle zu erstellen. Die Fachliteratur teilt deterministische Beschaffungsmodelle in zwei Unterkategorien ein ([RNS09]): Modelle mit deterministischer und statischer Nachfrage sowie Modelle mit deterministischer und dynamischer Nachfrage. In den folgenden Abschnitten werden zwei Beispiele von deterministischen Modellen gestellt (Economic Order of Quantity für statische Nachfrage und Wagner-Whitin-Modell für dynamische Nachfrage), die oft verwendet werden, wenn es um eine deterministische Betrachtung des Beschaffungsproblems in der Supply Chain geht.

2.1.1 EOQ Modell

Das EOQ-Modell (Economic Order of Quantity) wurde erstmals 1913 von Ford Whitman vorgestellt [Erl90] und anschließend durch weitere Forschungen erheblich verbessert. Das ursprüngliche Modell zeichnet sich durch seine einfache Anwendung aus. Wie oben in Tabelle 2.3 ?? erwähnt, gilt das klassische EOQ nur im Kontext der Optimierung eines einzelnen Produkts. Das Modell löst das Problem der Ermittlung der optimalen Produktmenge, die gekauft werden muss, um die Nachfrage zu decken und gleichzeitig einen Kompromiss zwischen den Lagerungskosten und den Bestellkosten zu finden. Am Ende müssen die gesamten Kosten minimal wie möglich sein. Die Annahmen des Modells lauten daher wie folgt:

- ▷ Die Nachfrage ist während der Zeit konstant und bekannt
- ▷ Die Lieferzeit ist fest
- ▷ Die Möglichkeit Fehlmengen ist ausgeschlossen
- ▷ Die Bestell- und Lagerkosten sind konstant und bekannt
- ▷ Mindestbestellungen sind nicht berücksichtigt

Mathematisch lässt sich das Modell wie folgt beschreiben:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2k \cdot d}{h}} \quad (2.1)$$

Im Modell ist:

- ▷ Q^* : Die optimale Produktmenge, die pro Zeitraum bestellt werden sollte
- ▷ K : Die Anschaffungskosten pro Produkt

- ▷ h : Die Lagerkosten
- ▷ $d > 0$: Die konstante Nachfrage pro Periode

Bei der Betrachtung dieses Modells fällt ein Mangel an Dynamik auf. Die Nachfrage ist über die Zeit konstant(also Deterministisch und Statistisch([RNSo9])), es kann auch keine Fehlmengen geben. Das Modell entspricht daher nicht wirklich der Realität, da es im realen Leben sehr selten vorkommt, dass die Nachfrage über den gesamten Zeithorizont gleich bleibt. Dies wird in der Literatur „Building intuition“ ([CLo8])im Kapitel über EOQ deutlich aufgezeigt. Es werden Variationen in der verschiedenen Parameter und Stochastizität eingeführt und eine eingehende Sensitivitätsanalyse des Modells durchgeführt. Die Ergebnisse sind in der folgenden Tabelle (??) dargestellt.

Da im Modell wird ein Tradeoff zwischen die Lagerungskosten und die bestellfixe Kosten gesucht, steht in Tabelle $C(Q)$ für die Summe aus Lagerkosten und Fixkosten für Bestellungen in Abhängigkeit von Q . Q und Q^* seiend jeweils die gewählte bestellte Menge und die optimale Bestellmenge gemäß der EOQ-Formel.

$$C(Q) = h \cdot \frac{Q}{2} + k \cdot \frac{d}{Q}$$

Um die Schwäche vom EOQ Modell heranzugehen wurden etwas dynamischere Modelle entwickelt, von denen wir eines im nächsten Abschnitt näher betrachten werden.

2.1.2 Wagner-Whitin Modell

Wagner und Whitin (1958) haben ein etwas dynamischeres Modell entwickelt, das heute weit verbreitet ist. Dieses Modell gilt aus mehreren Gründen als dynamisch:

- ▷ Im Gegensatz zum EOQ-Modell ermöglicht dieses Modell die Bestimmung der zu bestellenden Menge für jeden Zeitpunkt des Zeithorizonts
- ▷ Die in einem Zeitraum getroffene Entscheidung beeinflusst die Entscheidungen, die in den folgenden Zeiträumen getroffen werden
- ▷ Schnell getroffene Entscheidungen werden im Vergleich zu verspäteten Entscheidungen belohnt.
- ▷ Der Bedarf ist für jede Periode gegeben und kann von einer Periode zu einer anderen unterschiedlich sein.

Diese Elemente, die die Grundidee des Modells von Wagner-Whitin ausmachen (Mehrperiodizität, Interdependenz periodischer Entscheidungen bei gleichzeitiger Abwägung der verschiedenen Lager- und

Bestellkosten), stellen eine wichtige Alternative zu den Mängeln des zuvor vorgestellten EOQ-Modells dar.

Das Ziel des Wagner-Within-Modells ist daher die Planung der Beschaffung (oder Produktion) unter Berücksichtigung der Lagerbestände. Dieses Modell berücksichtigt über alle Zeiträume einen deterministischen Bedarf, der gedeckt werden muss, und minimiert dabei wie im EOQ-Modell die Summe der Lager- und Bestellkosten. Das Modell war ursprünglich in der Form einer Bellmanschen Gleichung wie folgt definiert [WW04]:

$$C_t(x_t) = \min_{\substack{q_t \geq 0 \\ q_t + x_t \geq d_t}} [\pi \cdot q_t + h \cdot x_{t+1} + k \cdot \delta(q_t) + C_{t+1}(x_{t+1})] \quad (2.2)$$

mit

$$x_{t+1} = x_t + q_t - d_t$$

$$\delta(q) = \begin{cases} 0 & \text{falls } q = 0, \\ 1 & \text{falls } q > 0. \end{cases}$$

Das oben genannte Modell wird in mehrfacher Hinsicht modifiziert, und eine der Darstellungen ist in Form eines Optimierungsproblems so präsentiert:

$$\left\{ \begin{array}{l} \min C(q, x) = \sum_{t=1}^T (\pi \cdot q_t + h \cdot x_{t+1} + k \cdot \delta(q)) \\ \text{u.d.N. : } x_1 = 0, \\ \quad x_{t+1} = x_t + q_t - d_t \quad (t = 1, \dots, T), \\ \quad q_t, x_{t+1} \geq 0, \\ \quad \delta(q) \in \{0, 1\}. \end{array} \right. \quad (2.3)$$

mit $\delta(q) = 1 \quad \forall q > 0$ und $\delta(q) = 0$ sonst

Dieses Modell kann auf den Kontext mit mehreren Produkten oder auf den Kontext der Begrenzung der Kapazitäten pro Produkt erweitert werden.

Das Modell wurde von Wagner und Whitin mithilfe der Konstruktion eines Digraphen mit einer Anzahl von Knoten $T + 1$, einer Anzahl von Pfeilen $(t, \tau + 1) \mid t=1, \dots, T; \tau \geq 1$ und schließlich den Kosten als Notation der Pfeile gelöst. Die zeitliche Komplexität dieser Lösung beträgt eine polynomiale Form $O(T^2)$ [WW04]. Eine bessere Lösung für das allgemeine Modell wurde von Wagelmans et al. (1992) [WHK92] erfunden, die es in $O(n \log n)$ löst und die Formulierung von Wagner und Whitin

in lineare Zeit $O(n)$ lösen kann; das heißt wesentlich schneller. Zusammenfassend ist das Problem der Beschaffungsplanung unter Sicherheit ein in der Industrie auftretendes Problem, bei dem Entscheidungen über den Einkauf getroffen werden müssen, wenn Nachfrage und Kosten im Voraus mit einer gewissen Zuverlässigkeit bekannt sind. Das Ziel besteht hierbei, die Nachfrage zu befriedigen und gleichzeitig die Summe der Kosten zu minimieren, die während des Prozesses hauptsächlich in zwei Bereichen anfallen können: Bestellkosten und Lagerkosten. Die verschiedenen Methoden zur Lösung dieses Problems lassen sich in zwei große Gruppen einteilen: den Fall, in dem die Nachfrage statisch ist ($d_1 = d_2 = \dots = D$), und den Fall, in dem die Nachfrage dynamisch ist und von Periode zu Periode variiert ($d_1 \neq d_2 \neq \dots \neq D$). Für jede dieser Unterklassen von Problemen wurden Modelle entwickelt und in den vorangegangenen Abschnitten vorgestellt, die jeweils ihre Vor- und Nachteile haben. Ein Problem, das oft ergänzend zu dem in diesem Abschnitt behandelten Problem auftritt (und oft dessen nächster Schritt ist), ist die Produktionsplanung. Dieses Problem wird im nächsten Abschnitt behandelt.

2.2 PROBLEME DER PRODUKTIONSPLANUNG UNTER SICHERHEIT

In der Literatur werden drei Arten von Planungsebenen unterschieden, und für jede Ebene gibt es entsprechende Arten der Produktionsplanung. Die verschiedenen Planungsebenen sind:

- ▷ *Strategische Planung*: in der Regel für einen Zeitraum von drei bis zehn Jahren
- ▷ *Operative Planung*: für einen Zeitraum von einem bis neun Monaten
- ▷ *Taktische Planung*: für einen Zeitraum von einem Tag bis zu einem Monat

Jeder dieser Ebenen ist mit einer speziellen Planung verbunden:

2.2.1 Taktische Planung

Auf dieser Ebene werden in der Regel folgende Aufgaben durchgeführt

2.2.1.1 Die aggregierte Produktionsplanung

Diese Planung ist sinnvoll, da die verfügbaren Ressourcen begrenzt sind (bereits aus ökologischer Sicht, aber auch aufgrund der in den verschiedenen Abteilungen verfügbaren Jahresbudgets und der mit den Aufgaben/Aufträgen verbundenen Ausführungszeiten). Daher muss eine rationale und vorausschauende Produktplanung unter Berück-

sichtigung der bestehenden Einschränkungen durchgeführt werden, um die aktuelle Nachfrage zu decken und so den Gewinn des Unternehmens langfristig zu maximieren. Zu diesem Zweck besteht der erste Schritt vor einer detaillierten Planung der täglich/monatlich zu produzierenden Mengen darin, die mittelfristigen Gesamtmengen-Ziele auf Makroebene zu definieren, woraus sich die aggregierte Produktionsplanung ergibt.

Die aggregierte Planung kann sich über einen Zeitraum von zwölf bis achtzehn Monaten beziehen und hat zum Ziel, auf der Grundlage der zuvor erstellten Nachfrageprognosen die Mengen pro Produktgruppe zu bestimmen, die für die nächsten zwölf bis achtzehn Monate geplant werden ([KKU11]). Dieser entscheidende Schritt umfasst nicht nur die Festlegung der Produktionskapazitäten, sondern auch die Gesamtplanung der Lagerbestände.

Beispielfrage im Rahmen der aggregierten Planung für einen Fahrradhersteller :

Wie viele Fahrräder aller Kategorien sollten im kommenden Geschäftsjahr von Oktober bis September (ein Zeitraum von zwölf Monaten) hergestellt werden?

Auf dieser Ebene unterscheidet die Literatur zwischen der Planung für einen Zeitraum und der Planung für mehrere Zeiträume. Im Rahmen dieses Unterkapitels wird die dynamische Planung über mehrere Perioden im Detail untersucht. Das Problem wird daher in Form eines linearen Programms mit einer Zielfunktion modelliert, die im Verlauf dieser Arbeit entweder die Gewinnmaximierung oder die Kostenminimierung ist. Die Kosten hängen hier von der Definition und der Strategie des Unternehmens ab. Yu et al.([Yu+18]) stellen uns zwei plausible Kostenarten vor, die zwei verschiedenen Strategien entsprechen, die umgesetzt werden können: die Senkung der Produktionskosten oder die Senkung der Reparaturkosten im betrachteten Zeitraum. Im Rahmen ihrer Analyse haben sie die drei oben genannten Ziele (d. h. Maximierung der Verkaufserlöse, Minimierung der Produktionskosten und Minimierung der Reparaturkosten) in einem linearen Multi-ziel-Linearprogramm zusammengefasst, um einen Kompromiss zwischen den verschiedenen Zielen im Planungszeitraum zu finden.

Die nächste Art der Produktionsplanung, die behandelt wird und die über einen taktischen Zeithorizont betrachtet wird, ist die Kapazitätsplanung.

2.2.1.2 Kapazitätsplanung

Diese Form der Planung ist eng mit der aggregierten Planung verbunden und wird in der Literatur manchmal mit dieser kombiniert. Sie

soll sicherstellen, dass die Produktionskapazitäten ausreichen, um die voraussichtliche Nachfrage zu decken. Dazu gehören Entscheidungen über die Anzahl der Mitarbeiter, die Begrenzung von Überstunden und die Produktionskapazitäten der Maschinen. Wie bei der zuvor behandelten aggregierten Planung wird dieser Schritt mit Hilfe eines linearen Programms über einen Zeitraum von zwölf bis sechzehn Monaten modelliert. Die Bedeutung dieser aggregierten Planungen liegt in der mittelfristigen Kostenkontrolle. Entscheidungen über mehr oder weniger umfangreiche Investitionen für Organisationen, wie z. B. die Erweiterung der Produktionskapazität, können nicht auf operativer Ebene getroffen werden, weshalb eine vorausschauende Planung über einen beträchtlichen Zeitraum hinweg wichtig ist.

Nach Abschluss der taktischen Planung ist es weiterhin wichtig, die täglichen Abläufe für kürzere Zeiträume zu planen.

2.2.2 *Operative Planung*

Die operative Planung betrifft alle Aktivitäten auf Mikroebene, d. h. Aktivitäten, die in einem Zeitraum von einem Tag bis zu einem Monat durchgeführt werden. Als Eingabeparameter werden alle Informationen aus der taktischen Planung herangezogen. Das Ziel hierbei ist es, die von letzterer erzeugten Informationen zu disaggregieren, um Mikroaufgaben/Mikroziele herauszuarbeiten, die innerhalb eines kurzen Zeitraums kontrolliert werden können. (Einführung) Die erste Form der Planung auf dieser Ebene, die behandelt wird, ist die Master-Produktionsplanung (MPS).

2.2.2.1 *Master Production Scheduling*

Das Ziel eines Master Production Schedules ist es, die Nutzung der verschiedenen verfügbaren Ressourcen (die zuvor bei der Kapazitätsplanung im vorherigen Schritt vorgeplant wurden) zu optimieren, die Lieferfristen der Kundenanfragen einzuhalten und schließlich einen für das Unternehmen günstigen Kompromiss zwischen Produktionskosten und Umsatz zu finden, was für jede Branche von entscheidender Bedeutung ist. Jacobs und F. Robert definieren das MPS als die Umsetzung der Vertriebs- und Betriebspläne eines Unternehmens in einen detaillierten Plan, der den Zeitplan und die Mengen der einzelnen Produkte (nicht Produktgruppen) festlegt, die in Zukunft hergestellt werden sollen. Dieses spielt somit eine wichtige Rolle zwischen den Vertriebsteams und den technischen Teams in der Produktion. Streng genommen sollte es (aufgrund seiner Dauer) nicht unter der operativen Planung eingeordnet werden. Da es zudem nicht Produktgruppen, sondern Endprodukte berücksichtigt, würde eine Einordnung in die

taktische Planung der oben genannten Definition widersprechen. Aus den oben genannten Gründen ordnet Schneeweiß das MPS als Übergangsschritt zwischen der aggregierten und der operativen Planung ein.

Es ist jedoch wichtig zu betonen, dass sich die MPS vom Forecasting unterscheidet. Tatsächlich sind Prognosedaten zur Nachfrage sowie Kapazitätsbeschränkungen Teil der Eingabeinformationen für MPS-Modelle. Diese Informationen bieten dem MPS somit einen dynamischen Charakter, der es ihm ermöglicht, Entscheidungen zu treffen, wie beispielsweise im Voraus für einen zukünftigen Zeitraum zu produzieren oder die Produktionsintensität angesichts der vorhandenen Lagerbestände und der Nachfragesituation zu reduzieren. Neben den Produktionskapazitäten und der Nachfrage ist ein weiterer wichtiger Parameter, der die Gestaltung eines MPS beeinflusst, die Struktur des betreffenden Unternehmens. In der Literatur werden drei Hauptunternehmensstrukturen in der Industrie unterschieden ([JC18]):

- ▷ *Make-to-Stock*: Diese industrielle Struktur besteht darin, fertige Produkte in großer Menge zu produzieren und die zu lagern, sodass sie für den Verkauf an Endkunden bereitstehen. Von den drei hier vorgestellten Strukturen ist diese die am wenigsten aufwändige, wenn es darum geht, ein MPS durchzuführen. Die Struktur eines MPS ist in diesem Fall einfach und berücksichtigt die Nachfrageprognosen, Kapazitätsbeschränkungen und die verschiedenen Kosten im Zusammenhang mit Verkauf, Produktion und Lagerung. Dies kann mit Hilfe eines linearen Programms modelliert werden, dessen Ziel entweder die Gewinnmaximierung am Ende des betreffenden Zeitraums (Summe einzelner Periode) oder die Minimierung der Produktionskosten ist. *Beispiele für Make-to-Stock-Branchen* sind Hersteller von technischen Geräten wie Tablets/Smartphones, die große Produktserien mit festen Spezifikationen (Speicher, RAM, Prozessor usw.) herstellen. Ein weiteres Beispiel in Deutschland sind Automobilhersteller, die meist Fahrzeuge mit Standardkonfiguration in Massenproduktion herstellen und diese für den späteren Weiterverkauf lagern.
- ▷ *Make-to-Order*: Im Gegensatz zum vorherigen Modell werden bei dieser Konfiguration in der Regel keine Fertigprodukte gelagert. Die Produktion erfolgt entsprechend der Kundennachfrage und den verschiedenen von den Kunden vorgegebenen Spezifikationen. Jede Kundenanfrage erfordert daher eine detaillierte Analyse, die Konzeption des Endprodukts von Ingenieurteams und die Planung seiner Umsetzung. Diese Konfiguration betrifft Branchen, in denen eine Standardisierung der Produktion schwierig ist. Die Erstellung des MPS ist in diesem Fall etwas komplizierter

als bei der vorherigen Konfiguration. Es ist hier eindeutig unmöglich, eine globale MPS für alle Produkte zu erstellen, aber es ist dennoch möglich, ein MPS für Gruppen von Unterkomponenten zu erstellen und am Ende das MPS entsprechend den Kundenanforderungen zusammenzufassen. *Ein Beispiel hierfür* ist die Eisenbahnindustrie, die eine besondere Branche ist, da sie in hohem Maße vom Kunden abhängig ist. Die Länder sind unterschiedlich und weisen unterschiedliche Entwicklungsstufen auf. Die Unterschiede können von einfachen Elementen wie der Art des Datenübertragungsnetzes im Einsatzgebiet (3G, 4G, 5G, LTE usw.) bis hin zu länderspezifischen Anforderungen in Bezug auf Sicherheit, nachhaltiges Management usw. reichen.

- ▷ *Assemble-to-order*: Diese Form stellt einen Mittelweg zwischen Make-to-Order und Make-to-Stock dar, da sie sowohl einen Standardisierungs- als auch einen Personalisierungsaspekt beinhaltet. Das heißt, dass die Endprodukte Personalisierungen von standardisierten Halbfertigprodukten sind. Hier wird das Halbfertigprodukt in Standard hergestellt und dann je nach Kundenwunsch individuell fertiggestellt. Dies erfordert eine vorausschauende Organisation und eine Antizipation der Nachfrage, um die Fertigungszeiten für das Endprodukt zu verkürzen. Diese Notwendigkeit der Vorausplanung bietet die Möglichkeit, während der Herstellung der Halbfertigprodukte ein MPS einzusetzen. Das Modell ähnelt in diesem Fall dem für „Make to Stock“ verwendeten Modell.

