

ИЗУЧЕНИЕ РЕЗОНАНСА ТОКОВ

Теоретические замечания

Как было показано в общем теоретическом описании, в схеме, состоящей из параллельно соединенных активного сопротивления, емкости и индуктивности, при определенном соотношении между частотой и внешней ЭДС и величинами L и C напряжение и ток во внешней цепи могут изменяться синфазно. При этом амплитуда токов, протекающих через емкость и индуктивность, может во много раз превышать амплитуду тока во внешней цепи. Это явление получило название резонанса токов. Однако рассмотренная ранее схема является несколько идеализированной, так как любая катушка индуктивности обладает некоторым омическим сопротивлением, которое можно рассматривать как последовательно соединенное с L . Поэтому подробное изучение резонанса токов проведем применительно к более реальной схеме.

Рассмотрим цепь, представленную на рис. 1. В этой цепи в 1-й ветви контура имеется катушка с индуктивностью L и активным сопротивлением R_1 , а во 2-й ветви — конденсатор емкостью C и последовательно соединенное с ним активное сопротивление R_2 . Пусть контур включен в цепь переменного тока с напряжением

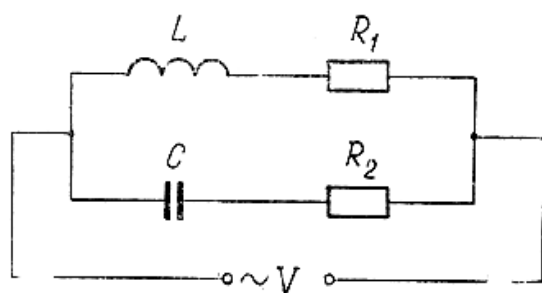


Рис. 1

$$V = V_m \cdot \cos \omega t. \quad (1)$$

Тогда ток в 1-й ветви будет равен

$$I_1 = \frac{V_m}{\sqrt{R_1^2 + (\omega L)^2}} \cdot \cos(\omega t - \varphi_1), \quad (2)$$

где

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \omega L / R_1; \quad (3)$$

а ток во 2-й ветви

$$I_2 = \frac{V_m}{\sqrt{R_2^2 + 1/(\omega C)^2}} \cdot \cos(\omega t - \varphi_2), \quad (4)$$

где

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = -1/R_2 \omega C. \quad (5)$$

Векторную диаграмму нашей цепи строим следующим образом. Построим сначала векторную диаграмму для 1-й ветви. Так как через R_1 и L_1 протекает одинаковый ток, то общей осью для этих элементов будет ось токов, и векторная диаграмма этой ветви будет иметь вид, представленный на рис. 2, а, где $I_{1m} = V_m / \sqrt{R_1^2 + (\omega L)^2}$ — амплитуда тока в 1-й ветви, $V_{R_1m} = R_1 I_{1m}$ — амплитуда напряжения на R_1 , $V_{Lm} = \omega L I_{1m}$ — амплитуда напряжения на L . Аналогично строим векторную диаграмму для 2-й ветви. Эта диаграмма будет иметь вид, представленный на рис. 2, б, где

$$I_{2m} = \frac{V_m}{\sqrt{R_2^2 + 1/(\omega C)^2}}.$$

— амплитуда тока во 2-й ветви, $V_{R_2m} = R_2 I_{2m}$ — амплитуда напряжения на R_2 , $V_{Cm} = I_{2m} / \omega C$ — амплитуда напряжения на C .

Так как обе ветви соединены параллельно, то напряжения на этих ветвях должны быть равны между собой и в соответствии с рис. 1 равны приложенному к цепи напряжению. Поэтому векторные диаграммы обеих ветвей нужно совместить так, чтобы векторы V_{1m} и V_{2m} совпадали. В этом случае получим векторную диаграмму, представленную на рис. 2, в и являющуюся диаграммой изучаемой цепи.

