

**Программа экзамена
по математическому анализу
1 семестр**

1 Ограниченные множества. Верхняя и нижняя грани числовых множеств. Свойства граней.

- Определение ограниченного сверху множества
- Определение ограниченного снизу множества
- Определение ограниченного множества
- Определение верхней грани множества
- Определение нижней грани множества
- 3 свойства граней

2 Теорема о существовании верхней грани.

- Теорема о существовании верхней грани

3 Счетные множества и их свойства.

- Определение эквивалентности
- Определение счётного множества
- Теорема о бесконечном подмножестве счётного множества
- Теорема об объединении последовательности счётных множеств

4 Теорема о несчётности интервала. Множества мощности континуум.

- Теорема о несчётности интервала
- Определение множества мощности континуум

5 Ограниченные последовательности. Достаточное условие ограниченности последовательности.

- Определение последовательности
- Определение ограниченной сверху последовательности
- Определение ограниченной снизу последовательности
- Определение ограниченной последовательности
- Достаточное условие ограниченности последовательности

6 Бесконечно малые последовательности. Теорема об арифметических действиях над бесконечно малыми последовательностями.

- Определение бесконечно малой последовательности
- Теорема об арифметических действиях над бесконечно малыми последовательностями

7 Бесконечно большие последовательности, их связь с бесконечно малыми.

- Определение положительно бесконечно большой последовательности
- Определение отрицательно бесконечно большой последовательности
- Определение бесконечно большой последовательности
- Теорема о связи бесконечно больших и бесконечно малых

8 Предел последовательности. Теорема о единственности предела.

- Определение сходящейся последовательности
- Определение предела последовательности
- Теорема о единственности предела

9 Ограниченность сходящейся последовательности.

- Теорема об ограниченности сходящейся последовательности

10 Порядковые свойства предела. Переход к пределу в неравенствах.

- 2 теоремы о порядковых свойствах предела
- Теорема о переходе к пределу в неравенстве

11 Порядковый признак существования предела последовательности.

- Теорема о порядковом признаке существования предела последовательности

12 Арифметические свойства предела последовательности.

- Теорема об арифметических свойствах предела последовательности

13 Монотонные последовательности. Теорема Вейерштрасса о монотонных последовательностях.

- Определение невозрастающей и неубывающей последовательностей
- Теорема Вейерштрасса о монотонных последовательностях

14 Лемма о вложенных отрезках.

- Лемма о вложенных отрезках

15 Подпоследовательности и частичные пределы последовательности. Теорема о подпоследовательностях сходящейся последовательности.

- Определение подпоследовательности последовательности
- Теорема о подпоследовательностях сходящейся последовательности

16 Верхний и нижний пределы последовательности. Корректность определения.

- Определение верхнего предела последовательности
- Определение нижнего предела последовательности

17 Свойства верхнего и нижнего пределов.

- Теорема о неофициальном порядковом свойстве верхнего и нижнего предела
- Теорема о неофициальном признаке сходимости последовательности

18 Теорема Больцано-Вейерштрасса.

- Теорема Больцано-Вейерштрасса

19 Фундаментальные последовательности. Теорема об ограниченности фундаментальной последовательности.

- Определение фундаментальной последовательности
- Теорема об ограниченности фундаментальных последовательностей

20 Критерий Коши сходимости последовательности.

- Критерий Коши сходимости последовательности

21 Определения Гейне и Коши предела функции в точке. Теорема об их эквивалентности.

- Определение предельной точки множества
- Определение предела функции по Коши
- Определение предела функции по Гейне
- Теорема об эквивалентности определений по Коши и по Гейне

22 Критерий Коши существования предела функции.

- Условие Коши
- Критерий Коши существования предела функции в точке

23 Односторонние пределы функции, связь с пределом.

- Определение левостороннего предела
- Определение правостороннего предела
- Теорема о связи односторонних пределов с пределом функции

24 Арифметические свойства предела функции.

- Теорема об арифметических свойствах предела функции

25 Порядковые свойства предела функции.