In den beiden letzten Konfigurationen sind die Lieferzeiten relativ variabel, da die Konstruktion/Konfiguration des Endprodukts nach der Bestätigung der Bestellung erfolgt. Somit kann das MPS auch zur Entscheidung über den Versand der Bestellung an den betreffenden Kunden beitragen. Dies verleiht dem MPS zusätzliche Flexibilität, da es über zusätzliche Entscheidungsspielräume verfügt, die sich auf den gemeinsam mit dem Kunden vereinbarten Liefertermin beziehen. Dieses Konzept wird in der Literatur als „Available-to-Promise“ ([JC18]) bezeichnet. In dieser Arbeit wird dieser Begriff nicht berücksichtigt.

Ein weiterer Begriff, der einen starken Einfluss auf die MPS-Modellierung hat, betrifft die Zukunft der Nachfragemengen, die während des betreffenden Zeitraums nicht geliefert werden. Dieser Begriff ist in der Literatur als Servicepolitik bekannt. Bei der Modellierung werden zwei Fälle unterschieden:

- ▷ *Der Verlustfall*: Dabei wird davon ausgegangen, dass alle Mengen, die während des aktuellen Zeitraums nicht gedeckt werden können, verloren sind und der damit verbundene Gewinn in einem späteren Zeitraum nicht nachgeholt werden kann.

- ▷ *Der Vormerkungsfall*: Dies ist das Gegenteil des Verlustfalls, bei dem die während eines Zeitraums nicht gelieferten Mengen in späteren Zeiträumen nachgeholt werden können.

Dieser Begriff hat einen großen Einfluss auf die Entscheidungen, die von einem MPS-Algorithmus getroffen werden, da der eine Fall dem Programm mehr Flexibilität einräumt und der andere weniger.

Ein optimales MPS sollte sich durch hohe Stabilität, aber auch durch ein gewisses Maß an Flexibilität auszeichnen. Stabil, weil die am Ende erzielte Politik unter den gleichen Bedingungen zu den gleichen Ergebnissen führen sollte. Dies zeigt, dass die optimale Situation erreicht worden wäre. Und andererseits flexibel, weil der Plan in der Lage sein sollte, auf Änderungen der aktuellen Bedingungen während der Ausführung des Plans zu reagieren (diese können eine Änderung der Nachfrage, eine plötzliche Umstrukturierung der Kapazitäten usw. sein).

Die deterministische Version einer MPS in Make-to-Stock mit einer im Zeitverlauf konstanten Nachfrage wird somit wie folgt dargestellt:

Begriff Definition:

- ▷ i : verschiedene im Plan berücksichtigte Produkte ($1, \dots, m$)
- ▷ j : für die Produktentwicklung erforderliche Faktoren oder Ressourcen ($1, \dots, n$)
- ▷ t : Planungszeitpunkte ($1, \dots, T$)
- ▷ p_j : Verkaufspreis einer Einheit des Produkts j
- ▷ k_j : Produktionspreis des Produkts j
- ▷ h_j : Lagerkosten des Produkts j
- ▷ d_{jt} : Nachfrage nach dem Produkt j in Periode t
- ▷ x_j^a : Anfangsbestand des Produkts j
- ▷ R_{it} : Verfügbare Ressource des Faktors i in Periode t
- ▷ A_{ij} : Bedarf an Faktor i pro Produkt j

Entscheidungsvariablen:

- ▷ Z_{jt} : verkaufte Menge des Produkts j im Zeitraum t
- ▷ Y_{jt} : produzierte Menge des Produkts j im Zeitraum t
- ▷ X_{jt} : Lagerbestand des Produkts j im Zeitraum t

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \max \quad \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n (p_j \cdot Z_{jt} - k_j \cdot Y_{jt} - h_j \cdot X_{jt}) \quad (1) \\
 \text{udN :} \\
 \quad \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot Y_{jt} \leq R_{it} \quad (i = 1, \dots, m; t = 1, \dots, T) \quad (2) \\
 \quad X_{j1} = x_j^a \quad (j = 1, \dots, n) \quad (3) \\
 \quad X_{j,t+1} = X_{jt} + Y_{jt} - Z_{jt} \quad (j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T) \quad (4) \\
 \quad Z_{jt} \leq d_{jt} \quad (j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T) \quad (5) \\
 \quad X_{j,t+1}, Y_{jt}, Z_{jt} \geq 0 \quad (j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T) \quad (6)
 \end{array} \right. \quad (2.4)$$

In dieser Abwandlung der ursprünglichen Formulierung von Hax und Meal (1975) ([Haxo1]) wird jede Zeile wie folgt beschrieben:

- ▷ (1) steht für die Zielfunktion, in diesem Fall die Gewinnmaximierung (entspricht der Minimierung der Produktionskosten)
- ▷ (2) steht für die Kontrolle der Kapazitätsbeschränkungen, sodass nur das verfügbar ist, was genutzt werden kann
- ▷ (3) steht für die Definition der Anfangsbestände
- ▷ (4) definiert für jeden Zeitraum den aktuellen Wert des Bestands für jedes Produkt nach der Produktion und dem Verkauf
- ▷ (5) begrenzt die Produktion auf die prognostizierte Nachfrage
- ▷ (6) gewährleistet die Nicht-Negativitätsbeschränkung

Zusätzlich zu dem oben vorgestellten Modell können Modelle wie das im vorigen Abschnitt vorgestellte Wagner-Whitin-Modell und Losgröße-Modelle auch im Rahmen der Modellierung eines deterministischen MPS-Modells verwendet werden ([Ram+19]).

Die Ergebnisse des MPS werden anschließend im nächsten Schritt im folgenden Abschnitt weiter disaggregiert.

2.2.3 Materialbedarfsplanung

Das MPS nach der Auflösung gibt Auskunft über die Menge der Endprodukte, die pro Zeitraum hergestellt werden müssen, um den Gewinn zu maximieren/die Kosten zu minimieren, entsprechend den Nachfrageprognosen (im Fall dieses deterministischen/zeitdynamischen Abschnitts mit konstanten Werten). Dieses vom MPS gelieferte Ergebnis kann wiederum verwendet werden, um eine quantitative Liste der Material-/Rohstoffbedarfe/komponenten zu erstellen, die für die Herstellung der Endprodukte in jedem Zeitraum erforderlich sind. Nahmias und Olsen bezeichnen dieses Verfahren in ihrem Kapitel über

die Materialbedarfsplanung (MRP) als MRP-Stücklistenauflösung. Das Ziel dieser Berechnung ist es, am Ende eine detaillierte Liste der Bedarfe (Mengen pro Zeitraum) der Bestandteile der Stückliste jedes im MPS geplanten Produkts zu erhalten. Die Stückliste ist das technische Dokument, das die Komponenten und Rohstoffe beschreibt, die für die Herstellung des Endprodukts erforderlich sind. Der Vorteil der vom MRP bereitgestellten Daten besteht darin, dass Bestellungen rechtzeitig und unter Einhaltung der Lieferfristen aufgegeben werden können, was eine optimale Bestands- und Produktionsverwaltung ermöglicht. Somit kann der MRP im Rahmen der Produktionsplanung zwei wesentliche Funktionen erfüllen ([Sch99]):

- ▷ *Eine Planungsfunktion:* Sie ermöglicht es, detailliert zu erfahren, welcher Materialbedarf besteht und welche Fristen für die Beschaffung dieser Materialien zur Verfügung stehen.
- ▷ *Eine Kontrollfunktion:* Sie ermöglicht es, sicherzustellen, dass die Fristen eingehalten werden, damit die folgenden Produktionsschritte effizient durchgeführt werden können.

Dennoch ist MRP nicht immer vorteilhaft, insbesondere in Umgebungen mit starken Schwankungen. Folgende Nachteile sind zu beobachten:

- ▷ Nichtberücksichtigung von Unsicherheiten im Zusammenhang mit Prognosen (Nachfrage, Verfügbarkeit von Maschinen usw.)
- ▷ Kapazitätsbeschränkungen werden größtenteils ignoriert

Der nächste Schritt nach dem MRP ist der letzte und betrifft das Management des Produktionsprozesses des Endprodukts (Projektmanagement), das hier nicht behandelt wird.

2.3 REVERSE SUPPLY CHAINS

Die Reverse Supply Chain ist Teil des allgemeinen Konzepts der closed Loop Supply Chain, das in der Wirtschaft behandelt wird. ([GVW09]) definiert die Closed Loop Supply Chain als die Modellierung, Umsetzung und Kontrolle eines Produktionssystems mit dem Ziel, den Wert eines Produkts über seinen gesamten Lebenszyklus hinweg zu maximieren, wobei die Wiederverwendung des Produkts am Ende seiner Lebensdauer berücksichtigt wird. Dieses Konzept wird seit mehreren Jahren in der Industrie intensiv untersucht. Die Gründe für seine Einführung und die aktive Forschung in diesem Bereich sind vielfältig:

- ▷ *Aus ökologischen Gründen:* Die Ressourcen oder Rohstoffe auf unserem Planeten sind begrenzt. Die Wiederverwendung begrenzter essenzieller Ressourcen ermöglicht daher deren Erhalt. Um die Umweltverschmutzung und die globale Erwärmung zu reduzieren, erscheint es heute dringend notwendig, Materialien, die das

Ende ihrer Nutzungsdauer erreicht haben, ein zweites Leben zu geben.

- ▷ *Aus Gründen der Einhaltung von Vorschriften:* Im Bewusstsein der ökologischen Herausforderungen legen verschiedene nationale und internationale Institutionen wie die Europäische Kommission für Energie, Klimawandel und Umwelt Jahr für Jahr Maßnahmen fest, die die Industrie dazu ermutigen/verpflichten, mögliche Verwendungszwecke für Abfälle (fehlerhafte Produkte, Produkte am Ende ihrer Lebensdauer usw.) zu finden.
- ▷ *Aus wirtschaftlichen Gründen:* In bestimmten Fällen sind gebrauchte Komponenten in gutem Zustand wirtschaftlich vorteilhafter als neue Komponenten, und die Berücksichtigung solcher Alternativen in der Produktion ist für Unternehmen in einer Welt mit zunehmendem Wettbewerb von Vorteil. Die Rücklaufquoten können bei großen Einzelhändlern laut ([GVW09]) bis zu 10 % des Umsatzes erreichen, was einen enormen Verlust darstellt, wenn diese Produkte anschließend nicht effizient wiederverwendet werden.

Aus diesen Gründen wurde der Forschungsbereich der Closed Loop Supply Chain in den letzten Jahren von Ökonomen intensiv untersucht. Die Closed Loop Supply Chain wird daher in zwei Teile unterteilt: die Supply Chain, die den normalen Weg der Produkte darstellt, also, vom Hersteller/der Industrie zum Endkunden, und die Rückwärts-Supply Chain, die den Rückweg darstellt (vom Kunden zur Industrie). Das Ziel dabei ist es, den Abfall auf ein Minimum oder sogar auf null zu reduzieren. Die Quellen der Reverse Supply Chain können vielfältig sein. Sie können beispielsweise stammen aus ([GVW09]):

- ▷ *Handelsrückgaben:* Diese treten beispielsweise auf, wenn ein Produkt gekauft wird und sich innerhalb der Garantiezeit als defekt herausstellt und daher an den Verkäufer zurückgegeben wird, um durch einen neuen Artikel ersetzt zu werden. Diese Produkte werden sehr oft repariert und als generalüberholte Produkte wieder zum Verkauf angeboten
- ▷ *Ende der Nutzungsdauer:* Hier entscheidet sich der Nutzer bewusst, sich von einem voll funktionsfähigen Produkt zu trennen, um möglicherweise ein neues zu erwerben. Dies ist sehr häufig bei der Einführung neuer Produkte zu beobachten und wird in den letzten Jahren mit neuen Marketingmethoden wie Preisnachlässen für neue Geräte bei Rückgabe eines alten Modells praktiziert. Je nach Art des Produkts werden sie oft von Akteuren der Industrie generalüberholt und wieder auf den Markt gebracht.

- ▷ Das Ende der Lebensdauer von Produkten: Diese Kategorie umfasst Produkte, die beispielsweise aufgrund technologischer Entwicklungen ersetzt werden. Beispiele hierfür sind 2G-Router, die in der Vergangenheit verwendet wurden, aber aufgrund des Aufkommens aktueller Technologien wie 4G oder 5G in mehreren Ländern der Welt nicht mehr dem aktuellen Netz entsprechen und daher nicht mehr verwendet werden können. In diesem Fall werden diese Produkte sehr oft demontiert und die Produktkomponenten zum Recycling weiterverkauft.

Aus diesen drei Quellen für Rückflüsse in die Industrie ergeben sich wiederkehrende Fragen: Sind das Recycling, die Reparatur oder die Aufarbeitung eines Produkts für ein Unternehmen wirtschaftlich sinnvoll? Ist darüber hinaus die Qualität des Endprodukts gewährleistet? Und schließlich: Ist der Zugang zu den gebrauchten Produkten in ausreichender Menge garantiert? Diese Fragen werfen daher Risiken im Zusammenhang mit der Reverse Supply Chain und ganz allgemein mit der closed Loop Supply Chain auf. Diese Risiken wurden von Simonetto et al. wie folgt zusammengefasst:

- ▷ Das Risiko im Zusammenhang mit der Verarbeitung: Dieses Risiko hängt hauptsächlich mit den technologischen und menschlichen Kapazitäten für die Verarbeitung der verwendeten Produkte zusammen.
- ▷ Risiken im Zusammenhang mit Vorschriften und Ökologie: Recycling könnte bei mangelnder technologischer Kompetenz spürbare ökologische Folgen haben.
- ▷ Risiken im Zusammenhang mit den Recyclingkosten: Wenn Recycling wirtschaftlich gesehen teurer ist, ist es für ein Unternehmen nicht profitabel, es zu praktizieren.
- ▷ Das Risiko im Zusammenhang mit der Nachfrage nach recycelten, refurbished und restaurierten Produkten
- ▷ Das Risiko im Zusammenhang mit Rücksendungen: Die zurückgesendeten Mengen sind schwer vorhersehbar und die Qualität ist schwer zu gewährleisten.

Alle oben genannten Risiken bringen eine gewisse Unsicherheit in den gesamten Prozess und führen somit bei der Modellierung eines Reverse-Supply-Chain-Systems zu Komplexität.

Das Ziel dieser Arbeit ist es daher, den Einsatz von Materialien/Komponenten aus der Reverse Supply Chain (unter Berücksichtigung der Unsicherheiten, die solche Einsätze mit sich bringen können) in Modellen zur Produktionsplanung neuer Produkte und auch im Bestandsmanagement zu untersuchen.

Tabelle 2.1: Sensitivitätsanalyse des EOQ-Modells

Annahmen	Spezifität	Wert der Testparameter	Abweichung der Gesamtkosten	Wirtschaftliche Interpretation	Schlussfolgerung
Alle Modellannahmen sind erfüllt	Q wird anders als das durch die EOQ gegebene Q^* gewählt, und die Parameterwerte k , h und d bleiben unverändert.	$\frac{Q}{Q^*} \neq 1$	$\frac{C(Q)}{C(Q^*)} = \alpha > 1$	Die Kosten steigen um $(\alpha - 1)$.	Die Wahl eines von Q^* abweichenden Wertes für Q ist für das Unternehmen teuer.
Alle Modellannahmen sind erfüllt	Die EOQ-Formel wird verwendet. Die Parameter k und h sind bekannt, aber es bestehen Unsicherheiten hinsichtlich des tatsächlichen Werts von d : $900 \leq d \leq 1600$	Die Extremwerte von d werden zur Berechnung von Q und $C(Q)$ verwendet, und der Vergleich erfolgt mit dem Wert von $Q^* \Rightarrow C(Q^*)$ der den Kosten entspricht, unter Berücksichtigung des tatsächlichen Werts von d .	$C(Q) \in [C(Q^*), C(Q^*) \cdot (1 + 4.71\%)]$	Die Kosten für die Verwaltung könnten im schlimmsten Fall um 4,17% steigen.	Wie teuer dieser Fall ist, hängt vom Wert von d ab.
Alle Modellannahmen sind erfüllt	Das EOQ-Modell wird verwendet, aber es gibt keine Sicherheit hinsichtlich der Werte von d , k und h . Wir haben $900 \leq d \leq 1600$; $75 \leq k \leq 125$; $1,50 \leq h \leq 2,50$	Wie im vorherigen Schritt werden auch diesmal die Extremwerte von d , k und h verwendet, um die Differenz zwischen $C(Q)$ und $C(Q^*)$ zu berechnen.	$C(Q) \in [C(Q^*), C(Q^*) \cdot (1 + 33.5\%)]$	Im schlimmsten Fall könnten die Kosten für die Verwaltung um 33,5% steigen, was noch schlimmer ist als im vorherigen Fall.	Die Wahl der Parameterwerte hat einen großen Einfluss auf das Ergebnis des Modells.

STAND DER FORSCHUNG

Bevor wir näher auf die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen eingehen, wird es zunächst einen Überblick über die bereits in den einzelnen Teilbereichen dieser Arbeit durchgeführten Arbeiten geben. Damit wird es auch die Unterschiede zwischen dieser Untersuchung und den bereits von anderen Forschungsprojekten durchgeführten Arbeiten herausarbeiten und verdeutlichen. Dieses Kapitel ist daher wie folgt aufgebaut: Zunächst wird die Methode zur Überprüfung der vorhandenen Studien vorgestellt, danach erfolgt eine kurze Beschreibung der vorgestellten Modelle und ihrer Besonderheiten, und schließlich nehmen wir eine Klassifizierung dieser Modelle nach verschiedenen Kriterien vor, die im Folgenden definiert werden. Es ist wichtig zu beachten, dass in jedem dieser Teile der Unterschied gemacht wird zwischen den beiden Blöcken, die in dieser Arbeit zentral sind, nämlich die Beschaffungsplanung und die Produktionsplanung.

3.1 METHODE BEI DER LITERATURRECHERCHE UND QUANTITATIVE ANALYSE DER SUCHERGEBNISSE

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die wissenschaftliche Methode zur Literaturrecherche PRISMA (Preferred Reporting Items For Systematic Reviews and Meta Analyses) verwendet([Moh+10]), um die verfügbare Literatur in diesem Forschungsbereich effizient zu sortieren. Daraus geht hervor, dass die Themen Produktionsplanung und Beschaffung im Kontext der Reverse Supply Chain in den letzten Jahren mehr oder weniger in der Forschung behandelt wurden. Die in diesem Teil enthaltenen Informationen stammen aus dem Zeitraum vom 01.01.2016 bis zum 31.08.2025, also aus einem Zeitraum von etwas mehr als zehn Jahren. Darüber hinaus war die Suchsprache für die Daten hauptsächlich Englisch, da diese Sprache in der Welt der Forschung dominiert. Als Suchmaschine wurde in erster Linie "Web of Science" verwendet. Die verwendeten Schlüsselwörter oder -ausdrücke wurden für jeden Schwerpunkt des Forschungsthemas in drei große Gruppen unterteilt:

- ▷ Planung der Beschaffung in der Reverse-Supply Chain
 - *Beschaffungsplanung*: "Procurement planning" or "Sustainable procurement" or "Inventory management" or "Lot-sizing"

- *Unsicherheiten/Risiken*: "Demand uncertainty" or "Stochastic demand" or "Random demand" or "Uncertain quality" or "Defective procurement" or "yield uncertainty" or "Stochastic quality"
- *Auszuschließende Werte*: "Network" or "contractor" or "review"

▷ Produktionsplanung in der Reverse-Supply Chain

- *Produktionsplanung*: "Production planning" or "remanufacturing planning" or "Master production scheduling" or "Lot sizing remanufacturing"
- *Unsicherheiten/Risiken*: "demand uncertainty" or "yield uncertainties" or "stochastic"
- *Optimierung*: "policy" or "optimization" or "decision" or "strategy"

Anschließend wurden Kombinationen der verschiedenen Gruppen gebildet, um die Artikel herauszufiltern, die sich mit Themen befassen, die dem Thema dieser Arbeit am nächsten kommen. Diese Kombinationen werden mit Hilfe des logischen Additionsoperators gebildet, der wörtlich übersetzt die englische Konjunktion "and" bedeutet.

