14 ноября.

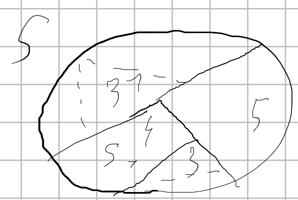
Лекция.

В каждом классе эквивалентных автоматов найдётся единственный с точностью до изоморфизма минимальный автомат

$$\mathcal{E}_1 \supset \mathcal{E}_2 \supset \ldots \supset \underset{\overset{\parallel}{\mathcal{E}}}{\mathcal{E}_m} = \mathcal{E}_{m+1} = \mathcal{E}_{m+2} = \ldots$$ – отношение неразличимости состояния

Метод минимизации автомата

1. $\mathcal{E}_1$ - отношение 1-неразличимости
   Все состояния $s_{i_1}, \ldots, s_{i_k}$ попадают в один класс, если $\forall x \in X$ $\lambda(s_{i_1}, x) = \ldots = \lambda(s_{i_k}, x)$
2. $\mathcal{E}_{i+1}$ $s_{i_1}, \ldots, s_{i_k}$ $\mathcal{E}_{i+1}$ кл.
   $\forall x \in X$ $\delta(s_{i_1}, x), \ldots, \delta(s_{i_k}, x) \in$ $\overset{\text{попадают}}{\ldots}$ $\mathcal{E}_i$



$$\mathcal{E}_1 \supset \mathcal{E}_2 \supset \ldots \supset \underset{\overset{\parallel}{\mathcal{E}}}{\mathcal{E}_m} = \mathcal{E}_{m+1} = \mathcal{E}_{m+2} = \ldots$$

$\downarrow$

число кл. в $\mathcal{E}_1$ < число кл. в $\mathcal{E}_2$

3. $\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_{i+1} \Rightarrow \mathcal{E} = \mathcal{E}_i$

Рассмотрим пример.

A	x_1	x_2	x_1	x_2
1	2	8	0	0
2	5	3	0	1
3	4	6	0	0
4	7	1	0	1
5	1	8	0	0
6	5	2	1	1
7	3	6	0	0
8	7	4	1	1

$\overset{a}{\{1, 3, 5, 7\}}, \overset{b}{\{2, 4\}}, \overset{c}{\{6, 8\}}$ — 3 $\mathcal{E}$-1 класса

$$\left.\begin{array}{lllllllll} x_1 & b & b & a & a & a & a & a & a \\ x_2 & c & c & c & c & a & a & b & b \end{array}\right\} \mathcal{E}_2$$

$\mathcal{E}_2$ $\overset{a}{\{1, 3\}}$ $\overset{b}{\{5, 7\}}$ $\overset{c}{\{2, 4\}}$ $\overset{d}{\{6, 8\}}$

c c	a a	b b	b b
d d	d d	a a	c c

$\mathcal{E}_3 = \mathcal{E}_2$

$$\delta'(\mathcal{E}(1), x) = \mathcal{E}(\delta(s, x))$$
$$\lambda'(\mathcal{E}(1), x) = \lambda(1, x)$$

$A/_{\mathcal{E}}$	x_1	x_2	x_1	x_2
a	c	d	0	0
b	a	d	0	0
c	b	a	0	1
d	b	c	1	1

так просто и так трудно понять...

Теорема Мура

в автомате с n-состояниями $\mathcal{E}_{n-1} = \mathcal{E}_n$

...

Оценки числа классов и состояний в $\mathcal{E}_k$

$A = (S, X, Y, \delta, \lambda)$ – конечный автомат

Лемма о числе классов в $\mathcal{E}_k$.

$\mathcal{E}_{k-1} \underset{\supseteq}{\neq} \mathcal{E}_k \Rightarrow$ число классов в $\mathcal{E}_k \geq k+1$

Док-во:

Докажем методом математической индукции.

1. $k=1$ $\quad \mathcal{E}_0 \supseteq \mathcal{E}_1 \Rightarrow$ число классов ≥ 2

число классов в $\mathcal{E}_0$ < < числа классов в $\mathcal{E}_1$

База индукции выполняется.

2. $r = 1, 2, \dots, k$ $\quad \mathcal{E}_{r-1} \supset \mathcal{E}_r \Rightarrow$ число классов в $\mathcal{E}_r \geq r+1$

$k+1$ $\quad \mathcal{E}_k \neq \mathcal{E}_{k+1} \Rightarrow$ число классов в $\mathcal{E}_k \geq k+1$

$k+1 \leq$ число классов в $\mathcal{E}_k <$ число классов в $\mathcal{E}_{k+1}$

Лемма доказана.

Лемма о числе состояний в классах $\mathcal{E}_k$

в автомате с n состояний $\mathcal{E}_{k-1} \neq \mathcal{E}_k \Rightarrow$ число состояний в каждом классе $\mathcal{E}_k \leq n-k$

Док-во:

$\exists$ класс число сост. $= n-k+b$, $b>0$, кл. $\mathcal{E}_k$

$r \geq n - k + l + k = n + l \Rightarrow$ противоречие

Лемма доказана.

Т. об $n-r+1$ различимых состояний

$\forall$ мн-во из r сост. $(2 \leq r \leq n)$ $\exists \geq 2$ $(n-r+1)$-различимых состояний

Эксперименты с автоматами

В этом блоке рассматриваются не умолчанию минимальные автоматы, ведь в них каждое состояние неразличимо только с самим собой.

Эксперимент – процесс приложения входных сигналов, наблюдение выходных автоматов, выводы, сделанные на основе этих наблюдений

Эксперимент $\rightarrow$ Условный, Безусловный

Условный

входная последовательность разбита на подпоследовт. и подаётся на вход по подпоследовательностям. Каждая подпоследовательность (кроме первой) определяется на основе предыдущего вывода автомата

Безусловный

входная последовательность полностью определена заранее и подаётся на вход целиком

Эксперимент $\rightarrow$ Простой, Кратный

Простой

1 экземпляр автомата

Кратный

>1 экземпляра.

Работу любого технического устройства можно описать как автомат.

Правильное и неправильное поведение неисправного устройства – два автомата.

Диагностика ошибки в таком случае – эксперимент над автоматом

Характеристики экспериментов:

Длина эксперимента – дл. входной последоват.

Порядок эксперимента – число подпослед.

Кратность – число условных экземпляров.