Для расчета величин I_m и φ разложим каждый из векторов I_{1m} и I_{2m} на две составляющие: одну — направленную по оси V , а вторую — перпендикулярную ей. Тогда, очевидно,

$$I_m = \sqrt{(I_{1m} \cos \varphi_1 + I_{2m} \cos \varphi_2)^2 + (I_{1m} \sin \varphi_1 + I_{2m} \sin \varphi_2)^2}, \quad (6)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{I_{1m} \sin \varphi_1 + I_{2m} \sin \varphi_2}{I_{1m} \cos \varphi_1 + I_{2m} \cos \varphi_2}. \quad (7)$$

Из диаграмм рис. 2, а и 2, б находим, что

$$I_{1m} \sin \varphi_1 = -I_{1m} \cdot \frac{V_{Lm}}{V_m} = -\frac{\omega L I_{1m}^2}{V_m}, \quad (8)$$

$$I_{1m} \cos \varphi_1 = I_{1m} \cdot \frac{V_{R1m}}{V_m} = \frac{R_1 I_{1m}^2}{V_m}, \quad (9)$$

$$I_{2m} \sin \varphi_2 = I_{2m} \cdot \frac{V_{cm}}{V_m} = \frac{I_{2m}^2}{\omega C V_m}, \quad (10)$$

$$I_{2m} \cos \varphi_2 = I_{2m} \cdot \frac{V_{R2m}}{V_m} = \frac{R_2 I_{2m}^2}{V_m}. \quad (11)$$

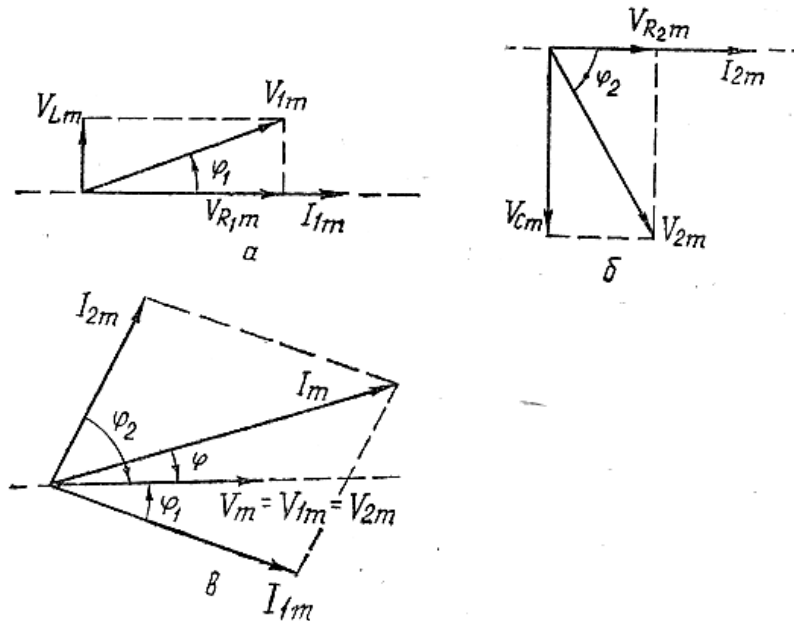


Рис. 2

Подставляя (8)–(11) в (6) и (7) и используя связь I_{1m} и I_{2m} с V_m , окончательно получаем

$$I_m = V_m \sqrt{\left[\frac{R_1}{R_1^2 + (\omega L)^2} - \frac{R_2}{R_2^2 + 1/(\omega C)^2} \right]^2 + \left[\frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} - \frac{1/\omega C}{R_2^2 + 1/(\omega C)^2} \right]^2}, \quad (12)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = - \frac{\frac{\omega L}{R_1^2 + (\omega L)^2} - \frac{1/\omega C}{R_2^2 + 1/(\omega C)^2}}{\frac{R_1}{R_1^2 + (\omega L)^2} + \frac{R_2}{R_2^2 + 1/(\omega C)^2}}. \quad (13)$$

На практике чаще всего приходится иметь дело с резонансными контурами, у которых $R_1 \ll \omega L$ и $R_2 \ll 1/\omega C$ (контур с малыми потерями). В этом случае соотношения (12) и (13) значительно упрощаются и их можно записать в виде

$$I_m = V_m \sqrt{\left[\frac{R_1}{(\omega L)^2} + R_2 (\omega C)^2 \right]^2 + (\omega C - 1/\omega L)^2}, \quad (14)$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega C - 1/\omega L}{\frac{R_1}{(\omega L)^2} + R_2 (\omega C)^2}. \quad (15)$$

При резонансе сдвиг фаз между током и напряжением $\varphi=0$. Отсюда условие резонанса:

$$\omega_{\text{рез}} = 1/\sqrt{LC}. \quad (16)$$

При этом условии ток во внешней цепи

$$I_{m \text{ рез}} = V_m \frac{R_1 + R_2}{L/C}, \quad (17)$$

а токи в ветвях

$$I_{1m \text{ рез}} = \frac{V_m}{\sqrt{L/C}}, \quad (18)$$

$$I_{2m \text{ рез}} = \frac{V_m}{\sqrt{L/C}}. \quad (19)$$

Величина $\rho = \sqrt{L/C}$ называется волновым сопротивлением контура. Волновое сопротивление связывает напряжение на контуре и ток в ветвях (внутри контура) в момент резонанса.