Beispiel: ("Demand uncertainty" or "Demand fluctuation" or "Stochastic demand" or "Random demand") AND ("Procurement planning" or "lot sizing" or "Procurement under uncertainty" or "Inventory") NOT ("Network" or "contractor" or "review"). Daraus folgt die folgende Tabelle:

Tabelle 3.1: Anzahl der Treffer für verschiedene Suchbegriffe im Bereich der Beschaffungsplanung

Suchbegriffe	1.	2.	3.
Anzahl der Treffer	1,054,203	127,506	5,129,839
	5,314	–	–
	–	2,546	–
	–	–	317
	–	–	–

(Stichtag 20.09.2025) , Quelle: Eigene Darstellung in Anlehnung von [Kra21]

Die Bereiche Produktions- und Beschaffungsplanung sind Bereiche, in denen seit Jahren aktiv geforscht wird. So gibt es mehr als drei Millionen Artikel, die in irgendeiner Weise mit diesen Bereichen in Verbindung stehen. Die Suche nach Literatur zu den in dieser Arbeit behandelten Themen erfolgte durch schrittweises Aussortieren. Zunächst wurden allgemein die oben genannten Begriffe recherchiert. Die Ergebnisse sind in den ersten Zeilen jeder Tabelle aufgeführt. Danach wurde die Liste der Suchergebnisse durch Ausschlussverfahren wie die Sortierung nach Bereichen wie Netzwerkplanung, Terminplanung,

Tabelle 3.2: Anzahl der Treffer für verschiedene Suchbegriffe im Bereich der Produktionsplanung

Suchbegriffe	1.	2.	3.
Anzahl der Treffer	54,866	392,540	5,079,366
	4,300	–	–
	–	3,050	–
	–	–	263
	–	–	–

(Stichtag 20.09.2025) , Quelle: Eigene Darstellung in Anlehnung von [Kra21]

Scheduling, Sortierung nach Datum und einen weitergehenden Filter in Verbindung mit der Verwendung von recycelten Materialien auf 317 für die Beschaffungsplanung und 263 für die Produktionsplanung reduziert. Anschließend wurden Artikel, die keinen direkten Bezug zu den hier genannten Suchbegriffen hatten, sowie Artikel, die nicht frei zugänglich waren, manuell aussortiert. So ergab sich eine Liste von 60 Artikeln für die Produktionsplanung und 40 Artikeln für die Beschaffungsplanung. Im nächsten Abschnitt wird über die Methoden, die schon existieren, berichtet.

3.2 ÜBERBLICK ÜBER AUSGEWÄHLTE MODELLE UND METHODEN

Bei der Recherche nach Literatur zu den beiden Teilbereichen, die Gegenstand dieser Arbeit sind, wurde festgestellt, dass die Forschung in diesem Bereich vielfältig ist. Die Möglichkeiten zur Modellierung der hier behandelten Probleme sind vielfältig und hängen von mehreren Faktoren ab, die in der Regel mit der Beschreibung der mit dem Problem verbundenen Umgebung zusammenhängen. [Ziu15] klassifiziert Modelle der Lagerbestandsverwaltung nach der Menge der betrachteten Produkte: ein Produkt und mehrere Produkte. In Bezug auf den Begriff der Unsicherheit unterscheidet er zwischen Unsicherheiten, die durch Wahrscheinlichkeitsverteilungsmodelle, sogenannte stochastische Modelle, dargestellt werden können, und solchen, die dies nicht können. Darüber hinaus unterscheidet er zwischen Variablen (z. B. der Nachfrage) mit stationärer Wahrscheinlichkeit, die bekannte oder durch eine Untersuchung früherer Daten geschätzte Wahrscheinlichkeiten beinhalten, und solchen mit nicht stationärer Wahrscheinlichkeit, die sich auf Variablen beziehen, die sich streng zufällig entwickeln. Grundsätzlich klassifiziert die Literatur zur stochastischen Optimierung Modelle also nach der Art der betrachteten Unsicherheit. Und [BT88] klassifiziert sie in drei große Kategorien:

- ▷ *Modelle mit statischer Unsicherheit:* Hierbei werden die Werte aller Entscheidungsvariablen zu Beginn des Zeithorizonts vor der Offenlegung der unsicheren Werte ausgewählt und können anschließend nicht mehr geändert werden. Diese Art von Modell geht von einer unveränderlichen Nachfrage aus, wodurch eine einfache Prognose für die Zukunft möglich ist. Die Entscheidungen werden daher anhand der Nachfrageverteilungsfunktion für den betrachteten Zeithorizont getroffen.
- ▷ *Modelle mit dynamischer Unsicherheit:* Im Gegensatz zu Modellen mit statischer Unsicherheit ermöglichen diese Modelle Entscheidungen in jeder Periode. Hier ist die Nachfrage von Schwankungen geprägt, die oft schwer vorhersehbar sind. So werden beispielsweise die Entscheidungen für den Zeitraum $t=1$ getroffen, dann werden die tatsächlichen Werte der unsicheren Variablen bekannt gegeben, und anhand dieser Werte werden die Entscheidungen für den Zeitraum $t=2$ getroffen und so weiter.
- ▷ *Modelle mit statisch-dynamischer Unsicherheit:* Diese stellen einen Kompromiss zwischen den Modellen mit statischer Unsicherheit und denen mit dynamischer Unsicherheit dar. Hier werden die Entscheidungen zu bestimmten Entscheidungsvariablen in der ersten Periode getroffen und die Bestellmengen später nach Bekanntgabe der unsicheren Werte festgelegt.

Zusätzlich zu den Typen [Vid23] unterscheidet er zwischen Modellen mit periodischen Bestellungen, bei denen die Bestellung zur Wiederauffüllung der Lagerbestände zu festgelegten Zeitpunkten erfolgt. Demgegenüber stehen Modelle mit kontinuierlichen Bestellungen. Bei letzteren kann die Nachbestellung jederzeit erfolgen, wenn ein kritischer Stand erreicht ist. Unter Berücksichtigung der zeitlichen Darstellung unterscheidet [Ziu15] zwischen statischen Modellen, bei denen die Entscheidung einmalig für einen Zeitraum getroffen wird, und dynamischen Modellen bei sequenziellen Entscheidungen, bei denen die getroffenen Entscheidungen im Laufe der Zeit angepasst werden können. Die Methoden zur Berechnung dieses kritischen Niveaus sind in der Literatur ausführlich dokumentiert.

Die Produktions- und Beschaffungsplanung unter Unsicherheit wird in der Literatur in vielen Fällen anhand von zwei Hauptmethoden behandelt: stochastische Optimierung und robuste Optimierung. Die erste Methode geht immer davon aus, dass es Wahrscheinlichkeitsgesetze für die unsicheren Variablen gibt, während die zweite Methode diese Annahme in den meisten Fällen außer Acht lässt. [ZDMA23] berücksichtigt ein mehrstufiges Problem. Er stellt ein Modell vor, das Entscheidungen darüber trifft, wie viel gekauft werden soll, bei wel-

chem Lieferanten und wie viel pro Monat produziert werden soll, um die Gesamtkosten zu minimieren und somit wettbewerbsfähig zu bleiben. Der in diesem Fall verwendete Ansatz ist die robuste Optimierung mit Unsicherheiten hinsichtlich der Nachfrage pro Zeitraum. Das Ziel besteht hier darin, in der Wertschöpfungskette Einsparungen zu erzielen, um wettbewerbsfähige Endprodukte anbieten zu können. In Fortsetzung des vorherigen Artikels stellen [Met+25] ein ARO-Modell (Adaptive Robust Optimization) für das Problem der Lösgröße unter Berücksichtigung der Unsicherheit der Produktionsparameter vor. Zunächst befassen sich [HWC23] mit einem etwas kleineren Problem, und zwar das Problem der Produktionsplanung und dem Ziel, die Anzahl der Szenarien im Zusammenhang mit der Lösung des stochastischen Optimierungsproblems zu reduzieren. Sie stellen daher ein auf DRO (Distributionally Robust Optimization) basierendes Modell vor, das eine auf dem SSecond Order Cone Program"(SOCP) basierende Heuristik implementiert, um dieses Problem der Explosion der Anzahl von Szenarien für große Instanzen anzugehen. [BDN23] präsentieren eine vergleichende Analyse der Produktionsplanung zwischen drei Methoden: Online-Optimierung, stochastische Optimierung und robuste Optimierung. Diese Methoden werden im Kontext mehrstufiger Entscheidungen und Unsicherheiten bei der Nachfrage angewendet. Zum Thema stochastische Optimierung löst [CU+25] durch eine stochastische Lookahead-Methode das Problem der Beschaffung in einem Kontext der Unsicherheit hinsichtlich der Qualität und Quantität von Recyclingprodukten. Das Ziel besteht darin, gute Samples zu erstellen, mit denen anschließend das mit dem Problem verbundene zweistufige stochastische Programm gelöst werden kann. Er nennt vier Herausforderungen im Zusammenhang mit der Beschaffung im Recyclingbereich: die Herausforderung im Zusammenhang mit der Sammlung von Materialien, die Herausforderung im Zusammenhang mit den gesammelten Mengen, die Herausforderung im Zusammenhang mit der Qualität und damit auch mit der letztendlich nutzbaren Menge und schließlich die Herausforderung im Zusammenhang mit der Vorhersage zukünftiger Ereignisse. Er betont die Bedeutung vorausschauender Entscheidungen in einem von Unsicherheiten geprägten Kontext. Ziel ist es, in Zukunft die Kosten zu senken, die mit plötzlichen Entscheidungen verbunden sind. Diese Entscheidungssysteme müssen jedoch mit einer guten Dynamik des Systems über den Zeithorizont hinweg gekoppelt sein, da sie sonst den gegenteiligen Effekt haben können, wenn sie nicht durchgeführt werden. Schließlich stellen [SY25] eine Methode zur Lösung des Problems der Explosion des Szenarienbaums im zweistufigen stochastischen Programm vor. Sie zeigen, dass zweistufige stochastische Programme, die das Konzept "wait and see" umsetzen, die Gesamtkosten um bis zu 15% senken können.

Im nächsten Abschnitt werden diese verschiedenen Forschungsarbeiten klassifiziert, um eine bessere Übersicht darauf zu haben.

3.3 KLASSIFIKATION DER LITERATUR ANHAND BESTIMMTER KRI- TERIEN

Neben den im vorigen Absatz bereits aufgeführten Klassifizierungsmetriken und Modellen gibt es in der Literatur noch mehrere andere Techniken zur Modellierung von Produktions- und Beschaffungsplanungsproblemen, darunter fallen: stochastischer Simulation, Markov-Ketten, dynamische Programmierung, Heuristiken und Metaheuristiken. Im kommende Tabelle 3.3 wird dazu eine klare liste von Dimension und Ausprägung angeboten.

Tabelle 3.3: Dimensionen und Ausprägungen in der Beschaffungs- und Produktionsplanung

DIMENSION	AUSPRÄGUNGEN
a) Bereich	1) Produktionsplanung 2) Beschaffungsplanung
b) Anzahl der Produkte	1) Einzelprodukt 2) Mehrere Produkte
c) Stochastische Variabel	1) Nachfrage 2) Qualität der Vorprodukte 3) Sonstiges
d) Modellierungsmethode	1) Zweistufige stochastische Programmierung 2) Robuste Optimierung 3) Wagner-Whittin-Modell 4) Maschinelles Lernen 5) Deep Reinforcement Learning (PPO) 6) Distributional Robust Optimisation 7) Mehrstufige stochastische Programmierung 8) Heuristik und Metaheuristik 9) Dynamische Programmierung
e) Art der Unsicherheit	1) Statische Unsicherheit 2) Dynamische Unsicherheit 3) Statisch-dynamische Unsicherheit
f) Art des Zeitmanagements	1) Einmalige Periode 2) Mehrere Perioden
j) Zukunft der nicht erfüllten Nachfrage	1) Verlustfall 2) Vormerkungsfall

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle 3.3 – Fortsetzung

DIMENSION	AUSPRÄGUNGEN
	3) Nicht zulässig
e) Komplexität der Supply Chain	1) Einstufig 2) Mehrstufig
h) Ziel	1) Gewinnmaximierung 2) Kostenminimierung 3) Maximierung des Servicelevels

Quelle: Eigene Darstellung in Anlehnung von [Kra21]

Die Dimensionen und Ausprägungen, die in der Tabelle 3.3 dargestellt sind, sind die in der Literatur am meisten benutzten Elemente und die geben gute Orientierung zur Auswahl des zu implementierenden Modells. Anhand dieser Ausprägungen werden jetzt die ausgewählten Artikel in der nächsten Tabelle klassifiziert.

Tabelle 3.4: Klassifizierung von Literatur nach Dimensionen und Ausprägungen in der Forschung

Literatur	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)
(Dunke et Nickel, 2025) [DN25]	1)	2)	1)	1)	2)	2)	1)	1)	1)
(van Zyl et Adetunji, 2022) [ZA22]	2)	2)	-)	3)	-)	2)	3)	1)	2)
(Tunc, 2021) [Tun21]	1)	1)	1)	3)	1)	2)	2)	1)	2)
(Bindewald et al., 2023) [BDN23]	1)	1)	1)	1,2)	3)	2)	1)	1)	2)
(Zamani Dadaneh et al., 2023) [ZDMA23]	1,2)	2)	1)	2)	1)	2)	1)	2)	2)
(Zhang et al., 2025) [ZGZ25]	2)	2)	1)	4)	2)	1)	1)	1)	2)
(van Hezewijk et al., 2023) [Hez+23]	1)	2)	1)	5)	2)	2)	2)	1)	2)
(Han et al., 2023) [HWC23]	1)	2)	1)	6)	1)	2)	2)	1)	3)
(Quezada et al., 2020) [Que+20]	1)	2)	1,2)	7)	2)	1)	1)	2)	2)
(Kazemi Zanjani et al., 2010) [KZ-NAK10]	1)	2)	1,2)	7)	2)	2)	2)	1)	2)
(Dadaneh et al., 2024) [DMA24]	1)	1)	1)	1)	1)	2)	1)	2)	2)
(Kazemi Zanjani et al., 2011) [KZ-NAK11]	1)	2)	2)	1)	3)	2)	2)	1)	2)
(Metzker Soares et al., 2024) [MS+24]	1,2)	1)	2)	2)	1)	2)	2)	1)	2)
(Hilger et al., 2016) [HST16]	1)	2)	1)	2)	1)	2)	2)	2)	2)
(Metzker et al., 2025) [Met+25]	1)	2)	2)	6)	3)	2)	2)	1)	2)
(Kilic et al., 2018) [KTT18]	1)	1)	1)	8)	3)	2)	2)	2)	2)
(Macedo et al., 2016) [Mac+16]	1)	2)	1,3)	1)	3)	2)	2)	2)	2)

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle 3.4 – Fortsetzung

Literatur	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)	i)
(Seyfi et al., 2025) [SY25]	1)	2)	1)	8)	2)	2)	2)	2)	2)
(Akartunalı et Dauzère-Pérès, 2022) [ADP22]	2)	1)	1)	9)	1)	2)	3)	1)	2)
(Maitra, n.d.) [Mai24]	2)	1)	1)	8)	3)	3)	-	1)	1)
(Tai et al., 2021) [THB21]	2)	1)	1)	8)	3)	2)	2)	1)	2)
(Ferreira et al., 2018) [FAM18]	2)	1)	1,2)	9)	3)	2)	3)	1)	2)

Quelle: Eigene Darstellung in Anlehnung von [Kra21]

Die vorstehende Tabelle gibt einen Überblick über die verschiedenen Methoden zur Modellierung und Implementierung von Produktions- und Beschaffungsplanungsmodellen. Sie gibt auch einen Einblick in die Annahmen, die in der Regel von der Struktur des jeweiligen Unternehmens abhängen und im Modellierungsprozess berücksichtigt werden müssen.

In dieser Arbeit geht es um die Implementierung von zwei vorgestellten Modellen. Das erste befasst sich mit der Beschaffungsplanung in einem Kontext, in dem Unsicherheit hinsichtlich der Menge und Qualität der Produkte aus der Reverse Supply Chain besteht. Mit Hilfe von Markov-Entscheidungsprozessen soll das betrachtete System mit dem Ziel modelliert werden, die Durchschnittskosten über den Zeithorizont zu minimieren. Zweitens geht es darum, das Problem der Produktionsplanung in einem Umfeld der Unsicherheit hinsichtlich der verfügbaren Mengen aus der Rückwärts-Supply Chain zu modellieren. Dabei ist zu beachten, dass bei einem Mangel an Recyclingprodukten diese durch teurere Neuprodukte ersetzt werden können. Das Ziel besteht also darin, ein zweistufiges stochastisches Programm mit einem Rückgriff zu implementieren, das das Problem effizient löst. In beiden Fällen besteht das Ziel darin, systemfreundliche Strategien zu finden, mit denen die Zielfunktion optimiert werden kann. Schließlich werden Tests durchgeführt, um die Durchführbarkeit der Methoden zu beweisen..

BESTELLMENGENPLANUNG IN REVERSE SUPPLY CHAINS ALS MARKOVSCHE ENTSCHEIDUNGSPROBLEM

Wie im vorigen Abschnitt erwähnt, bilden dieses und das folgende Kapitel den Kern dieser Arbeit. In diesem Abschnitt geht es darum, das Problem der Beschaffung in der Reverse Supply Chain unter Berücksichtigung der Einschränkungen hinsichtlich Menge/Verfügbarkeit und Qualität der Produkte aufgrund der erheblichen Unsicherheiten bei der Beschaffung von Produkten am Ende ihrer Lebensdauer zu modellieren (2). Dieses Kapitel gliedert sich in drei Unterabschnitte: die Darstellung des Problems und seine Modellierung in einem Markov-Entscheidungsrahmen, anschließend wird ein Lösungsansatz auf der Grundlage der linearen Programmierung vorgestellt und schließlich eine weitere Lösung auf der Grundlage des verstärkenden Lernens.

4.1 MARKOVSCHE ENTSCHEIDUNGSPROBLEM FÜR DIE BESCHAFFUNGSPLANUNG BEI STOCHASTISCHER MATERIALVERFÜGBARKEIT

Angenommen, wir betrachten ein Bestandsverwaltungssystem, in dem bereits verwendete Komponenten oder Materialien („sekundäre Qualität“) bestellt werden, um einen in diesem Fall stochastischen Bedarf zu decken. Bei der Modellierung eines solchen Problems müssen zwei wichtige Anforderungen berücksichtigt werden: die Verfügbarkeit der Komponenten und die Qualität (da hier Komponenten von sekundärer Qualität verwendet werden). In dieser Konfiguration wird die Zeit als diskret betrachtet und die verschiedenen Bestellungen erfolgen periodisch (3). Um dieses Problem mathematisch zu modellieren, wird das Markovsche Entscheidungsmodell verwendet.

