Эквивалентнсть — (3)

- Будем вычислять $\delta_N(q, a)$ следующим образом:

Пусть $S = CL(q)$. $\delta_N(q, a)$ еесть объединение $\delta_E(p, a)$ по всем p в S: $\delta_N(p, a)$ по всем p в S:

$$\delta_N(p, a) = \bigcup_{p \in S} \delta_E(p, a)$$

Эквивалентнсть — (4)

- Докказательство индукцией по $|w|$ того, что

$$CL(\delta_N(q_0, w)) = \delta_E(q_0, w)$$

Идея доказательства: НКА на любом входе w переходит в тот же набор состояний, в который переходит эпсилон-НКА на том же входе, используя, где возможно, эпсилон-переходы...

Пример: от ε-НКА к НКА

	0	1	ε
A	{E}	{B}	$\emptyset$
B	$\emptyset$	$\{C\}$	$\{D\}$
D	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
E	$\{F\}$	$\emptyset$	$\{B, C\}$
F	{D}	$\emptyset$	$\emptyset$

A	$\{E\}$	$\{B\}$
$* B$	$\emptyset$	$\{C\}$
C	$\emptyset$	$\{D\}$
$* D$	$\emptyset$	$\emptyset$
$* E$	$\{F\}$	$\{C, D\}$
F	$\{D\}$	$\emptyset$

Заключение

Теорема КДА, НКА и ε-НКА все принимают в точности одно и то же множестов языков: регулярные языки.

- По этой причине эти языки ещё называют **автоматными**
- Типы НКА проще строить и они могут иметь экспоненциально меньше состояний, чем КДА.
- Но только КДА может быть реалиован!

Эквивалентнсть РВ и конечных автоматов

- **Теорема**. Регулярные выражения и каонечные автоматы представляют один и тот класс регулярных
- Нужно показать, что для каждого

От РВ к ε-НКА: Базис

Пример построения КА по РВ

- Регулярное выражение: $(a + b)(c + d)$
- 1) Автоматы для РВ a, b, c, d

- 2) Автомат для РВ $a + b$

–3) Автомат для РВ cd

Пример построения КА по РВ

- Регулярное выражение: $(a + b)(c + d)$

- 4) автомат для РВ cd

- Регулярное выражение $(a + b)(c + d)^*$

- 5) Автомат для РВ $(a + b)((cd) *$

От-ДКА-к-РВ

- Необычный вид индукции.
- Пусть состояния КДА именуюся 1,2, ..., n
- Индукция проводится по k, максимальному числу состояний, по которым нам позволено проходидь вдоль пути.

k-пути

- K-путь — это путь в графе КДА, который не проходит через состояния с номераи больше, чем k
- Выбор конечной вершины не ограничивается ей может быть любое состояние
- n-пути являются неограниченными (n — число состояний автомата)
- РВ есть объединение РВ для n-путей от начального состояния к каждому конечному состоянию

....

Промежуточные итоги

- Каждый из рассмотренных трех типов автоматов (КДА, НКА, ε-НКА), а также регулярные выражения, определяют одно и то же множество языков: регулярные языки

$$PB \rightarrow$$

- Лемма: Если $L = L(A)$ для некоторого конечного автомата A, то $L = L(G)$ для некоторой праволинейной грамматики G.
- Док-во: Пусть $A = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ - КДА. Определим грамматику $G = (Q, \Sigma, P, q_0)$, где P имеет вид:

Если $\delta(q, a) = r$, то P содержит правило $q \rightarrow ar$.

Если $p \in F$, то P содержит правило $p \rightarrow \varepsilon$.

Каждый шаг вывода в грамматике G имитирует такт работы автомата A.

Индукция по i — длине вывода.

Базис: $i = 0 . q \Rightarrow \varepsilon \Leftrightarrow (q, \varepsilon)$ как-то странный знак (q, ε). IH: $s \overset{i}{\Rightarrow} x \Leftrightarrow$ (s, x) какой-то знак (r, ε) для некоторого $r \in F$.

Шаг индукции. Пусть $w = ax$, где $|x| = i$.

Тогда $q \overset{i+1}{\Rightarrow} w$ равносильно тому, что $q \Rightarrow as \overset{i}{\Rightarrow}$ а x для некоторого s.

Но $q \Rightarrow as$ равносильно $\delta(q, a) = s)$ или $qa \mid -^1 (s, \varepsilon)$.