Величина $Z_{\text{рез}} = V_m/I_{m \text{ рез}}$ называется резонансным сопротивлением контура и определяет полное сопротивление контура при резонансе по отношению к внешнему источнику тока. В соответствии с (17)

$$Z_{\text{рез}} = \rho^2 / (R_1 + R_2). \quad (20)$$

Таким образом, резонансное сопротивление контура при $R_1 \rightarrow 0$ и $R_2 \rightarrow 0$ возрастает до бесконечности, и ток во внешней цепи стремится к нулю. В этом идеальном случае электромагнитные колебания в контуре будут независимыми от внешнего источника, т. е. в контуре будут существовать собственные незатухающие колебания.

Важной характеристикой контура, показывающей его качество, является величина Q , называемая добротностью контура. Для рассматриваемого случая $R_1 \ll \omega L$ и $R_2 \ll 1/\omega C$

$$Q \simeq \frac{I_{1m \text{ рез}}}{I_m} = \frac{I_{2m \text{ рез}}}{I_m} = \frac{\rho}{R_1 + R_2}.$$

Векторная диаграмма контура с малыми потерями в момент резонанса показана на рис. 3.

На рис. 4 приведены зависимости тока I_m неразветвленного участка цепи, тока I_{1m} ветви, с индуктивностью и тока I_{2m} ветви с емкостью от частоты приложенного напряжения для случая $R_1 \ll \omega L$ и $R_2 = 0$. При $R_1 = 0$ при резонансе токов кривая тока I_m в точке $\omega = \omega_{\text{рез}}$ будет соприкасаться с осью ω .

На рис. 5 представлены графики зависимости токов I_m , I_{1m} и I_{2m} рассматриваемой цепи от емкости контура при $\omega = \text{const}$.

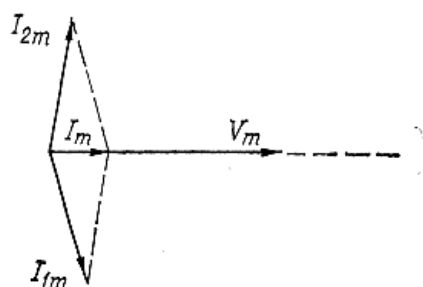


Рис. 3

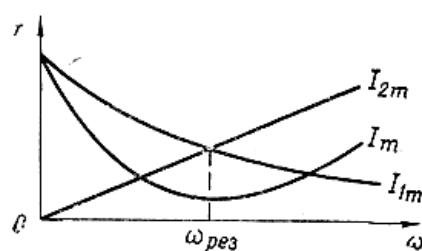


Рис. 4

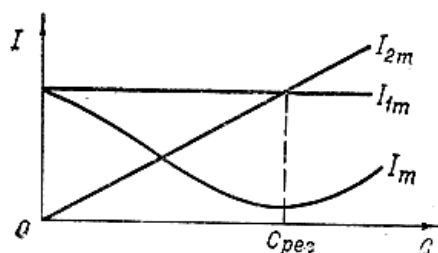


Рис. 5

Явление резонанса токов широко используется в радиотехнике, где резонансный контур обычно питается от генератора, обладающего весьма большим внутренним сопротивлением R_i . Обычно $R_i \gg Z$, где Z — полное сопротивление контура. В соответствии с этим ток I_m в неразветвленном уча-

стке цепи сохраняется практически неизменным по величине при изменении частоты колебаний контура.

Если изменять частоту колебаний в контуре, то сопротивление контура начнет резко изменяться, достигая максимума при резонансе токов. Но поскольку ток I_m неразветвленного участка постоянен, то с изменением сопротивления колебательного контура будет соответственно изменяться и напряжение на зажимах контура, так как

$$V_m \approx I_m \cdot Z.$$

Резонансное сопротивление контура относительно велико, поэтому велики и напряжение на контуре, и токи в ветвях контура, в то время как ток в неразветвленном участке цепи практически сохраняет свое эффективное значение неизменным.