Ein diskretes Markov-Entscheidungsproblem ist ein Problem, das durch fünf Elemente gekennzeichnet ist ([Putog]):

- ▷ *Ein Zeithorizont*: im vorliegenden Fall diskret und endlich ist
- ▷ *Eine endliche Menge von Zuständen S* , die den verschiedenen Lagerbestandswerten entspricht, die im System beobachtet werden können
- ▷ *Eine endliche Menge von Aktionen A* : die entsprechen den möglichen Bestellvorgängen, die je nach aktuellem Zustand des Systems ausgelöst werden können

- ▷ *Übergangswahrscheinlichkeiten* P : mit denen anhand des aktuellen Zustands s und der durchgeführten Aktion a der nächste Zustand s' bestimmt werden kann, der zur Menge der Zustände S gehört
- ▷ *Belohnung*: der Bewertung des Systems der im Zustand s durchgeführten Aktion a entsprechen

Das Ziel eines solchen Markovschen Entscheidungssystems besteht darin, eine stationäre ¹ Strategie oder Politik zu finden, die die Entscheidungsregeln definiert, wie die Auswahl Von Aktionen erfolgt. Diese Aktionen (die in diesem Fall den bestellten Werten entsprechen) hängen von den Zuständen (die im Rahmen dieser Arbeit dem Lagerbestand des Systems entsprechen) in jedem Zeitraum des betrachteten Zeithorizonts ab. Das Ziel der Politik ist es, das zuvor definierte Ziel zu maximieren ([Putog]).

Annahmen:

1. Wir befinden uns in einem Verlustfall, und alle nicht gelieferten Anteile der Nachfrage gehen verloren und verursachen Kosten für die Nichtdeckung der Nachfrage.
2. Hier wird als Ziel die Maximierung der durchschnittliche Belohnung² berücksichtigt.

4.1.1 Unsicherheit hinsichtlich der verfügbaren Menge an Recyclingprodukten

MATHEMATISCHE FORMULIERUNG:

Variablen:

- ▷ Zeithorizont: $t = 1, \dots, T$
- ▷ Wertebereich der stochastischer Bedarf ($D_t \sim D$): $W_d = 0, 1, \dots, d_{\max}$
- ▷ Wertebereich von stochastischen Verfügbarkeit ($Y_t \sim Y$) der Produkte: $W_y = 0, 1, \dots, y_{\max}$
- ▷ Es wird hier angenommen, dass der stochastische Bedarf D und die stochastische Verfügbarkeit Y stochastisch unabhängig sind.
- ▷ Jeder Wert der Nachfragebereiche und die Anzahl der verfügbaren Produkte haben eine Auftrittswahrscheinlichkeit, die durch

¹ Stationäre Politik: Eine Politik, die für jeden gegebenen Zustand $s \in S$ ändern sich die Übergangswahrscheinlichkeiten $P_{s,s'}^a$ vom Zustand $s \in S$ zum Zustand $s' \in S$ nach der Aktion $a \in \mathbb{A}(s)$ innerhalb des Zeithorizonts nicht

² Die durchschnittliche Belohnung wird auch in der Literatur als langfristige Belohnung genannt

eine Wahrscheinlichkeitsverteilung geregelt wird, die im Rahmen dieser Arbeit die Normalverteilung und die Binomialverteilung mit den jeweiligen Parametern (P_d, P_y) , (μ_d, μ_y) ist.

- ▷ Die Bestandswerte $x = \{0, 1, \dots, x_{\max}\}$
- ▷ Die variablen Anschaffungskosten des Produkts werden mit π bezeichnet.
- ▷ Die fixen Bestellkosten werden mit k bezeichnet
- ▷ Die durch die nicht vollständige Deckung der Nachfrage zum Zeitpunkt t verursachten Verlustkosten werden mit v bezeichnet.
- ▷ Der Anfangsbestand wird mit x^a bezeichnet.
- ▷ Die Lagerkosten pro Produkt, die mit h bezeichnet werden
- ▷ Der Lagerbestand $X_{t+1} = \min\{\max\{0, X_t\} + \min\{q_t, Y_t\} - D_t, x_{\max}\}$, den negativ sein kann, wenn die Nachfrage nicht vollständig gedeckt wurde.
- ▷ Die Kosten am Zeitpunkt t

$$C(X_t, q, X_{t+1}, Y) = \pi \cdot \min\{q_t, Y_t\} + h \cdot \max\{0, X_{t+1}\} + k \cdot \delta(q_t) + v \cdot \max\{0, -X_{t+1}\}$$

wobei:

- $\pi \cdot \min\{q_t, Y_t\}$ ist die gesamte³ Bestellkosten in der Periode t sind.
- $h \cdot \max\{0, X_{t+1}\}$ die gesamte Lagerungskosten⁴ in der Periode t sind
- $k \cdot \delta(q_t)$ sind die fixen Kosten, die nur anfallen, wenn etwas bestellt wurde.
- $v \cdot \max\{0, -X_{t+1}\}$ die Fehlmengenkosten. Diese Kosten sind pro Stück von Bedarf, das nicht bedient wurde, bezahlt.

Vom Annahme 2, laut die generelle Beschreibung von Durchschnittsgewinnkriterium nach [WS04] folgendes:

$$f(s) := \lim_{K \rightarrow \infty} \mathbb{E}\left(\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K r(X_k) | X_0 = s\right), \quad s \in S \quad (4.1)$$

und es hängt vom Zustände des stochastischen Prozesses (X_1, X_2, \dots, X_K) und der Realisation der letzteren (s_1, s_2, \dots, s_K) .

Aus der Problembeschreibung, sind die folgende Aussage über die Markov Kette X_k von Zustände wahr:

- ³ Anzahl an gekauften Produkten ist das Minimum zwischen was bestellt wurde und was verfügbar ist
- ⁴ Es wird bezahlt für was während der Periode gelagert ist oder was am Anfang der nächste Periode zu finden ist

- ▷ Der Zustandsraum ist Beschränkt
- ▷ Vom jedem Zustand aus, es ist möglich alle andere Zustände zu erreichen in endlicher vielen Schritte (*Irreduzibilität*) [WSo4]
- ▷ Vom jedem Zustand aus, es ist immer möglich in endlicher Schritten zum selben Zustand zurückzukommen (*Positiv Rekurrenz*) [Nor09]

Das K schritte Durchschnittsgewinnkriterium kann aus der Gleichung 4.1 wie folgt geschrieben werden :

$$\begin{aligned}
 f_K(s) &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \mathbb{E}(r(X_k)) \\
 &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K \sum_{s' \in S} r(s') \cdot P_{s,s'}^{(k)} \\
 &= \frac{1}{K} \sum_{s' \in S} r(s') \cdot \sum_{k=1}^K P_{s,s'}^{(k)}
 \end{aligned}$$

Da X_k irreduzibel ist, folgt aus dem Ergodischen Satz ([Lev+17]) dass:

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K P_{s,s'}^{(k)} = \pi(s')$$

und daher: $f(s) = \sum_{s' \in S} \pi(s') \cdot r(s')$

π seien die Stationäre Verteilung der Kette X_k

Aus dieser letzter Gleichung kann man das System im stationären Zustand betrachten.

Das vorher beschriebene Markov-Entscheidungsprozess (MDP) wird dann mithilfe des stationären Wagner Whitin Models so definiert:

- ▷ Aktionsraum: $\mathcal{A}(x) = \{0, 1, \dots, \min\{y_{\max}, x_{\max} - x + d_{\max}\}\}$
- ▷ Zustandsraum: $\mathcal{S} = \{-d_{\max}, \dots, x_{\max}\}$
- ▷ Bestellmenge: $q \in \mathcal{A}(x)$
- ▷ Übergangsgleichung: $x' = f(x, q, Y, D) := \min\{\max\{0, x\} + \min\{q, Y\} - D, x_{\max}\}$, $s \in \{-d_{\max}, \dots, x_{\max}\}$
- ▷ Übergangswahrscheinlichkeiten: Da der Bedarf und die Verfügbarkeit stochastisch unabhängig sind, ergibt es folgendes:

$$p_{xx'}^q = \sum_{\substack{d \in W_D, y \in W_Y \\ x' = f(x, q, y, d)}} p_D(d) \cdot p_Y(y) , p : \mathcal{S} \times \mathcal{A} \times \mathcal{S} \rightarrow [0, 1]$$

- ▷ *Belohnung*: aus der Annahme, wird hier die durchschnittliche Belohnung benutzt. Jetzt, um die Kostenberechnung zu vereinfachen und um die Markov-Eigenschaft zu respektieren, müsste als letzter Schritt die stochastische Variable Y eliminiert werden, indem sie durch ihren erwarteten Wert ersetzt wird. Anschließend müsste der in Kosten zukünftigen ersetzt werden, um Kosten zu erhalten, die vollständig von der aktuellen Periode und nicht von der Zukunft abhängen.

1. *Stochastische Y in einer deterministische Variable Umwandlung*

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}(C(x, q, x', Y)) &= \mathbb{E}(\pi \cdot \min\{q, Y\} + h \cdot \max\{0, x'\} + k \cdot \delta(q) + v \cdot \max\{0, -x'\}) \\
 &= \pi \cdot \mathbb{E}(\min\{q, Y\}) + h \cdot \max\{0, x'\} + k \cdot \delta(q) + v \cdot \max\{0, -x'\} \\
 &= \pi \cdot \sum_{y \in W_y} p_y(y) \cdot \min\{q, y\} + h \cdot \max\{0, x'\} + k \cdot \delta(q_t) + v \cdot \max\{0, -x'\}
 \end{aligned}$$

2. *Umwandlung des Lagerbestands in Parameter, die sich auf die aktuelle Periode beziehen*

Von seiner Definition ist die Belohnung immer positiv.

$$\left\{ \begin{array}{l} C(x, q, x', Y) = \pi \cdot \min\{q, Y\} + h \cdot \max\{0, x'\} + k \cdot \delta(q) + v \cdot \max\{0, -x'\} \\ \text{und} \\ \min\{q, Y\} \geq 0, q \in \{0, 1, \dots, \min\{y_{\max}, x_{\max} - x + d_{\max}\}\} \\ \quad \text{und } Y \in \{0, \dots, y_{\max}\} \\ h \cdot \max\{0, x'\} \geq 0, x \in \{0, \dots, x_{\max}\} \\ k \cdot \delta(q) \geq 0 \\ v \cdot \max\{0, -x'\} \geq 0 \\ \text{und somit ist } C(x, q, x', Y) \geq 0 \end{array} \right.$$

Angenommen werden die angepasste Periodenkosten folgende definiert⁵:

$$C_m(X, q, Y) = \pi \cdot \min\{q, Y\} + h \cdot \max\{0, X_t\} + k \cdot \delta(q) + v \cdot \max\{0, -X_t\}$$

⁵ Hier wurde der nächster Zustand x' mit der aktueller Zustand ersetzt

Die Differenz zwischen die beide Kosten wird folgendes berechnet:

$$\begin{aligned}
 \text{diff} &= C(X_t, q, X_{t+1}, Y) - C_m(X_t, q, Y) \\
 &= \pi \cdot \min\{q, Y\} + h \cdot \max\{0, X_{t+1}\} + k \cdot \delta(q) + v \cdot \max\{0, -X_{t+1}\} \\
 &\quad - (\pi \cdot \min\{q, Y\} + h \cdot \max\{0, X_t\} + k \cdot \delta(q) + v \cdot \max\{0, -X_t\}) \\
 &= h \cdot \max\{0, X_{t+1}\} + v \cdot \max\{0, -X_{t+1}\} - h \cdot \max\{0, X_t\} - v \cdot \max\{0, -X_t\} \\
 -d_{\max} &\leq \max\{0, X_t\} \leq x_{\max} \quad \text{und} \quad -x_{\max} \leq \max\{0, -X_t\} \leq d_{\max}
 \end{aligned}$$

Das gleiche wie oben gilt für $t=t+1$

$$\begin{aligned}
 \text{Man hat auch gleichzeitig : } &-x_{\max} \leq -\max\{0, X_t\} \leq d_{\max} \\
 \implies &-d_{\max} - x_{\max} \leq h \cdot \max\{0, X_{t+1}\} - h \cdot \max\{0, X_t\} \leq d_{\max} + x_{\max} \\
 \implies &-h \cdot (d_{\max} + x_{\max}) \leq h \cdot \max\{0, X_{t+1}\} - h \cdot \max\{0, X_t\} \leq \\
 &\quad h \cdot (d_{\max} + x_{\max})
 \end{aligned}$$

Das selbe mit dem zweiten teil der Gleichung gibt:

$$\begin{aligned}
 \implies &-v \cdot (d_{\max} + x_{\max}) \leq v \cdot (\max\{0, -X_{t+1}\} - \max\{0, -X_t\}) \leq \\
 &\quad v \cdot (d_{\max} + x_{\max}) \\
 \implies &-(h+v)(d_{\max} + x_{\max}) \leq \text{diff} \leq (h+v)(d_{\max} + x_{\max})
 \end{aligned}$$

Wenn wir die grenze vom Erwartungswert betrachten, haben wir:

$$\begin{aligned}
 \lim_{T \rightarrow \infty} \mathbb{E}(\text{diff}) &\leq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{(h+v)(d_{\max} + x_{\max})}{T} \\
 \lim_{T \rightarrow \infty} \mathbb{E}(\text{diff}) &\geq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{-(h+v)(d_{\max} + x_{\max})}{T} \\
 0 &\leq \lim_{T \rightarrow \infty} \mathbb{E}(\text{diff}) \leq 0
 \end{aligned}$$

das ganze ergibt dann $\text{diff} = 0$ und der nächster Zustand kann in die Periodenkosten ersetzt werden. Und man hat anstatt von $C(x, q, x', Y)$, $C(x, q)$

$$\triangleright \text{Belohnung: } r(s, a) = -(\pi \cdot \sum_{y \in W_y} p_y(y) \cdot \min\{a, y\} + h \cdot \max\{0, x_t\} + k \cdot \delta(a_t) + v \cdot \max\{0, -x_t\})$$

und somit ist das **MDP** formuliert. Zunächst wird die Modellierung bei stochastischer Qualität präsentiert.

4.1.2 Unsicherheit hinsichtlich der Qualität von Recyclingprodukten

[Chr23]

Es wird hier angenommen, dass $\forall i \in \{0, 1, 2, \dots, q\}$ es eine Wahrscheinlichkeit gibt, dass i qualitativ ist. Der Wertebereich an Stochastischer Qualität ist somit wie folgt definiert:

$$W_y = \{0, \epsilon, 2\epsilon, 2\epsilon, \dots, 1\} \text{ mit } \epsilon < 1$$

Am Ende muss natürlich ergeben $\sum_{i \in \{0, 1, \dots, q\}} p(q, i) = 1$, wo p die obigen genannte Wahrscheinlichkeit ist.

In dieser Konfiguration, Ändert sich die Modellierung wie folgt:

▷ *Belohnung:*

$$r(s, q) = -(\pi \cdot q + h \cdot \max\{0, x_t\} + k \cdot \delta(a_t) + v \cdot \max\{0, -x_t\})$$

▷ *Übergangswahrscheinlichkeit:*

$$p_{xx'}^q = \sum_{\substack{d \in W_D, y \in W_y \\ x' = f(x, q, y, d)}} p_D(d) \cdot p_Y(y), \quad p : S \times A \times S \rightarrow [0, 1]$$

▷ *Übergangsgleichung:*

$$x' = f(x_t, q_t, Y_t, D_t) := \min\{\max\{0, x_t\} + \text{nint}(q_t \cdot Y_t) - D_t, x_{\max}\}$$

$$s \in \{-d_{\max}, \dots, x_{\max}\}$$

Wo nint der Rundungsoperator zur nächsten ganzen Zahl ist. Alle anderen Gleichungen bleiben derselben.

In der nächsten Abschnitt wird eine Lösung des dargestellten mathematischen Modells präsentiert.

4.2 LÖSUNG DES MARKOVSCHEM ENTSCHEIDUNGSPROBLEMS MIT-HILFE DER LINEAR PROGRAMMIERUNG

Das Ziel des markovschen Entscheidungsproblems ist es, eine optimale Politik zu finden, die die Belohnung maximiert oder im Kontext dieser Arbeit die erwarteten gesamten Kosten pro Periode minimiert. Jetzt ist es wichtig zu stellen, dass das vorherige beschriebene Problem eigentlich konvergiert und eine Lösung besitzt. Dieser Schritt wurde von [Put09] (abschnitt 8.1.2) gemacht.

Sei $r(X_t)$ die Belohnung im Schritt t .

Da der Zustandsraum der Markov-Kette endlich und abzählbar ist, kann die Belohnung im Schritt T wie folgt geschrieben:

$$BE^N(s) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \mathbb{E} \left(\sum_{t=1}^T r(X_t) \right)$$

Wenn die Kette Irreduzibel ist, dann ist BE konstant [Putog]. Aber wenn es nicht der Fall ist, kann es sein, dass für Zustände a und b die in zwei Klassen der Reduzibel sind, $BE(a) \neq BE(b)$ und somit gebe es eine Funktion $h(s)$, wenn die Kette aperiodisch ist, wie folgt definiert [Putog]:

$$h(s) = \mathbb{E} \left(\sum_{t=1}^T (r(X_t) - BE(X_t)) \right)$$

In dieser Repräsentation kann BE als die erwartete durchschnittliche Belohnung (oder in unserem Fall Kosten), wenn das System im stationären Zustand ist, sein. Zusätzlich ist h die erwartete gesamte Differenz zwischen der durchschnittlichen stationären Belohnung und der aktuellen Belohnung. Die wird in der Literatur Bias genannt.

Die Optimalitätsgleichung lautet dann in dem Fall der Minimierung der Kosten wie folgt:

$$BE + h(s) = \min_{a \in \mathcal{A}(s)} \left\{ r(s, a) + \sum_{s' \in S} p_{ss'}^a h(s') \right\} \quad \forall s \in S, \forall a \in \mathcal{A}(s) \quad (4.2)$$

[Putog] wobei:

- ▷ BE die durchschnittliche Kosten sind.
- ▷ $h(s)$ die Bias-Funktion, wie oben definiert

Da es im Fall minimiert wird, sind die optimale durchschnittliche Kosten $BE(s)$ für jeden Zustand $s \in S$ definiert als:

$$BE(s) := \inf_{\pi} BE_{\pi} \quad \forall s \in S$$

wobei BE_{π} die durchschnittliche Kosten unter der Strategie π ist, und $\inf_{\pi} BE_{\pi}$ die minimalen Kosten beschreibt, die im Zustand s erreicht werden können, wenn die optimale Politik gewählt wird.

Das ganze kann in einem Linear Programm übersetzt und mithilfe einem Solver gelöst werden um die optimale Strategie und Kosten zu erhalten. Das Programm in seiner primalen Form lautet [WS04]:

$$(P) : \begin{cases} \text{Min.} & BE \\ \text{udn:} & BE + h(s) \geq r(s, a) + \sum_{s' \in S} p_{ss'}^a \cdot b_{s'} \quad (s \in S; a \in \mathcal{A}(s)) \end{cases}$$

Zunächst werden zwei kleine Instanzen des Problems jeweils für die Verfügbarkeit und die Qualität bei stochastischer Verfügbarkeit.