26 Порядковый признак существования предела функции.

27 Теорема о пределе сложной функции.

28 Непрерывность функции в точке. Свойства функций непрерывных в точке.

- Определение непрерывности функции в точке
- Определение непрерывной справа функции в точке
- Определение непрерывной слева функции в точке
- Теорема о непрерывности функции в точке
- Теорема о свойствах непрерывных функций

29 Непрерывность функции на множестве. Теорема об обращении функции в нуль и теорема Коши о промежуточных значениях функции.

- Определение непрерывной на множестве функции
Определение непрерывной функции
- Теорема Коши об обращении функции в нуль
- Теорема Коши о промежуточных значениях функции

30 Компакт. Теорема об ограниченности компакта. Критерий компактности.

- Определение компактного множества
- Теорема об ограниченности компакта
- Критерий компактности

31 Теорема о непрерывном образе компакта. Первая и вторая теоремы Вейерштрасса.

- Теорема о непрерывном образе компакта
- Первая теорема Вейерштрасса
Вторая теорема Вейерштрасса

32 Равномерная непрерывность функции и теорема Кантора.

- Определение равномерно непрерывной функции
- Теорема Кантора

33 Односторонние пределы. Точки разрыва функции и их классификация. Теорема об односторонних пределах монотонной функции.

- Точка устранимого разрыва функции
Точка разрыва первого рода
Точка разрыва второго рода
- Теорема об односторонних пределах монотонной функции

34 Критерий непрерывности монотонной функции. Теорема о непрерывности обратной функции.

- Критерий непрерывности монотонной функции
- Теорема о непрерывности обратной функции

35 Дифференцируемость функции в точке, производная функции в точке. Непрерывность дифференцируемой функции.

- Определение дифференцируемой в точке функции
Определение производной функции в точке
- Теорема о непрерывности дифференцируемой функции

36 Теорема о дифференцируемости композиции.

37 Теорема об арифметических действиях над дифференцируемыми функциями.

38 Теорема о дифференцируемости обратной функции.

39 Точки роста и убывания функции. Достаточное условие точек роста и точек убывания.

- Определение точки роста функции
Определение точки убывания функции
- Достаточное условие точек роста и точек убывания

40 Точки локального экстремума. Теорема Ферма.

- Определение точки локального экстремума
- Теорема Ферма

41 Теорема Ролля.

42 Теоремы Коши и Лагранжа. Следствия теоремы Лагранжа.

- Теорема Коши
Теорема Лагранжа
- Теорема о постоянстве дифференцируемой функции
- Критерий монотонности дифференцируемой функции
- Достаточное условие строгой монотонности функции

43 Производные высших порядков. Формула Тейлора. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа.

- Производная 1-го и 2-го порядка
- Формула Тейлора
- Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа

44 Формула Тейлора-Пеано.

- Лемма
- Локальная формула Тейлора
- Остаточный член Тейлора в форме Пеано (формула Тейлора-Пеано)

45 Правила Лопиталя.

- Первое правило Лопиталя
- Второе правило Лопиталя

46 Достаточные условия экстремума.

- Первое достаточное условие экстремума
- Второе достаточное условие экстремума
- Третье достаточное условие экстремума

47 Выпуклые функции. Критерии выпуклости функции.

- Определение выпуклой (выпуклой вниз) функции

- Определение вогнутой (выпуклой вверх) функции
- Критерий выпуклости дифференцируемой функции
- Критерий выпуклости 2-дифференцируемой функции

48 Первообразная. Теорема о первообразной. Неопределенный интеграл и его простейшие свойства.

- Определение первообразной
- Теорема о первообразной
- Определение неопределённого интеграла
- Простейшие свойства неопределённого интеграла

49 Основные методы интегрирования: формула замены переменной и формула интегрирования по частям.

- Формула замены переменной
- Формула интегрирования по частям

Балласт Григорьев Д. Е.
По мотивам рассказов Сахно Л. В.