

Методическое пособие по математическому анализу

Материалы для подготовки к экзамену.

Григорьев Данила, 2025 год.

Вопросы

1. Гладкая поверхность. Ориентация поверхности. Площадь поверхности.
2. Поверхностный интеграл первого рода и теорема о его существовании.
3. Поверхностный интеграл первого рода и теорема о его существовании.
4. Поверхностный интеграл второго рода и его свойства
5. Тригонометрическая система, ортогональность тригонометрической системы и свойства интеграла от периодической функции.
6. Тригонометрический ряд. Коэффициенты Фурье и ряд Фурье. Ядро Дирихле.

Ответы

1 Гладкая поверхность. Ориентация поверхности. Площадь поверхности.

Гладкая поверхность — это поверхность, для которой выполняются три условия

1. Поверхность простая	Мн-во D	Ограниченное элементарное множество точек
	Контур γ	Замкнутая кусочно-гладкая функция
	Отображение	<ul style="list-style-type: none">• Взаимно однозначно на множестве внутренних точек множества D• Определяется системой уравнений:<div>$\begin{cases} x = x(u, v) \\ y = y(u, v), (u, v) \in D \subset \mathbb{R} \\ z = z(u, v) \end{cases}$</div>
2. Поверхность гладкая	x, y, z	непрерывны на множестве D вплоть до границы γ
	их частные производные	
3. Поверхность невырожденная	$\frac{D(x, y)}{D(u, v)} = \frac{D(y, z)}{D(u, v)} = \frac{D(z, x)}{D(u, v)}$	

Ориентация поверхности — выбор стороны поверхности с помощью параметеризации

Площадь поверхности S задаётся формулой

$$S = \lim_{h \rightarrow 0} \sigma(T), \text{ где}$$
$$\sigma(T) = \sum_{l=0}^n \sum_{k=0}^n |r'_u(u_l, v_k) \times r'_v(u_l, v_k)| \cdot \mu(D_{l,k})$$