PROBLEMINSTANZ

Modellierung des Problems:

Betrachten wir einen Fahrradhersteller, der beschlossen hat, Recyclingkomponenten in seine Fertigungsprozesse einzuführen. Eine Testphase wird mit Fahrradsattelstützen durchgeführt. Diese Wahl wurde getroffen, da sie schneller einsetzbar sind und im Allgemeinen im Vergleich zu anderen Fahrradkomponenten standardisiert gebaut sind. Die folgenden Daten werden bereitgestellt:

- ▷ Maximaler Bedarf d_{\max} (Maximal Anzahl an Fahrradsattelstützen nachgefragt): 2
- ▷ Maximale Verfügbarkeit an alte Komponenten y_{\max} : 2
- ▷ Maximale Bestellmenge q_{\max} : 2
- ▷ Maximal Bestand x_{\max} : 3
- ▷ $c = 5$ sind die variable Beschaffungskosten pro Einheit
- ▷ $h = 1$ sind die Lagerungskosten
- ▷ $k = 5$ sind die Fixkosten
- ▷ $v = 20$ die Fehlmengenkosten
- ▷ der Bedarf und die Verfügbarkeit folgen eine Binominale Verteilung mit Parameter $P_d = 0.5$ und $p_y = 0.5$

Zustände des Problems S

$$S = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

Aktionen (Bestellmenge) A

$$A(x) = \{0, 1, \dots, \min\{2, 3 - x + 2\}\}$$

Erlaubte Aktionen für jeden Zustand A(x)

$$\triangleright A(-2) = \{0, 1, 2\}$$

- ▷ $A(-1) = \{0, 1, 2\}$
- ▷ $A(0) = \{0, 1, 2\}$
- ▷ $A(1) = \{0, 1, 2\}$
- ▷ $A(2) = \{0, 1, 2\}$
- ▷ $A(3) = \{0, 1, 2\}$

Nächste Zustände $P(s, s', a)$

Übergangswahrscheinlichkeiten $P(s, s', a)$

$s \backslash a$	$s' = -2$	$s' = -1$	$s' = 0$	$s' = 1$	$s' = 2$	$s' = 3$
$-2, a = 0$	0.25	0.50	0.25	0.0	0.0	0.0
$-2, a = 1$	0.06	0.31	0.43	0.18	0.0	0.0
$-2, a = 2$	0.06	0.25	0.37	0.25	0.06	0.0
$-1, a = 0$	0.25	0.5	0.25	0.0	0.0	0.0
$-1, a = 1$	0.06	0.31	0.43	0.18	0.0	0.0
$-1, a = 2$	0.06	0.25	0.37	0.25	0.06	0.0
$0, a = 0$	0.25	0.5	0.25	0.0	0.0	0.0
$0, a = 1$	0.06	0.31	0.43	0.18	0.0	0.0
$0, a = 2$	0.06	0.25	0.37	0.25	0.06	0.05
$1, a = 0$	0.0	0.25	0.5	0.25	0.0	0.0
$1, a = 1$	0.0	0.06	0.31	0.43	0.18	0.0
$1, a = 2$	0.0	0.06	0.25	0.37	0.25	0.06
$2, a = 0$	0.0	0.0	0.25	0.5	0.25	0.0
$2, a = 1$	0.0	0.0	0.06	0.31	0.43	0.18
$2, a = 2$	0.0	0.0	0.06	0.25	0.37	0.25
$3, a = 0$	0.0	0.0	0.0	0.25	0.5	0.25
$3, a = 1$	0.0	0.0	0.0	0.06	0.31	0.43
$3, a = 2$	0.0	0.0	0.0	0.06	0.25	0.37

Kosten der Aktionen (Gesamte Kosten) $r(s, a)$

$s \backslash a$	$a = 0$	$a = 1$	$a = 2$
-2	40.0	48.75	50.0
-1	20.0	28.75	30.0
0	0.0	8.75	10.0
1	1.0	9.75	11.0
2	2.0	10.75	12.0
3	3.0	11.75	13.0

Optimalitätsgleichung für das MDP

Für den Fahrradhersteller reichen die folgenden Gleichungen im Bezug auf 4.2 für die Optimalität je nach Aktionen und Zuständen :

$$BE + h(s) = \min_{a \in \{0,1,2\}} \left\{ r(s, a) + \sum_{s' \in \{-2,-1,0,1,2,3\}} p(s, s', a) h(s') \right\} \quad \forall s \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\} \quad (4.3)$$

Konkret für jeden Zustand

▷ Für $s = 0$:

$$BE + h(-2) = \min_{a \in \{0,1,2\}} \left\{ r(-2, a) + \sum_{s' \in \{-2,-1,0,1,2,3\}} p(-2, a, s') h(s') \right\}$$

▷ Für $s = 0$:

$$BE + h(-1) = \min_{a \in \{0,1,2\}} \left\{ r(-1, a) + \sum_{s' \in \{-2,-1,0,1,2,3\}} p(-1, a, s') h(s') \right\}$$

▷ Für $s = 0$:

$$BE + h(0) = \min_{a \in \{0,1,2\}} \left\{ r(0, a) + \sum_{s' \in \{-2,-1,0,1,2,3\}} p(0, a, s') h(s') \right\}$$

▷ Für $s = 1$:

$$BE + h(1) = \min_{a \in \{0,1,2\}} \left\{ r(1, a) + \sum_{s' \in \{-2,-1,0,1,2,3\}} p(1, a, s') h(s') \right\}$$

▷ Für $s = 2$:

$$BE + h(2) = \min_{a \in \{0,1,2\}} \left\{ r(2, a) + \sum_{s' \in \{-2,-1,0,1,2,3\}} p(2, a, s') h(s') \right\}$$

▷ Für $s = 3$:

$$BE + h(3) = \min_{a \in \{0,1,2\}} \left\{ r(3, a) + \sum_{s' \in \{-2,-1,0,1,2,3\}} p(3, a, s') h(s') \right\}$$

Das ganze Programm lässt sich einfach mithilfe eines linearen Programms optimal lösen und eine Analyse von anderen Instanzen wird im Kapitel 6 gemacht werden.

Im nächsten Kapitel werden wir uns mit dem Problem der Produktionsplanung in einem Kontext von Unsicherheiten hinsichtlich der Menge und Qualität der Vorprodukte befassen.

PRODUKTIONSPROGRAMMPLANUNG IN REVERSE SUPPLY CHAINS ALS STOCHASTISCHES PROGRAMM MIT RECOURSE

Das zweite Problem, das in dieser Arbeit behandelt wird, ist die Produktionsplanung, die in der Literatur unter dem Begriff „Master Production Scheduling“ bekannt ist². Dabei geht es darum, einen Produktionsplan zu erstellen, in dem die Produktmengen nach Produkttyp aufgeführt sind, die in jedem Zeitraum des Zeithorizonts produziert werden müssen, mit dem Ziel, den Gewinn aus der Produktion zu maximieren. Die Besonderheit dieser Arbeit liegt darin, dass die Produkte sowohl auf der Basis von Materialien von sekundärer Qualität (die bereits in der Vergangenheit verwendet wurden) als auch von primärer Qualität (bei Mangel an sekundären Materialien werden diese durch Komponenten und neue Materialien ersetzt, die teurer sind und somit den Gewinn beeinflussen) konzipiert werden.

Die Unsicherheiten hinsichtlich der Verfügbarkeit, der Qualität der Sekundärrohstoffe und der Nachfrage zwingen uns dazu, Methoden anzuwenden, die diese Unsicherheiten berücksichtigen. Im vorliegenden Fall wurde zur Modellierung des Problems eine zweistufige stochastische Programmierung gewählt.

Die Methode und das Modell werden im folgenden Abschnitt ausführlich beschrieben.

5.1 BESCHREIBUNG DES ZWEISTUFIGEN MODELLS

Das hier gelöste Problem lässt sich wie folgt definieren: Betrachtet wird eine Industrie, die n Arten von Produkten herstellt. Jede Produktart besteht aus Komponenten oder Faktoren. Es gibt m Arten von Komponenten. Von den m Arten von Komponenten können $m_a \leq m$ durch Komponente von sekundärer Qualität aus dem Recycling ersetzt werden. Jede Produkteinheit i benötigt a_{ij} Einheiten der Komponente j für ihre Herstellung. Die Produkte i ($i \in (0, \dots, n)$) werden produziert, um eine Nachfrage $d = (d_1, \dots, d_n)$ zu decken. Der zuvor dargestellte Bedarf wird unter Berücksichtigung bekannter Funktionen betrachtet. Darüber hinaus ist die Verfügbarkeit von Produkten mit sekundärer Qualität stochastisch und folgt einem definierten Wahrscheinlichkeitsregel. Die Anschaffungskosten für einen Faktor i von sekundäre Qualität betragen $c_i < b_i$, wobei b_i die Anschaffungskosten für einen neuen Faktor sind. Die Verkaufskosten eines fertigen Produkts j betragen p_j ,

die Herstellungskosten betragen k_j und die Lagerkosten betragen h_j . Die verschiedenen Faktoren i unterliegen einer Kapazität R_i , die zu Beginn der Planung mit R_i^a initialisiert wird. Alle diese Informationen sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst: Das Problem der Produktionsplanung lässt sich anhand der folgenden Variablen in der Tabelle 5.2 modellieren.

Tabelle 5.1: Produktionsplanung Variablenverzeichnis

Beschreibung	Variable
Produkte	j
Verkaufspreis des Produkts j	p_j
Herstellungskosten des Produkts j	k_j
Lagerkosten des Produkts j	h_j
Nachfrage des Produkts j im Zeitraum t	d_{jt}
Kapazität des Faktors i im Zeitraum t	R_{it}
Verfügbarkeit der Faktoren i im Zeitraum t	(Zufallsvariable) \tilde{A}_{it}
Verteilungsfunktion von \tilde{A}_{it}	F_{it}
Anzahl der Produktionsfaktoren	m
Anzahl der sekundären Faktoren	m_a
Menge der sekundären Faktoren	$I_A = (0, 1, \dots, \min(m_a, m))$
Anschaffungskosten der sekundären Faktoren	b_i pro Einheit
Anschaffungskosten pro Einheit der primären Faktoren	$c_i > b_i$
Anfangslagerbestand	$R_{i1} = R_i^a$

Das oben beschriebene Problem wird mithilfe des zweistufigen stochastischen Programmierungs-Frameworks mathematisch modelliert. Die allgemeine Definition eines zweistufigen stochastischen Programms lautet nach [SDRo9] folgende:

$$\begin{aligned}
 & \min_{x \in \mathbb{R}^n} c^T x + \mathbb{E}_w[Q(x, w)] \\
 & \text{Udn. } Ax = b, x \geq 0, \\
 & Q(x, w) = \min_{y \in \mathbb{R}^m} q(w)^T y \\
 & \text{Udn. } Tx + Wy = h, y \geq 0.
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Wobei $Q(x, w)$ ist der optimal Wert vom zweistufigen Problem und alle Teile, die mit w bezeichnet sind, als Variablen, deren Entscheidungen mit Unsicherheiten verbunden sind

Die Idee dabei wäre, die Entscheidungsvariablen in zwei Gruppen zu unterteilen: diejenigen, deren Werte jetzt (hier und jetzt) festgelegt werden müssen, und diejenigen, deren Werte nach der Realisierung der stochastischen (unsicheren) Variablen festgelegt werden: warte und

sehe. Der zweiter Teil

$$Q(x, w) = \min_{y \in \mathbb{R}^m} q(w)^T y \text{ wird}$$

Wird als Rekursstufe genannt und dient als korrektiv Stritt, der die Machbarkeit von in dem ersten Schritt getroffenen Entscheidungen ermöglicht ([KHVR20]). Die Literatur unterscheidet zwischen drei Arten von Rekurse Modelle ([SDR09]):

- ▷ *Vollständige Rekurse*: der Fall, wo es einen optimalen Lösungsschritt für den Rekurs gibt.
- ▷ *Relativ vollständige Rekurse*: Hier reicht das, dass es für jede Realisation der stochastischen Variable zulässige Lösungen im zweiten Schritt gibt.
- ▷ *Infeasible Rekurse*: hier gibt es Szenarien, wo die Rekurse (Anpassung) Schritte keine Lösung hat (Zu vermeiden!)

Das Problem wird dann in Kontext dieser Arbeit so modelliert:

Tabelle 5.2: Entscheidungsvariablen

Beschreibung	Entscheidungsvariable
Verkaufsmenge von Produkt j in Periode t	z_{jt}
Produktionsmenge von Produkt j in Periode t	y_{jt}
Lagerungsmenge von Produkt j in Periode t+1	$x_{j(t+1)}$
Beschaffungsmenge von sekundär Komponente i in Periode t	v_{it}
Beschaffungsmenge von primär Komponente in Periode t	w_{jt}

Das Modell, das in Kapitel 2 2.4 kann dann wie folgt erweitert werden([Chr23]):

$$\left\{ \begin{array}{l}
\max \quad \sum_{t=1}^T \left[\sum_{j=1}^n (p_j \cdot z_{jt} - k_j \cdot y_{jt} - h_j \cdot x_{j(t+1)}) - \sum_{i \in I_A} (b_i \cdot v_{it} + c_i \cdot w_{it}) \right] \\
\text{udN :} \\
\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot y_{jt} \leq R_{it} \quad (i = (1, \dots, m) - I_A; t = 1, \dots, T) \quad (1) \\
x_{j1} = x_j^a \quad (j = 1, \dots, n) \quad (2) \\
x_{j(t+1)} = x_{jt} + y_{jt} - z_{jt} \quad (j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T) \quad (3) \\
z_{jt} \leq d_{jt} \quad (j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T) \quad (4) \\
x_{j(t+1)}, y_{jt}, z_{jt} \geq 0 \quad (j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T) \quad (5) \\
R_{i1} = R_i^a \quad (i \in I_A) \quad (6) \\
R_{i(t+1)} = R_{it} + v_{it} + w_{it} - \sum_{j=1}^n a_{ij} y_{jt} \quad (i \in I_A; t = 1, \dots, T) \quad (7) \\
v_{it} \leq \tilde{A}_{it} \quad (i \in I_A; t = 1, \dots, T) \quad (8) \\
R_{i(t+1)}, v_{it}, w_{it} \geq 0 \quad (i \in I_A; t = 1, \dots, T) \quad (9)
\end{array} \right. \quad (5.2)$$

Im stochastischen Linear Program 5.3 :

- ▷ wird der Deckungsbeitrag maximiert
- ▷ werden die Ressourcenkapazität durch die Nebenbedingung (1) Während der Produktion kontrolliert
- ▷ setzen die Nebenbedingungen (2) und (6) die Anfangslagerbestände von Produkte und Komponente
- ▷ rechnen die Nebenbedingungen (3) und (7) die neue Werte vom Lagerbestand im nächsten Periode
- ▷ Dient die Nebenbedingung (4) dazu sicherzustellen, dass es nicht mehr als der bedarf Produziert wird
- ▷ Die Nebenbedingungen (5) und (9) stellen sicher, dass die Werte der verschiedenen Entscheidungsvariablen die untere Grenze 0 besitzen.
- ▷ Stellt die Nebenbedingung (8) sicher, dass es nicht mehr sekundäre Komponente/Faktor beschafft, als was verfügbar ist.

Das zweistufige stochastische Programm vom Problem laut der Definition von 5.1 wird dann wie folgt definiert:

1. die Entscheidungsvariablen werden in zwei Stufen unterteilt:

- ▷ *Stufe 1 variablen:* x_{jt}, y_{jt}, z_{jt} und stellen vor Kenntnisse über die Verfügbarkeit von v_{it} die Produktionsziele (wie viele müssen produziert, verkauft, gelagert)

▷ *Stufe 2 Variablen:* R_{it}, v_{it}, w_{it} stellen sicher, dass der Plan, den im ersten Stufe gemacht wurde, realisierbar ist. [KH-VR20] nennen diesen Schritte ein Korrektur schritte.

2. Die Ziel Funktion, die die selbe bleibt.

Hier kommt dann eine Formulierung des Problems:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max \quad \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^n (p_j \cdot z_{jt} - k_j \cdot y_{jt} - h_j \cdot x_{j(t+1)}) - \mathbb{E}(f(x, y, z, \tilde{A})) \\ \text{udN : (1) - (5)} \\ f(x, y, z, \tilde{A}) = \min_{R, v, w} \left\{ \sum_{t=1}^T \sum_{i \in I_A} (b_i \cdot v_{it} + c_i \cdot w_{it}) \quad \text{udn : (6) - (10)} \right\} \end{array} \right\} \quad (5.3)$$

In der Formulierung müssen Entscheidungen über variablen x, y, z getroffen werden, bevor die Realisation von Verfügbarkeit vom sekundären Faktor bekannt ist. Zusätzlich, da die Realisationen Schritt für Schritt bekannt gemacht werden, muss es sicher gestellt werden, dass Werte von R, v, w von schon bekannten Realisationen abhängen und nicht von zukünftigen Realisationen. Diese neue Einschränkung führt neue Bedingungen ein: die sogenannten Non-Anticipativity-Bedingungen.

So eine Nebenbedingung wird folgende definiert [SDR09]:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{jtl} = v_{jt(l+1)} \\ w_{jtl} = w_{jt(l+1)} \\ R_{jtl} = R_{jt(l+1)} \end{array} \right.$$

Wo l die möglichen Szenarien von Verfügbarkeit von sekundären Komponenten repräsentiert.

Damit ist die Formulierung des Problems durch. Jetzt wird eine Lösung im kommenden Abschnitt dargestellt.

5.2 LÖSUNG DES MODELLS MITHILFE VON SAMPLING-APPROXIMATION

Wegen der Tatsache, dass Solvers nicht einfach stochastische Modelle lösen können, muss vom Modell ein deterministisches Äquivalent-Programm erstellt werden. Diese Transformation erfolgt durch verschiedene Methoden. Die zwei bekannten Methoden sind die L-Shaped-Methode und die Sampling-Approximation. Im Rahmen dieser Arbeit wird im Detail die Sampling Approximation untersucht.

5.2.1 Fall der Materialverfügbarkeit der Vorprodukte

Von der Definition ist der Erwartungswert mathematisch gesehen eine Integration. Daher kann die Berechnung vom Erwartungswert abhängig von der Dimension der zu betrachtenden Variablen riesig sein, wenn nicht unmöglich. Anstelle dieser Integralrechnung wird eine endliche Anzahl von Szenarien ausgewählt und die Integration durch den Durchschnittswert ersetzt, in diesem Fall durch den Rekursionsschritt unter Berücksichtigung der verschiedenen Verfügbarkeitszenarien. So die folgende Transformation wird erfolgen:

$$\mathbb{E}(f(x, y, z, \tilde{A})) = \sum_{l=1}^L \frac{1}{L} f(x, y, z, A^k)$$

Dieses Verfahren wird in der Literatur Sampling Average Approximation (SAA) genannt ([Sch12]) und das Verfahren wird im nächsten Kapitel benutzt für die Lösung der Instanzen.