Это означает, что $(q, ax) \mid -^1 (s, x)$.

По индукции $s \overset{i}{\Rightarrow} x \Leftrightarrow (s, x)$...

Следовательно, $q \overset{i+1}{\Rightarrow}$ равносильно (q, a x) |-^1 (s, x) |-^(i - 1) (r, epsilon) или $(q, w) \mid -^{i} (r, \varepsilon)$ для некоторого $r \in F$

ч. т. д.

Лемма. Если $L = L(G)$ для некоторой праволинейной грамматики G, то $L = L(A)$ для некоторого конечношго автомата A.

Док-во. Пусть $G = (Q, \Sigma, P, S)$ — праволинейная грамматика. Построим атвомат $A = \left(N \cup \{q_f\}, \Sigma, \delta, S, F\right)$, где δ определено как:

Если $A \to aB \in P$, то $\delta(A, a) = B$ для $A, B \in N$ и $a \in \Sigma$ Если $A \to a \in P$, то $\delta(A, a) = q_f$ для $A \in N$ и $\alpha \in \Sigma$

$$F = \{S, q_f\}$$

, если в P есть $S \to \varepsilon$ и $F = \{q_f\}$ — в противном слуае.

Очевидно, что что построенный автомат определяет тот же язык, что и исходная праволинейная грамматика

Теорема: Язык праволинейный $\Leftrightarrow$ он автоматный

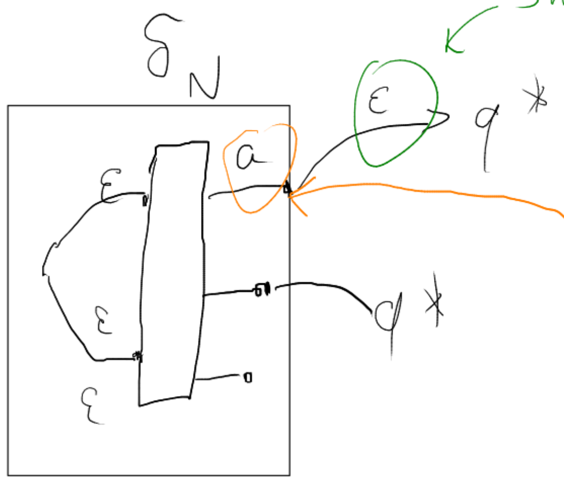
Доказательство следует из двух предыдущи лемм.

Заключение

Каждый из рассмотренных трёх типов автоматов (КДА, НКА, э-НКА), а также регулярные выраения, определяют одно и то же множество языков: регулярные языки.

- Теорема. Утверждения:
  - L - регулярный язык (регулярное множество),
  - L

что, если, как на схеме, это заключительное состояние ?



! в таком случае в $\hat{\delta}$ заключительным состоянием становится a

Свойства регулярный языков

- Класс языков - это множество языков.
  - Пример: регулярные языки
- Классы языков имеют два вида важных свойств:
  1. Разрешимые Свойства
  2. Свойства замкнутости

Свойство замкнутости

- Свойство замкнутости класса языков говорит, что выпнение некоторой операции над языками в класс (например, объединение) дает в результатте язык из того же класса
- Пример: регулярные языки, очевидно, замкнуты относительно
  - Использовать для доказательства представление регулярных языков регулярными выражениями.

Представление языков

- Представление может быть формальным и неформальным

Пример: (формальный): представление языка РВ или КДА, определяющим соотв. язык

Почему важны разрешимые свойства?

- Рассмотрим КДА, представляющий некоторый протокол.

Пример: "Завершется ли протокол?" = "Является ли язык конечным?"

Пример: "Может ли протокол быть неверным?" = "Является ли язык непустым?"

- Сделать финальным состоянием "состояние ошибки"

- Нам хотелось бы иметь "наименьшее" представление языка, т. е. КДА с минимальным числом состояний или самое короткое РВ.

- Можем ли мы определить, №Являются ли два языка одним и тем же?"
  - То есть, определяют ли два КДА один и тот же язык?

Проблема принадлежности строки языку

- Нашей первой разрешимой проблемой для регулярных языков будет ответ на вопрос:" находится ли строка w в регулярном языке L?"
- Предположим, что L представлен КДА А.
- Смоделируем работу A на последовательных входных символах w.