Экспериментальная часть

Экспериментальное исследование явления резонанса токов проводится на установке, принципиальная схема которой показана на рис. 6. В данной работе настройка контура в резонанс проводится за счет изменения емкости C .

Для выполнения работы необходимо снять зависимости I , I_1 , I_2 от величины емкости C при заданном напряжении V . Убедиться, что при резонансе токов $I_1 \approx I_2$ и $I_{\text{рез}} \ll I_1, I_2$.

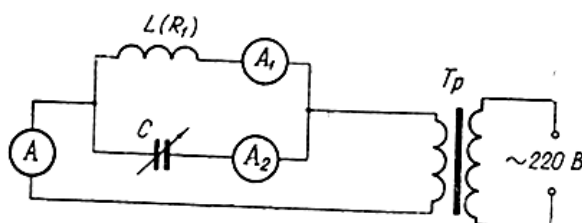


Рис. 6

Построить графики токов I , I_1 и I_2 в зависимости от C . Определить полное сопротивление резонансного контура при резонансе токов по отношению к питающему контур генератору по формуле

$$Z_{\text{рез}} = V/I_{\text{рез}}.$$

Вычислить волновое сопротивление контура

$$\rho = V/I_{1\text{рез}} = V/I_{2\text{рез}}.$$

Найти величину индуктивности катушки

$$L = \rho^2 \cdot C_{\text{рез.}}$$

Определить величину сопротивления R_1 катушки

$$R_1 = \rho^2 / Z_{\text{рез.}}$$

Рассчитать добротность контура

$$Q = \rho / R = I_{2\text{рез.}} / I_{\text{рез.}}$$

Для случаев резонанса токов построить в масштабе векторную диаграмму токов.

ВОПРОСЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ

1. Какой ток называется переменным? Какой переменный ток называется квазистационарным? Запишите условие квазистационарности для гармонического переменного тока.

2. Какими параметрами характеризуется гармонический квазистационарный переменный ток?

3. Какая физическая величина называется электроемкостью (емкостью)? В каких единицах измеряется электроемкость?

Какая физическая величина называется коэффициентом самоиндукции (индуктивностью)? В каких единицах измеряется индуктивность? Почему емкость и индуктивность называют «энергоемкими элементами»?

4. Выведите закон Ома для цепи переменного тока, содержащей только одну индуктивность. Какая величина называется индуктивным сопротивлением цепи, содержащей индуктивность? Как сдвинуты по фазе ток и напряжение в такой цепи? Нарисуйте векторную диаграмму такой цепи.

5. Выведите закон Ома для цепи переменного тока, содержащей только одну емкость. Какая величина называется емкостным сопротивлением цепи, содержащей емкость? Как сдвинуты по фазе ток и напряжение в цепи, содержащей только одну емкость? Нарисуйте векторную диаграмму такой цепи.

6. Какое явление в цепи переменного тока называется резонансом тока?

7. Постройте векторную диаграмму цепи, состоящей из параллельно соединенных емкости и индуктивности с омическими потерями. При каких условиях в такой цепи наступает резонанс токов? Нарисуйте векторную диаграмму цепи

для этого случая. Что происходит в момент резонанса с энергией, запасенной в контуре?

8. Получите соотношения для токов в ветвях параллельного контура и неразветвленной цепи.

9. Назовите важнейшие характеристики параллельного колебательного контура. Как они связаны со значениями токов в ветвях и в неразветвленной цепи в момент резонанса?

10. Приведите и объясните графики зависимости токов в ветвях контура и в неразветвленной части цепи от емкости контура.

11. Какое применение находит явление резонанса токов в радиотехнике?

12. Нарисуйте схему измерительной установки. Какие зависимости и с какой целью снимаются на данной установке?

13. Каковы параметры колебательного контура и как их можно определить по результатам измерений?

ЛИТЕРАТУРА

Калашников С. Г. Электричество. М., 1970, § 35, 39, 99—101, 105, 108, 245—248, 253, 254.

Савельев И. В. Курс общей физики. М., 1970, т. 2, § 24, 29, 55, 56, 61, 92—94, 98.

Сивухин Д. В. Общий курс физики. М., 1977, т. 3, § 129, 130.