Das vollständige Programm lautet dann:

$$\left\{ \begin{array}{l} \max g = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{j=1}^n (p_j \cdot z_{jt} - k_j \cdot y_{jt} - h_j \cdot x_{j(t+1)}) - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \sum_{i \in I_A} (b_i \cdot v_{itl} + c_i \cdot w_{itl}) \right] \\ \text{udN :} \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot y_{jt} \leq R_{it} \quad (i = (1, \dots, m) - I_A; t = 1, \dots, T) \quad (1) \\ x_{j1} = x_j^a \quad (j = 1, \dots, n) \quad (2) \\ x_{j(t+1)} = x_{jt} + y_{jt} - z_{jt} \quad (j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T) \quad (3) \\ z_{jt} \leq d_{jt} \quad (j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T) \quad (4) \\ x_{j(t+1)}, y_{jt}, z_{jt} \geq 0 \quad (j = 1, \dots, n; t = 1, \dots, T) \quad (5) \\ R_{i1l} = R_i^a \quad (i \in I_A; l = 1, \dots, L) \quad (6) \\ R_{i(t+1)l} = R_{itl} + v_{itl} + w_{itl} - \sum_{j=1}^n a_{ij} y_{jt} \quad (i \in I_A; t = 1, \dots, T; l = 1, \dots, L) \quad (7) \\ v_{itl} \leq A_{itl} \quad (i \in I_A; t = 1, \dots, T; l = 1, \dots, L) \quad (8) \\ R_{i(t+1)l}, v_{itl}, w_{itl} \geq 0 \quad (i \in I_A; t = 1, \dots, T; l = 1, \dots, L) \quad (9) \\ \text{Non-anticipativity constraint (10)} \end{array} \right. \quad (5.4)$$

5.2.2 Fall der Stochastischer ausbeute der Vorprodukte

Es wird in diesem speziellen Fall angenommen, dass die gekauften Eingangsprodukte nicht alle Qualitätskriterien erfüllen, und das Ziel

besteht hier darin, die Unsicherheiten hinsichtlich der Anzahl der qualitativ Produkte im vorherigen Modell zu integrieren.

Dies erfolgt, indem in die zuvor generierte Stichprobe eine Wahrscheinlichkeitsverteilung integriert wird, die beschreibt, wie viel Prozent jeder Stichprobe qualitativ hochwertig sind. Dies kann durch klassische Wahrscheinlichkeitsverteilungen wie die Uniformverteilung oder die Binomialverteilung oder durch eine präzise Verteilung erfolgen, die die Daten beschreibt.

Das Prozess hier wird dann:

- ▷ *Ersten Schritt:* Sample generieren A_i
- ▷ *Zweiten Schritt:* Aus der Sample mithilfe von Verteilungsfunktion, die Qualitativ Anzahl generieren: $qualitativ_i$
- ▷ *Letzten Schritt:* Das Programm aus 5.4 lösen

Das ganze Prozess der Lösung des Algorithmus wird algorithmisch so gesehen:

Algorithm 1 Algorithmus zur Lösung des Zweistufigen Stochastische Programm

- 1: Löse das Sampling Approximation Linear program \bar{P} ohne Non Anticipativity bedingung (10)
 - 2: nehme den optimalen Zielfunktionswert g^* von \bar{P} und betrachte ihn als Zielfunktionswert vom gesamten program P
 - 3: Modifiziere \bar{P} ; setzt die neue Zielfunktion $\sum_{l=1}^L \sum_{t=1}^T (1 + \epsilon)^t \cdot \sum_{i \in I_A} v_{itl}$ und fügt die Zielfunktion von (p) als Bedingung hinzu wie folgt: $g(x,y,z,v,w)=g^*$
 - 4: Löse das neue Problem und betrachte die Lösung als optimale Lösung von (P)
-

Im Algorithmus wird die Non-Anticipativity-Bedingung im dritten Schritt implizit eingeführt, indem ein $\epsilon \in [0, 1]$ ausgewählt wird. Der wird als Strafe benutzt, um den Algorithmus zu zwingen, eine schnellere Entscheidung zu treffen und somit eine gute Entscheidung so früh wie möglich zu treffen.

Zuletzt, wie gesagt, im Abschnitt 3.2, wird die Modellierung bessere Ergebnisse zuliefern, wenn die Daten über den Planungshorizont dynamisch geupdatet werden. Genau in dieser mehrperiodischen Konfiguration befindet sich das in diesem Kapitel betrachtete Problem. Um die realisierten Werte nach jeder Periode zu berücksichtigen, kann das Verfahren der rollierenden Planung benutzt werden.

Das Verfahren funktioniert so, dass das Problem nach jeder Periode wieder gelöst wird, mit tatsächlichen Daten von vorherigen Perioden

im neuen Modell fixiert. Der folgende Algorithmus beschreibt das Verfahren:[Bis+19]

Algorithm 2 Algorithmus zur Implementierung der Rollierende Planung

- 1: Löse das vollständige Linear Programm mithilfe vom Algorithmus 1
 - 2: **while** $\tau < T$ **do**
 - 3: fixiere die verschiedene Entscheidungsvariablen für die Periode τ
 - 4: setze den Anfangsbestand bezüglich der Situation in Periode τ
 - 5: setze $\tau = \tau + 1$
 - 6: Löse das linear Programm mithilfe von Algorithmus 1
-

Im Folgenden wird das Beispiel vom Fahrradhersteller vom Kapitel 4.2 weitergelöst.

PROBLEMINSTANZ

Parametern

- ▷ Anzahl an Perioden: $T = 2$
- ▷ Anzahl an Produkten: $n = 1$
- ▷ Anzahl an Faktoren = Anzahl an sekundäre Faktor: $m = M_A = 1$
- ▷ Anzahl an Sample: $q = 2$
- ▷ Bedarf: $d = 22, 6$
- ▷ Menge an Samples: $A^k = [[84, 44], [84, 24]]$
- ▷ Menge an qualitativ Samples (mithilfe von Uniformverteilung): $[[67, 39], [65, 17]]$
- ▷ Verkaufspreis : $p = 120$
- ▷ Produktionskosten : $k = 10$
- ▷ Lagerungskosten : $h = 1$
- ▷ Sekundärematerialkost : $b = 5$
- ▷ Primärematerialkost : $c = 30$
- ▷ Kapazität an Primärematerialien: 75
- ▷ Anfangslagerbestand: $x_a = 0$
- ▷ Anfangslagerbestand von Sekundärematerialien: $R_a = 5$
- ▷ Produktionskoeffizient: $a = [[6]]$

Das Linear Programm lautet:

Zielfunktion

$$[120z_1 - 10y_1 - x_2 - \frac{1}{2}(5v_{11} + 30w_{11} + 5v_{12} + 30w_{12})] + [120z_2 - 10y_2 - \frac{1}{2}(5v_{21} + 30w_{21} + 5v_{22} + 30w_{22})]$$

Nebenbedingungen

(1):

$$6y_1 \leq R_1 \text{ und } 6y_2 \leq R_2$$

(2)

$$x_1 = 0 \text{ und}$$

(3)

$$x_2 = x_1 + y_1 - z_1$$

(4)

$$z_1 \leq d_1 \text{ und } z_2 \leq d_2$$

(5)

$$x_2, x_3, y_1, y_2, z_1, z_2 \geq 0$$

(6)

$$R_{11} = 5 \text{ und } R_{12} = 5$$

(7)

$$R_{21} = R_{11} + v_{11} + w_{11} - 6 * y_1$$

$$R_{22} = R_{12} + v_{12} + w_{12} - 6 * y_1$$

(8)

$$v_{11} \leq 84 \text{ und } v_{12} \leq 44$$

$$v_{21} \leq 84 \text{ und } v_{22} \leq 24$$

(9)

$$R_{21}, R_{22}, v_{11}, v_{12}, v_{21}, v_{22}, w_{11}, w_{12}, w_{21}, w_{22} \geq 0$$

So sieht am Ende das lineare Programm. Das Programm kann am Ende mithilfe eines Solvers einfach gelöst werden.

Im folgenden Kapitel werden detaillierte Testfälle für jedes der oben beschriebenen Modelle vorgestellt.

EXPERIMENTELLE LEISTUNGSANALYSE DER MODELLE

In diesem Abschnitt wird das Verhalten der in den Kapiteln 4 und 5 dieses Dokuments vorgestellten Algorithmen untersucht. Der Schwerpunkt liegt dabei auf der Qualität der Entscheidungen und der Reaktion dieser Algorithmen auf verschiedene Änderungen des Systems. Es geht auch darum, für jede Art von Problem präzise Testfälle zu definieren und auf der Grundlage dieser Fälle eine detaillierte Dokumentation über die Qualität der erhaltenen Ergebnisse zu erstellen und schließlich wirtschaftliche Schlussfolgerungen aus den verschiedenen beobachteten Verhaltensweisen zu ziehen. Die hier vorgestellten Ergebnisse basieren jeweils auf drei Instanzen, die drei Komplexitätsstufen repräsentieren:

- ▷ Einfacher Fall
- ▷ Durchschnittlicher Fall
- ▷ Komplexer Fall

Die Tests wurden auf einem Computer mit folgenden Spezifikationen durchgeführt: AMD Ryzen 7 5825U, 2 GHz Prozessorfrequenz, RAM: 16 GB

6.1 ENTWURF VON TEST-SZENARIEN

6.1.1 Beschaffungsplanung

In diesem Unterabschnitt werden wir zunächst eine vergleichende Studie zwischen den Ergebnissen des Algorithmus mit quantitativer Unsicherheit und denen des Modells mit qualitativer Unsicherheit durchführen. Anschließend wird eine genauere Untersuchung des Algorithmus zur Behandlung des Problems der qualitativen Stochastik mit detaillierteren Testfällen durchgeführt.

Tabelle 6.1: Vergleichanalyse der Beschaffungsmodelle

INSTANZ	KONFIGURATION
Instanz 1	$d_{\max} = 20; x_{\max} = 30$
	$y_{\max} = 30; c = 5$
	$h = 2; k = 10$

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle 6.1 – Fortsetzung

INSTANZ	KONFIGURATION
	$v = 15; \text{par}_{pD} = 0.5; \text{par}_{pY} = 0.2$
Instanz 2	$d_{\max} = 20; x_{\max} = 30$
	$y_{\max} = 10; c = 5$
	$h = 2; k = 10$
	$v = 15; \text{par}_{pD} = 0.5; \text{par}_{pY} = 0.9$
Instanz 3	$d_{\max} = 40; x_{\max} = 50$
	$y_{\max} = 25; c = 5$
	$h = 2; k = 10$
	$v = 15; \text{par}_{pD} = 0.7; \text{par}_{pY} = 0.5$
Instanz 4	$d_{\max} = 15; x_{\max} = 20$
	$y_{\max} = 15; c = 5$
	$h = 2; k = 10$
	$v = 15; \text{par}_{pD} = 0.5; \text{par}_{pY} = 0.5$

Quelle: Eigene Darstellung

Die Tabelle 6.1 zeigt die verschiedenen Konfigurationen, die zur Bewertung der MDP-Modelle unter Berücksichtigung der Unsicherheiten hinsichtlich der Qualität und Quantität im Beschaffungsprozess. Diese Testfälle dienen dazu, den Einfluss bestimmter Parameter (die in den Testfällen variieren) auf die Modelle zu bewerten. In diesem Fall wird die PMF (Probability Mass Function) der Binomialverteilung zur Bewertung der Wahrscheinlichkeiten verwendet. Mit ihr lässt sich die Wahrscheinlichkeit berechnen, dass in einer Menge von N Produkten genau n Produkte verfügbar/zuverlässig sind.

Zunächst wird genau das Modell über die stochastische Qualität berücksichtigt. Das Ziel hier besteht darin, eine kleine Sensitivitätsanalyse durchzuführen.

Instanzen zur Konfiguration des MDPs unter stochastischer Qualität

Die folgende Tabelle stellt die verschiedenen Instanzen, die beim Test benutzt wurden.

Tabelle 6.2: Konfiguration der Testparametern

INSTANZ	KONFIGURATION	
Instanz 1	Geringe Nachfrage	$d_{\max} = 10; x_{\max} = 20$
	hohe Verfügbarkeit	$y_{\max} = 100; c = 5$
		$h = 1; k = 5$
		$v = 20; \text{par}_{pD} = 0.5; \text{par}_{pY} = 1.0$
Instanz 2	Null Lagerhaltungskosten	$d_{\max} = 10; x_{\max} = 20$
		$y_{\max} = 10; c = 5$
		$h = 0; k = 5$
		$v = 20; \text{par}_{pD} = 0.5; \text{par}_{pY} = 0.5$
Instanz 3	Null Fehlkosten	$d_{\max} = 10; x_{\max} = 20$
		$y_{\max} = 10; c = 5$
		$h = 1; k = 5$
		$v = 0; \text{par}_{pD} = 0.5; \text{par}_{pY} = 1.0$
Instanz 4	Geringe	$d_{\max} = 10; x_{\max} = 20$
	Nachfragewahrscheinlichkeit	$y_{\max} = 10; c = 5$
		$h = 1; k = 5$
		$v = 20; \text{par}_{pD} = 0.1; \text{par}_{pY} = 0.5$
Instanz 5	Hohe	$d_{\max} = 10; x_{\max} = 20$
	Nachfragewahrscheinlichkeit	$y_{\max} = 10; c = 5$
		$h = 1; k = 5$
		$v = 20; \text{par}_{pD} = 0.9; \text{par}_{pY} = 0.5$
Instanz 6	Geringe	$d_{\max} = 10; x_{\max} = 20$
	Yieldwahrscheinlichkeit	$y_{\max} = 10; c = 5$
		$h = 1; k = 5$
		$v = 20; \text{par}_{pD} = 0.5; \text{par}_{pY} = 0.1$
Instanz 7	hohe	$d_{\max} = 10; x_{\max} = 20$
	Yieldwahrscheinlichkeit	$y_{\max} = 10; c = 5$
		$h = 1; k = 5$
		$v = 20; \text{par}_{pD} = 0.5; \text{par}_{pY} = 0.9$
Instanz 8	hohe	$d_{\max} = 10; x_{\max} = 20$
	Fixkosten	$y_{\max} = 10; c = 5$
		$h = 1; k = 100$
		$v = 20; \text{par}_{pD} = 0.5; \text{par}_{pY} = 0.5$
Instanz 9	geringe	$d_{\max} = 10; x_{\max} = 20$
	fehlmengekosten	$y_{\max} = 10; c = 5$

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle 6.2 – Fortsetzung

INSTANZ	KONFIGURATION	
		$h = 1; k = 5$
		$v = 100; \text{par}_{pD} = 0.5; \text{par}_{pY} = 0.5$
Instanz 10	zufällige Werte	$d_{\max} = 15; x_{\max} = 30$
		$y_{\max} = 20; c = 57$
		$h = 2; k = 10$
		$v = 15; \text{par}_{pD} = 0.3; \text{par}_{pY} = 0.7$
Instanz 11	Stress Test	$d_{\max} = 50; x_{\max} = 100$
		$y_{\max} = 50; c = 5$
		$h = 1; k = 5$
		$v = 20; \text{par}_{pD} = 0.5; \text{par}_{pY} = 0.9$

Quelle: Eigene Darstellung

6.1.2 Produktionsplanung

In der folgenden Tabelle werden die Daten zu den Testfällen des Algorithmus zur Produktionsplanung dargestellt.

Tabelle 6.3: Konfiguration der Testparametern

INSTANZ	KONFIGURATION	
Instanz 1	Grundmodel	$T = 12; n = 6$
		$m = 4; m_a = 2$
		$q = 100;$
		Bedarf sinusoidal
Instanz 2	Einfluss von Bedarf Funktion	$T = 12; n = 6$
		$m = 6; m_a = 4$
		$q = 100;$
		Bedarf $\mathcal{N}(10, 20)$
Instanz 3	Einfluss vom Beta service level	$T = 12; n = 6$
		$m = 6; m_a = 4$
		$q = 100;$
		Bedarf $\mathcal{N}(10, 20); \beta = 60\%$
Instanz 4	Hohe Verfügbarkeit	$d_{\max} = 10; x_{\max} = 20$
		$y_{\max} = 10; c = 5$
		$h = 1; k = 5$

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Tabelle 6.3 – Fortsetzung

INSTANZ		KONFIGURATION
		$v = 20; \text{par}_{pD} = 0.1; \text{par}_{pY} = 0.5$
Instanz 5	Geringe Verfügbarkeit	$d_{\max} = 10; x_{\max} = 20$
		$y_{\max} = 10; c = 5$
		$h = 1; k = 5$
		$v = 20; \text{par}_{pD} = 0.9; \text{par}_{pY} = 0.5$

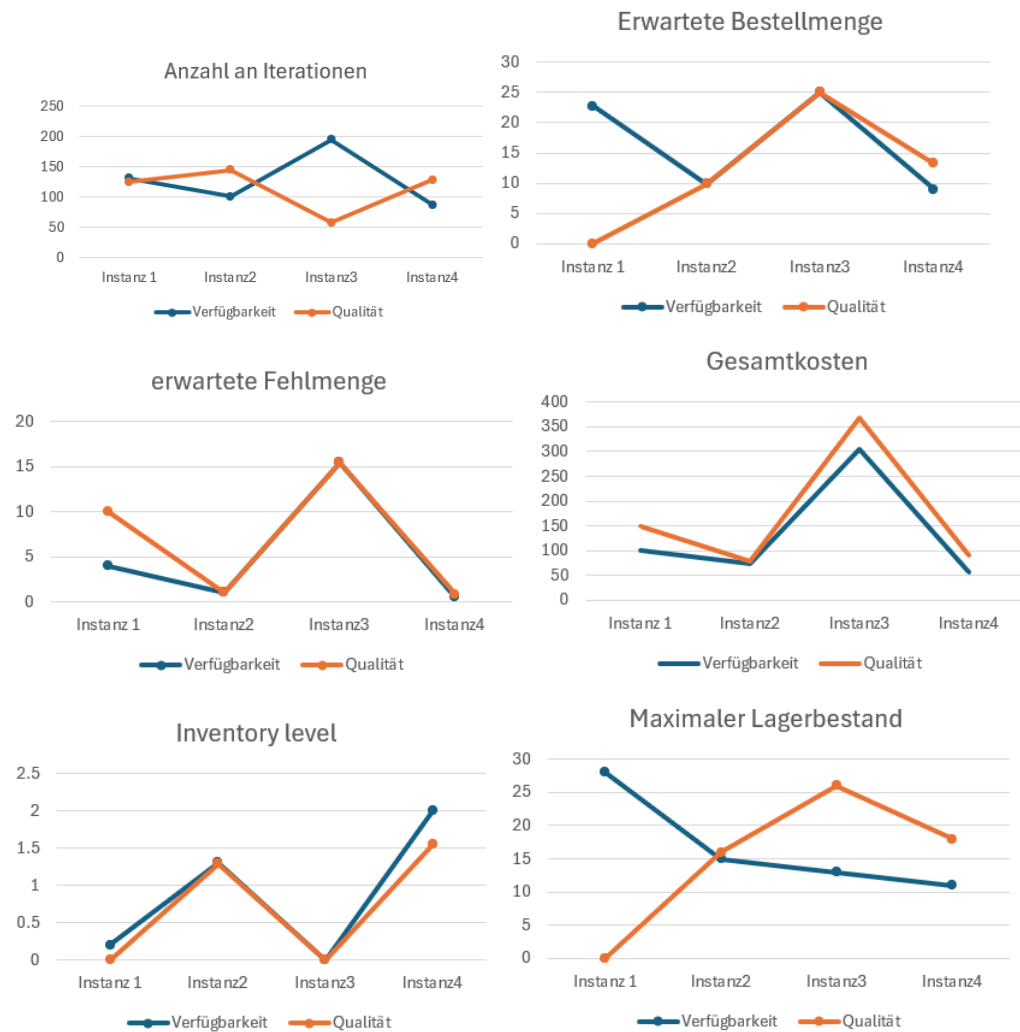
Quelle: Eigene Darstellung
In diesem A

6.2 AUSWERTUNG DER ERGEBNISSE AUS VERSCHIEDENEN BLICKWINKELN

Die Analyse der Daten aus den verschiedenen Testfällen liefert nützliche Einblicke für deren Verständnis. In diesem Abschnitt werden wir die Ergebnisse der oben vorgestellten Testfälle analysieren.

6.2.1 Beschaffungsplanung

Die folgenden Grafiken zeigen die Vergleichsergebnisse der beiden Beschaffungsmodelle anhand der in der Tabelle 6.1 vorgeschlagenen Testfälle.



Aus den oben dargestellten Testfällen geht hervor, dass für den ersten Fall der Parameter für die Verfügbarkeit/Qualität der verwendbaren Produkte niedrig ist und daher die Qualität der verwendbaren Produkte im Fall des Modells, das Unsicherheiten berücksichtigt, gering sein sollte. Darüber hinaus ist der Parameter, der die Anzahl der verfügbaren Elemente y_{\max} angibt, hoch. Die Ergebnisse zeigen, dass das qualitative Modell im Allgemeinen sehr geringe Lagerbestände aufweist und auch die Fehlmengen hoch sind, was in diesem Fall normal ist. Darüber hinaus weist das Modell auf Unsicherheiten hinsichtlich der Verfügbarkeit aufgrund des hohen Wertes von y_{\max} eher gute Eigenschaften auf. Dies stellt ein Dilemma dar, da eines der Modelle (das Modell zur Verfügbarkeit) interessante Statistiken zur Lagerverwaltung liefert, während das zweite Modell, das Informationen über den Anteil der tatsächlich nutzbaren Anschaffungen liefert, negative Insights liefert. Der zweite Testfall stellt den Gegenfall zum ersten Fall dar, bei dem die Menge der käuflichen Produkte diesmal sehr gering

ist, aber die Qualität der erworbenen Produkte sicher ist. Die Grafiken zeigen, dass beide Modelle in diesem Fall praktisch gleich reagieren, wobei das Modell zur Produktverfügbarkeit tendenziell schneller konvergiert als das zur Produktqualität. Die Kosten sind hier relativ gering, da auch die Menge der kaufbaren Produkte gering ist. Da die Mengen und Qualitäten gesichert sind, ist auch die Fehlmenge hier relativ gering, sodass das Modell dazu tendiert, häufiger zu bestellen. Der dritte Fall stellt eine Nachfrage dar, die sehr hoch sein kann (dies lässt sich anhand von d_{\max} , das die maximale Nachfragemenge darstellt, und dem Parameter für die Wahrscheinlichkeit des Auftretens der Nachfrage erkennen, die beide hoch sind). Andererseits geht derselbe Fall von einer mäßigen Verfügbarkeit oder Qualität der Produkte aus. Bei der Analyse der Grafiken lässt sich also feststellen, dass die starke Nachfrage das Modell dazu veranlasst, im Vergleich zu den vorherigen Fällen große Mengen zu bestellen. Dieses Phänomen der Großbestellungen führt aufgrund der durchschnittlichen Verfügbarkeit und Qualität zu hohen Fehlbeständen, niedrigen Lagerbeständen und damit zu hohen Gesamtkosten. Der letzte Testfall stellt ein relativ gleichmäßiges Szenario mit durchschnittlichen Wahrscheinlichkeiten für Nachfrage und Verfügbarkeit/Qualität dar. Dieser Fall ist einer der besten, da die Fehlbestände gering sind und somit akzeptable Servicelevels für die Kunden gewährleistet sind. Auch für das Unternehmen ist dieser Fall vorteilhaft, da er im Vergleich zu den anderen behandelten Fällen relativ geringe Gesamtkosten verursacht. Zusätzlich zu diesen Beobachtungen ist festzustellen, dass alle Modelle für die behandelten Fälle übereinstimmen.

Im Folgenden wird eine Studie zum zweiten Testset gemacht.

Dieses zweite Set von Testfällen ermöglicht es uns, die Reaktion des Modells unter bestimmten Bedingungen zu bewerten, die in den vorgestellten Fällen der Tabelle 6.2 beschrieben werden. Fall eins zwingt das Modell aufgrund der hohen Verfügbarkeit dazu, Bestellungen aufzugeben und Fehlbestellungskosten zu vermeiden. Die Ergebnisse zeigen daher eine fast nullprozentige Wahrscheinlichkeit für Bestellungen im negativen Zustand und angemessene positive Bestellungen, um Lagerkosten zu vermeiden. Das zweite Modell, das keine Lagerkosten berücksichtigt, drängt das Modell dazu, immer über die maximale Nachfrage hinaus zu bestellen, um im Falle einer Nachfrage immer über ausreichende Mengen zu verfügen. Beim dritten Modell drängen die Null-Ausfallkosten das Modell dazu, immer auf den Bedarf zu warten, bevor es bestellt wird. Diese Konfiguration verhält sich wie eine Make-to-order. Die fünfte Konfiguration drängt das Modell dazu, immer große Mengen zu bestellen, um die zukünftige Nachfrage zu befriedigen. Bei

der siebten Konfiguration wird das Modell aufgrund der mittelmäßigen Qualität der Produkte dazu gezwungen, jedes Mal kleine Mengen zu bestellen. Leider konnte der Stresstest aufgrund der begrenzten Kapazitäten des verwendeten Computers nicht durchgeführt werden. Die Abbildungen mit den oben beschriebenen Ergebnissen sind im Anhang dieses Dokuments zu finden. Im nächsten Abschnitt werden die Ergebnisse der Testfälle zur Produktionsplanung vorgestellt.

6.2.2 Produktionsplanung

Um das im vorigen Kapitel vorgestellte Modell zur Produktionsplanung zu testen, wurde es mit den im vorigen Abschnitt vorgestellten Testinstanzen in Tabelle 6.3 geprüft. Das Ziel ist hier dasselbe wie bei der Beschaffungsplanung: die Entscheidungen, die das Modell in verschiedenen Situationen trifft, zu bewerten und daraus Schlussfolgerungen zu ziehen.

Die Ergebnisse der optimalen Politik nach Non-anticipativity schritt für die erste Testinstanz lauten wie folgt:

Tabelle 6.4 – Lösungsansätze für problem Instanz 1

Product	Period	Inventory	Production	Sales	Demand
1	1	4.00	0.00	4.00	4.40
1	2	0.00	0.00	0.00	2.40
1	3	0.00	0.00	0.00	0.94
1	4	0.00	0.00	0.00	0.40
1	5	0.00	0.00	0.00	1.40
1	6	0.00	0.00	0.00	4.20
1	7	0.00	0.00	0.00	5.50
1	8	0.00	0.00	0.00	9.60
1	9	0.00	3.17	3.17	11.80
1	10	0.00	4.82	4.82	12.60
1	11	0.00	1.46	1.46	7.86
1	12	0.00	2.96	2.96	11.20
2	1	4.00	0.00	1.29	1.29
2	2	2.71	0.00	0.71	0.71
2	3	2.00	0.00	0.85	0.85
2	4	1.15	0.00	1.15	3.36
2	5	0.00	0.00	0.00	5.26
2	6	0.00	0.00	0.00	6.23
2	7	0.00	0.00	0.00	7.77
2	8	0.00	0.00	0.00	8.40
2	9	0.00	0.00	0.00	11.93
2	10	0.00	0.00	0.00	9.84

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Product	Period	Inventory	Production	Sales	Demand
2	11	0.00	0.00	0.00	5.74
2	12	0.00	0.00	0.00	3.85
3	1	4.00	0.00	0.76	0.76
3	2	3.24	0.00	2.60	2.60
3	3	0.63	0.00	0.63	4.02
3	4	0.00	0.00	0.00	9.10
3	5	0.00	0.00	0.00	11.49
3	6	0.00	0.00	0.00	8.38
3	7	0.00	0.00	0.00	10.05
3	8	0.00	0.00	0.00	8.40
3	9	0.00	0.00	0.00	7.17
3	10	0.00	0.00	0.00	4.79
3	11	0.00	0.00	0.00	1.14
3	12	0.00	0.00	0.00	0.63
4	1	3.00	3.72	4.79	4.79
4	2	1.93	5.38	7.30	8.84
4	3	0.00	13.21	13.21	13.21
4	4	0.00	12.54	12.54	12.54
4	5	0.00	8.11	8.11	8.11
4	6	0.00	12.02	12.02	12.02
4	7	0.00	6.21	6.21	6.21
4	8	0.00	5.09	5.09	5.09
4	9	0.00	2.50	1.57	1.57
4	10	0.94	3.34	0.66	0.66
4	11	3.62	0.00	1.20	1.20
4	12	2.41	0.00	2.41	2.41
5	1	3.00	0.00	3.00	11.14
5	2	0.00	0.00	0.00	14.58
5	3	0.00	0.00	0.00	8.18
5	4	0.00	0.00	0.00	8.77
5	5	0.00	3.16	3.16	5.15
5	6	0.00	3.86	3.86	3.86
5	7	0.00	2.06	2.06	2.06
5	8	0.00	0.82	0.82	0.82
5	9	0.00	1.09	1.09	1.09
5	10	0.00	2.23	2.23	2.23
5	11	0.00	6.39	6.39	6.39
5	12	0.00	5.71	5.71	5.71
6	1	4.00	10.41	14.41	14.41
6	2	0.00	12.52	12.52	12.52
6	3	0.00	9.34	9.34	9.34
6	4	0.00	4.08	4.08	4.08
6	5	0.00	2.25	2.25	2.25

Fortsetzung auf der nächsten Seite

Product	Period	Inventory	Production	Sales	Demand
6	6	0.00	0.51	0.51	0.51
6	7	0.00	0.85	0.85	0.85
6	8	0.00	2.47	2.47	2.47
6	9	0.00	4.33	4.33	4.33
6	10	0.00	11.40	9.69	9.69
6	11	1.71	12.08	10.95	10.95
6	12	2.84	7.52	10.36	10.36

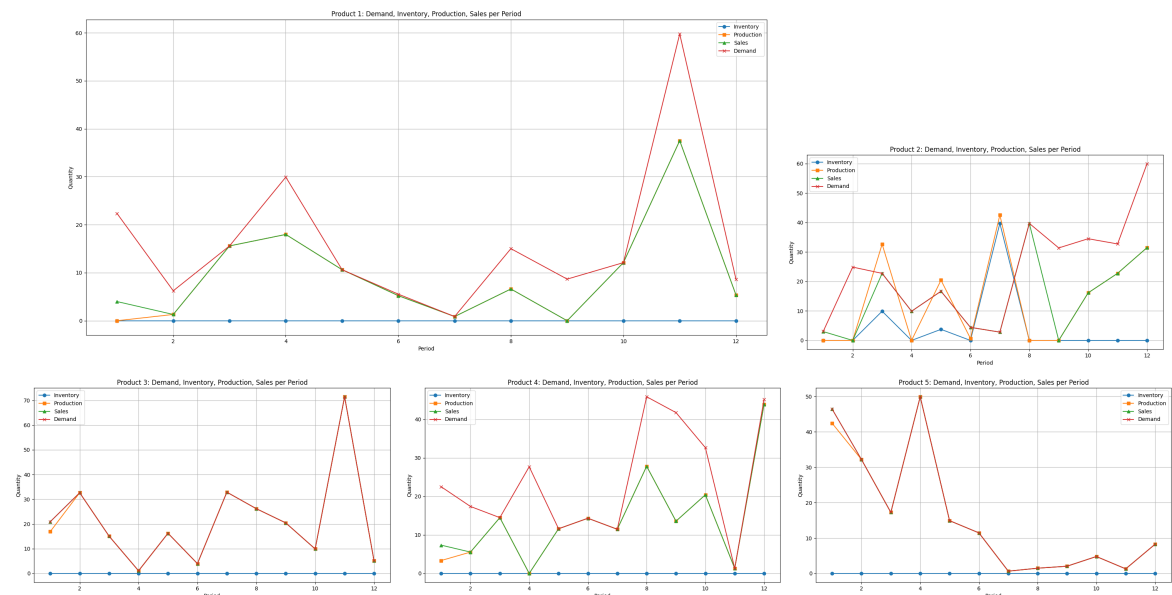
Tabelle 6.5 – Lösungsansätze für problem Instanz 1

Secondary m.	Period	Inventory	Proc sec. m.	Proc prim. m
1	1	28.00	25.00	0.00
1	2	45.59	25.00	7.58
1	3	64.07	23.00	7.52
1	4	71.63	27.00	15.49
1	5	86.04	32.00	0.70
1	6	96.47	19.00	11.47
1	7	97.92	28.00	0.00
1	8	103.06	21.00	0.94
1	9	100.98	33.69	0.00
1	10	86.66	21.91	1.88
1	11	57.07	14.50	0.00
1	12	27.85	8.32	0.00
2	1	28.00	28.00	0.00
2	2	45.59	31.00	0.00
2	3	64.07	16.88	0.02
2	4	71.63	18.49	0.00
2	5	86.04	19.01	0.00
2	6	96.47	9.68	0.00
2	7	97.92	10.10	0.00
2	8	103.06	2.04	0.00
2	9	100.98	1.70	0.00
2	10	86.66	0.74	0.00
2	11	57.07	0.00	0.00
2	12	27.85	0.00	0.00

In den folgenden Grafiken werden die Reaktionen der Algorithmen hinsichtlich der Non-Anticipativity, Rolling Horizon und der Service-Level-Beschränkung dargestellt. Hier wurde die normalverteilung benutzt.



Und jetzt nach der Non-Anticipativity



In den obigen Beispielen wurde das Beta-Service-Level verwendet, da es aufgrund seiner Formel weniger streng ist als die anderen. Die oben dargestellten Grafiken zeigen deutlich, wie die Non-Anticipativity und die Festlegung der Zielfunktion den Algorithmus

dazu zwingen, antizipierte Entscheidungen zu treffen, um das gewünschte Ziel zu erreichen. Es sei jedoch darauf hingewiesen, dass bei Einführung von Service Levels der Gewinn negativ ist und somit zu Verlusten für das Unternehmen führt. Und für einige Werte von Beta ist das Problem sogar nicht lösbar.

In dem nächsten Abschnitt wird eine betriebswirtschaftliche Analyse des Modells gemacht und einige Schlussfolgerungen gezogen.

6.3 ABLEITUNG DER BETRIEBSWIRTSCHAFTLICHEN SCHLUSSFOLGERUNGEN

Die oben durchgeführten Studien ermöglichen es, die Auswirkungen der verschiedenen Parameter zu visualisieren, die im Entscheidungsprozess für den Erwerb oder die Herstellung von Produkten verfügbar sind. Die verschiedenen vorgestellten Testfälle zeigen die Anpassungsfähigkeit der Modelle an die Ziele und Ereignisse, die im Planungshorizont auftreten können. Diese Modelle wiesen zwei Trade-off-Elemente auf, die in den verschiedenen Bereichen der Produktion und Beschaffung auftreten. Der erste betrifft den ersten Vergleichstest zwischen dem Modell zur Qualität und dem Modell zur Verfügbarkeit. Die Frage, die sich dabei stellen könnte, ist, worauf sich das Unternehmen konzentrieren soll: auf Qualität oder Verfügbarkeit, wenn recycelte Produkte in der Wertschöpfungskette berücksichtigt werden. Der zweite Punkt betrifft die Produktionsplanung und den Kompromiss zwischen dem Servicelevel (dem vom Kunden wahrgenommenen Wert) und den internen Gewinnen des Unternehmens. Darüber hinaus konvergieren die Modelle, wie im Laufe der Tests festgestellt wurde, in mehreren Fällen leicht.

ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die Konzepte der Beschaffungs- und Produktionsplanung näher untersucht. Diese Untersuchung führte zur Implementierung und Erprobung von zwei Modellen, von denen eines auf Markovschen Entscheidungsprozessen für die Beschaffungsplanung und das andere auf einer zweistufigen stochastischen Programmierung mit Recourse für die Produktionsplanung. Die Lösungsmethode bestand zum einen aus linearer Programmierung und zum anderen aus Sampling-Approximation in Verbindung mit dem rollierenden Zeithorizont. Eine Leistungsanalyse der oben genannten Modelle ermöglichte es, deren Reaktionsfähigkeit unter bestimmten Bedingungen zu beobachten, wodurch diese Modelle für Unternehmen auf mehreren Ebenen nützlich sein können:

- ▷ Planung der Lagerkapazitäten
- ▷ Reagieren auf wirtschaftliche Parameter
- ▷ Arbitrage zwischen den Beschaffungsquellen
- ▷ Ermittlung optimaler Beschaffungs- und Produktionsstrategien
- ▷ Treffen von Investitionsentscheidungen

Die hier untersuchten Modelle basieren jedoch auf präzisen Wahrscheinlichkeitsverteilungen (Grundgedanke der stochastischen Programmierung). In der Realität folgen die Parameter jedoch nicht immer genau definierten Wahrscheinlichkeitsverteilungen oder es wurden diese Verteilungen nicht im Voraus definiert. Eine Fortsetzung dieser Arbeit könnte daher darin bestehen, Modelle zu entwickeln, die diese Faktoren berücksichtigen.

LITERATURVERZEICHNIS

- [ADP22] K. Akartunalı und S. Dauzère-Pérès. „Dynamic lot sizing with stochastic demand timing“. In: *European Journal of Operational Research* 302.1 (1. Okt. 2022), S. 221–229. ISSN: 0377-2217. DOI: [10.1016/j.ejor.2021.12.027](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2021.12.027). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037722172101081X> (besucht am 08.09.2025).
- [Bec23] H. Beckmann. *Grundkurs Beschaffungsmanagement*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2023. ISBN: 978-3-658-39124-9. DOI: [10.1007/978-3-658-39125-6](https://doi.org/10.1007/978-3-658-39125-6).
- [BDN23] V. Bindewald, F. Dunke und S. Nickel. „Comparison of different approaches to multistage lot sizing with uncertain demand“. In: *International Transactions in Operational Research* 30.6 (2023). _eprint: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1111/itor.13305>, S. 3771–3800. ISSN: 1475-3995. DOI: [10.1111/itor.13305](https://doi.org/10.1111/itor.13305). URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/itor.13305> (besucht am 08.09.2025).
- [Bis+19] A. Bischi, L. Taccari, E. Martelli, E. Amaldi, G. Manzolini, P. Silva, S. Campanari und E. Macchi. „A rolling-horizon optimization algorithm for the long term operational scheduling of cogeneration systems“. In: *Energy* 184 (Okt. 2019), S. 73–90. ISSN: 03605442. DOI: [10.1016/j.energy.2017.12.022](https://doi.org/10.1016/j.energy.2017.12.022). URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0360544217320418> (besucht am 24.09.2025).
- [BT88] J. H. Bookbinder und J.-Y. Tan. „Strategies for the Probabilistic Lot-Sizing Problem with Service-Level Constraints“. In: *Management Science* 34.9 (Sep. 1988). Publisher: INFORMS, S. 1096–1108. ISSN: 0025-1909. DOI: [10.1287/mnsc.34.9.1096](https://doi.org/10.1287/mnsc.34.9.1096). URL: <https://pubsonline.informs.org/doi/10.1287/mnsc.34.9.1096> (besucht am 10.09.2025).
- [CLo8] D. Chhajer und T. Lowe. *Building Intuition: Insights From Basic Operations Management Models and Principles*. Bd. 115. Jan. 2008. ISBN: 978-0-387-73698-3. DOI: [10.1007/978-0-387-73699-0](https://doi.org/10.1007/978-0-387-73699-0).

- [Chr23] Christoph Schwindt. *Foliensatz und Übungsaufgaben zur Vorlesung "Supply Chain Management". Beschaffungsmanagement in Supply Chains*. 2023.
- [CU+25] D. Cuellar-Usaquén, M. W. Ulmer, O. Antons und J. C. Arlinghaus. „Dynamic multi-period recycling collection routing with uncertain material quality“. In: *OR Spectrum* (8. Feb. 2025). ISSN: 1436-6304. DOI: [10 . 1007 / s00291-025-00808-z](https://doi.org/10.1007/s00291-025-00808-z). URL: <https://doi.org/10.1007/s00291-025-00808-z> (besucht am 08.09.2025).
- [DMA24] D. Z. Dadaneh, S. Moradi und B. Alizadeh. „A stochastic chance-constraint framework for poultry planning and egg inventory management“. In: *Operations Management Research* 17.4 (1. Dez. 2024), S. 1328–1344. ISSN: 1936-9743. DOI: [10 . 1007 / s12063 - 024 - 00507 - y](https://doi.org/10.1007/s12063-024-00507-y). URL: <https://doi.org/10.1007/s12063-024-00507-y> (besucht am 08.09.2025).
- [DN25] F. Dunke und S. Nickel. „A choice-based approach to dynamic capacitated multi-item lot sizing with demand uncertainty“. In: *Applied Mathematical Modelling* 137 (1. Jan. 2025), S. 115705. ISSN: 0307-904X. DOI: [10 . 1016 / j . apm . 2024 . 115705](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X2400458X). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0307904X2400458X> (besucht am 08.09.2025).
- [Erl90] D. Erlenkotter. „Ford Whitman Harris and the Economic Order Quantity Model“. In: *Operations Research* 38.6 (1990), S. 937–946. DOI: [10.1287/opre.38.6.937](https://doi.org/10.1287/opre.38.6.937).
- [FAM18] G. O. Ferreira, E. F. Arruda und L. G. Marujo. „Inventory management of perishable items in long-term humanitarian operations using Markov Decision Processes“. In: *International Journal of Disaster Risk Reduction* 31 (Okt. 2018), S. 460–469. ISSN: 22124209. DOI: [10.1016/j.ijdr.2018.05.010](https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2212420918305247). URL: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S2212420918305247> (besucht am 23.09.2025).
- [GVW09] V. D. R. Guide und L. N. Van Wassenhove. „OR FORUM—The Evolution of Closed-Loop Supply Chain Research“. In: *Operations Research* 57.1 (Feb. 2009), S. 10–18. ISSN: 0030-364X, 1526-5463. DOI: [10.1287/opre.1080.0628](https://pubsonline.informs.org/doi/10.1287/opre.1080.0628). URL: <https://pubsonline.informs.org/doi/10.1287/opre.1080.0628> (besucht am 04.09.2025).

- [HWC23] L. Han, P. Wu und C. Chu. „A distributionally robust production planning model for maximizing customer satisfaction with budget and carbon emissions constraints“. In: *Computers & Industrial Engineering* 182 (1. Aug. 2023), S. 109412. ISSN: 0360-8352. DOI: [10.1016/j.cie.2023.109412](https://doi.org/10.1016/j.cie.2023.109412). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835223004369> (besucht am 08.09.2025).
- [Hax01] A. C. Hax. „Hierarchical production planning“. In: *Encyclopedia of Operations Research and Management Science*. Hrsg. von S. I. Gass und C. M. Harris. New York, NY: Springer US, 2001, S. 359–363. ISBN: 978-0-7923-7827-3 978-1-4020-0611-1. DOI: [10.1007/1-4020-0611-X_418](https://link.springer.com/10.1007/1-4020-0611-X_418). URL: https://link.springer.com/10.1007/1-4020-0611-X_418 (besucht am 25.09.2025).
- [Hez+23] L. van Hezewijk, N. Dellaert, T. Van Woensel und N. Gademann. „Using the proximal policy optimisation algorithm for solving the stochastic capacitated lot sizing problem“. In: *International Journal of Production Research* 61.6 (19. März 2023). Publisher: Taylor & Francis _eprint: <https://doi.org/10.1080/00207543.2022.2056540>, S. 1955–1978. ISSN: 0020-7543. DOI: [10.1080/00207543.2022.2056540](https://doi.org/10.1080/00207543.2022.2056540). URL: <https://doi.org/10.1080/00207543.2022.2056540> (besucht am 08.09.2025).
- [HST16] T. Hilger, F. Sahling und H. Tempelmeier. „Capacitated dynamic production and remanufacturing planning under demand and return uncertainty“. In: *OR Spectrum* 38.4 (1. Okt. 2016), S. 849–876. ISSN: 1436-6304. DOI: [10.1007/s00291-016-0441-3](https://doi.org/10.1007/s00291-016-0441-3). URL: <https://doi.org/10.1007/s00291-016-0441-3> (besucht am 10.09.2025).
- [Hut15] T. Hutzschenreuter. *Allgemeine Betriebswirtschaftslehre*. Wiesbaden: Springer Fachmedien Wiesbaden, 2015. ISBN: 978-3-658-08563-6. DOI: [10.1007/978-3-658-08564-3](https://doi.org/10.1007/978-3-658-08564-3).
- [JC18] F. R. Jacobs und R. B. Chase. *Operations and supply chain management*. Fifteenth edition. The McGraw-Hill education series. New York, NY: McGraw-Hill Education, 2018. 754 S. ISBN: 978-1-259-66610-0.
- [KZNAK10] M. Kazemi Zanjani, M. Nourelfath und D. Ait-Kadi. „A multi-stage stochastic programming approach for production planning with uncertainty in the quality of raw materials and demand“. In: *International Journal of Production Research* 48.16 (15. Aug. 2010), S. 4701–4723. ISSN:

- 0020-7543, 1366-588X. DOI: [10.1080/00207540903055727](https://doi.org/10.1080/00207540903055727). URL: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00207540903055727> (besucht am 10.09.2025).
- [KZNAK11] M. Kazemi Zanjani, M. Nourelfath und D. Ait-Kadi. „A Stochastic Programming Approach for Production Planning with Uncertainty in the Quality of Raw Materials: A Case in Sawmills“. In: *JORS* 62 (1. Juli 2011). DOI: [10.1057/jors.2010.30](https://doi.org/10.1057/jors.2010.30).
- [KKU11] K. G. Kempf, P. Keskinocak und R. Uzsoy, Hrsg. *Planning Production and Inventories in the Extended Enterprise: A State of the Art Handbook, Volume 1*. Bd. 151. International Series in Operations Research & Management Science. New York, NY: Springer US, 2011. ISBN: 978-1-4419-6484-7 978-1-4419-6485-4. DOI: [10.1007/978-1-4419-6485-4](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-6485-4). URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-1-4419-6485-4> (besucht am 25.09.2025).
- [KTT18] O. A. Kilic, H. Tunc und S. A. Tarim. „Heuristic policies for the stochastic economic lot sizing problem with remanufacturing under service level constraints“. In: *European Journal of Operational Research* 267.3 (16. Juni 2018), S. 1102–1109. ISSN: 0377-2217. DOI: [10.1016/j.ejor.2017.12.041](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2017.12.041). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S037722171731175X> (besucht am 10.09.2025).
- [KHVR20] W. K. Klein Haneveld, M. H. v. d. Vlerk und W. Romeijnnders. *Stochastic Programming: Modeling Decision Problems Under Uncertainty*. 1st ed. 2020. Graduate Texts in Operations Research. Cham: Springer, 2020. 1 S. ISBN: 978-3-030-29218-8 978-3-030-29219-5. DOI: [10.1007/978-3-030-29219-5](https://doi.org/10.1007/978-3-030-29219-5).
- [Kra21] M. Krause. „Periodenübergreifenden Budgetallokation in der Instandhaltung modularer Systeme – Ein Anwendungsfall von Deep Reinforcement Learning“. Dissertation zur Erlangung des Doktorgrades der Fakultät. Diss. Clausthal-Zellerfeld: Technischen Universität Clausthal, 2021, S. 5–25. URL: https://dokumente.ub.tu-clausthal.de/servlets/MCRFileNodeServlet/clausthal_derivate_00001557/Db114903.pdf.
- [Lev+17] D. A. Levin, Y. Peres, E. L. Wilmer, J. Propp und D. B. Wilson. *Markov chains and mixing times*. Second edition. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2017. 447 S. ISBN: 978-1-4704-2962-1.

- [Mac+16] P. B. Macedo, D. Alem, M. Santos, M. L. Junior und A. Moreno. „Hybrid manufacturing and remanufacturing lot-sizing problem with stochastic demand, return, and setup costs“. In: *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 82.5 (1. Feb. 2016), S. 1241–1257. ISSN: 1433-3015. DOI: [10 . 1007 / s00170 - 015 - 7445 - z](https://doi.org/10.1007/s00170-015-7445-z). URL: <https://doi.org/10.1007/s00170-015-7445-z> (besucht am 10. 09. 2025).
- [Mai24] S. Maitra. *Inventory Management Under Stochastic Demand: A Simulation-Optimization Approach*. Version Number: 1. 2024. DOI: [10 . 48550 / ARXIV . 2406 . 19425](https://arxiv.org/abs/2406.19425). URL: <https://arxiv.org/abs/2406.19425> (besucht am 23. 09. 2025).
- [MS+24] P. Metzker Soares, S. Thevenin, Y. Adulyasak und A. Dolgui. „Adaptive robust optimization for lot-sizing under yield uncertainty“. In: *European Journal of Operational Research* 313.2 (1. März 2024), S. 513–526. ISSN: 0377-2217. DOI: [10 . 1016 / j . ejor . 2023 . 08 . 036](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221723006641). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221723006641> (besucht am 08. 09. 2025).
- [Met+25] P. Metzker, S. Thevenin, Y. Adulyasak und A. Dolgui. „Distributionally Robust Optimization for the Multi-Period Multi-Item Lot-Sizing Problems Under Yield Uncertainty“. In: *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 22 (2025), S. 11731–11752. ISSN: 1558-3783. DOI: [10 . 1109 / TASE . 2025 . 3535945](https://ieeexplore.ieee.org/document/10872933). URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10872933> (besucht am 08. 09. 2025).
- [Moh+10] D. Moher, A. Liberati, J. Tetzlaff und D. G. Altman. „Preferred reporting items for systematic reviews and meta-analyses: The PRISMA statement“. In: *International Journal of Surgery* 8.5 (1. Jan. 2010), S. 336–341. ISSN: 1743-9191. DOI: [10 . 1016 / j . ijsu . 2010 . 02 . 007](https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1743919110000403). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1743919110000403> (besucht am 06. 09. 2025).
- [Nor09] J. R. Norris. *Markov chains*. First paperback edition, 15th printing. Cambridge series on statistical and probabilistic mathematics 2. Cambridge New York Melbourne Madrid Cape Town Singapore São Paulo Delhi Dubai Tokyo Mexico City: Cambridge University Press, 2009. 237 S. ISBN: 978-0-521-48181-6 978-0-521-63396-3.
- [PE19] P. D. R. B. N. H. L. L. Paul Ekins Teresa Domenech. „The Circular Economy: What, Why, How and Where“. In:

- UCL Institute for Sustainable Resources (2019). URL: <https://discovery.ucl.ac.uk/id/eprint/10093965>.
- [Put09] M. L. Puterman. *Markov Decision Processes: Discrete Stochastic Dynamic Programming*. en. Wiley Series in Probability and Statistics v.414. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc, 2009. ISBN: 978-0-471-72782-8.
- [Que+20] F. Quezada, C. Gicquel, S. Kedad-Sidhoum und D. Q. Vu. „A multi-stage stochastic integer programming approach for a multi-echelon lot-sizing problem with returns and lost sales“. In: *Computers & Operations Research* 116 (1. Apr. 2020), S. 104865. ISSN: 0305-0548. DOI: [10.1016/j.cor.2019.104865](https://doi.org/10.1016/j.cor.2019.104865). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054819303077> (besucht am 08.09.2025).
- [Ram+19] R. Ramya, C. Rajendran, H. Ziegler, S. Mohapatra und K. Ganesh. „Introduction“. In: *Capacitated Lot Sizing Problems in Process Industries*. Hrsg. von R. Ramya, C. Rajendran, H. Ziegler, S. Mohapatra und K. Ganesh. Cham: Springer International Publishing, 2019, S. 1–31. ISBN: 978-3-030-01222-9. DOI: [10.1007/978-3-030-01222-9_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-01222-9_1). URL: https://doi.org/10.1007/978-3-030-01222-9_1 (besucht am 03.09.2025).
- [RNS09] P. Robinson, A. Narayanan und F. Sahin. „Coordinated deterministic dynamic demand lot-sizing problem: A review of models and algorithms“. In: *Omega* 37.1 (2009), S. 3–15. ISSN: 0305-0483. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.omega.2006.11.004>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305048306001496>.
- [Sch12] K. Schade. *Stochastische Optimierung: Bestandsoptimierung in mehrstufigen Lagernetzwerken*. SpringerLink Bücher. Wiesbaden: Vieweg+Teubner Verlag, 2012. 180 S. ISBN: 978-3-8348-1821-8 978-3-8348-8345-2. DOI: [10.1007/978-3-8348-8345-2](https://doi.org/10.1007/978-3-8348-8345-2).
- [Sch99] C. Schneeweiß. *Einführung in die Produktionswirtschaft*. Springer-Lehrbuch. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 1999. ISBN: 978-3-540-65581-7 978-3-662-06876-2. DOI: [10.1007/978-3-662-06876-2](https://doi.org/10.1007/978-3-662-06876-2). URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-662-06876-2> (besucht am 01.09.2025).

- [SY25] S. A. Seyfi, Yanıkoğlu und G. Yılmaz. „Multi-stage scenario-based stochastic programming for managing lot sizing and workforce scheduling at Vestel“. In: *Annals of Operations Research* 344.2 (1. Jan. 2025), S. 911–936. ISSN: 1572-9338. DOI: [10.1007/s10479-023-05741-4](https://doi.org/10.1007/s10479-023-05741-4). URL: <https://doi.org/10.1007/s10479-023-05741-4> (besucht am 08.09.2025).
- [SDR09] A. Shapiro, D. Dentcheva und A. P. Ruszczyński. *Lectures on stochastic programming: modeling and theory*. Unter Mitarb. von Society for Industrial and Applied Mathematics. MPS-SIAM series on optimization 9. Philadelphia, Pa: SIAM, 2009. 436 S. ISBN: 978-0-89871-687-0. DOI: [10.1137/1.9780898718751](https://doi.org/10.1137/1.9780898718751).
- [SKM15] H. Stadtler, C. Kilger und H. Meyr. *Supply Chain Management and Advanced Planning*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2015. ISBN: 978-3-642-55308-0. DOI: [10.1007/978-3-642-55309-7](https://doi.org/10.1007/978-3-642-55309-7).
- [THB21] P. D. Tai, P. P. N. Huyen und J. Buddhakulsomsiri. „A novel modeling approach for a capacitated (S,T) inventory system with backlog under stochastic discrete demand and lead time“. In: *International Journal of Industrial Engineering Computations* (2021), S. 1–14. ISSN: 19232926, 19232934. DOI: [10.5267/j.ijiec.2020.10.004](https://doi.org/10.5267/j.ijiec.2020.10.004). URL: http://www.growingscience.com/ijiec/Vol12/IJIEC_2020_25.pdf (besucht am 23.09.2025).
- [Tun21] H. Tunc. „A mixed integer programming formulation for the stochastic lot sizing problem with controllable processing times“. In: *Computers & Operations Research* 132 (1. Aug. 2021), S. 105302. ISSN: 0305-0548. DOI: [10.1016/j.cor.2021.105302](https://doi.org/10.1016/j.cor.2021.105302). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0305054821000940> (besucht am 08.09.2025).
- [Vid23] G. H. Vidal. „Deterministic and Stochastic Inventory Models in Production Systems: a Review of the Literature“. In: *Process Integration and Optimization for Sustainability* 7.1 (1. März 2023), S. 29–50. ISSN: 2509-4246. DOI: [10.1007/s41660-022-00299-3](https://doi.org/10.1007/s41660-022-00299-3). URL: <https://doi.org/10.1007/s41660-022-00299-3> (besucht am 13.09.2025).
- [WHK92] A. Wagelmans, S. V. Hoesel und A. Kolen. „Economic Lot Sizing: An $O(n \log n)$ Algorithm That Runs in Linear Time in the Wagner-Whitin Case“. In: *Operations Research* 40 (1992), S145–S156. ISSN: 0030364X, 15265463.

- URL: <http://www.jstor.org/stable/3840844> (besucht am 19.08.2025).
- [WW04] H. M. Wagner und T. M. Whitin. „Dynamic Version of the Economic Lot Size Model“. In: *Management Science* 50.12 (2004), S. 1770–1774. ISSN: 00251909, 15265501. URL: <http://www.jstor.org/stable/30046142> (besucht am 19.08.2025).
- [WSo4] K.-H. Waldmann und U. M. Stocker. *Stochastische Modelle*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2004. ISBN: 978-3-540-03241-0 978-3-642-17058-4. DOI: [10.1007/978-3-642-17058-4](https://doi.org/10.1007/978-3-642-17058-4). URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-642-17058-4> (besucht am 18.09.2025).
- [Wan21] H. Wannenwetsch. *Integrierte Materialwirtschaft, Logistik, Beschaffung und Produktion*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2021. ISBN: 978-3-662-61094-7. DOI: [10.1007/978-3-662-61095-4](https://doi.org/10.1007/978-3-662-61095-4).
- [Yu+18] J. Yu, M. Xie, L. Tang, S. Si und Q. Wang. „Reliability modeling of multi-state degraded repairablesystems and its applications to automotive systems“. In: *Quality and Reliability Engineering International* 34.7 (2018). DOI: [10.1002/qre.2265](https://doi.org/10.1002/qre.2265). URL: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/epdf/10.1002/qre.2265>.
- [ZDMA23] D. Zamani Dadaneh, S. Moradi und B. Alizadeh. „Simultaneous planning of purchase orders, production, and inventory management under demand uncertainty“. In: *International Journal of Production Economics* 265 (1. Nov. 2023), S. 109012. ISSN: 0925-5273. DOI: [10.1016/j.ijpe.2023.109012](https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2023.109012). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S092552732300244X> (besucht am 08.09.2025).
- [ZGZ25] Y. Zhang, H. Gong und Z.-H. Zhang. „Single-Period Optimal Inventory Control With Substitution: An End-to-End Framework“. In: *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering* 22 (2025), S. 15449–15460. ISSN: 1558-3783. DOI: [10.1109/TASE.2025.3568642](https://doi.org/10.1109/TASE.2025.3568642). URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/10994796> (besucht am 08.09.2025).
- [Ziu15] S. Ziukov. „A literature review on models of inventory management under uncertainty“. In: *Business Systems & Economics* 5.1 (9. Juni 2015), S. 26. ISSN: 2029-8234. DOI: [10.13165/VSE-15-5-1-03](https://doi.org/10.13165/VSE-15-5-1-03). URL: <https://www3.mruni.>

eu/ojs/business-systems-and-economics/article/view/4130 (besucht am 22. 09. 2025).

- [ZA22] A. van Zyl und O. Adetunji. „A lot sizing model for two items with imperfect manufacturing process, time varying demand and return rates, dependent demand and different quality grades“. In: *Journal of Remanufacturing* 12.2 (1. Juli 2022), S. 227–252. ISSN: 2210-4690. DOI: 10.1007/s13243-022-00110-z. URL: <https://doi.org/10.1007/s13243-022-00110-z> (besucht am 07. 09. 2025).

APPENDIX

8.1 BESCHAFFUNGSPLANNUNG

