СИСТЕМЫ КООРДИНАТ

Системой координат на множестве M называется взаимно однозначное отображение непустой части M в другое множество K, на котором определена алгебраическая структура. Система координат называется полной или частичной в зависимости от того, будет ли первой проекцией все множество M или его собственная часть. Множество K называется координатным.

Для системы координат на плоскости в качестве координатного множества можно взять множество V_2 всех векторов на плоскости или двумерное арифметическое пространство $\mathbb{R}^2$, для системы координат в пространстве — множество V_3 всех векторов пространства или трехмерное арифметическое пространство $\mathbb{R}^3$.

Системы координат первого вида, координатным множеством которых является V_2 или V_3, называются *векторными*, системы координат второго вида, координатным множеством которых является $\mathbb{R}^2$ или $\mathbb{R}^3$, называется *арифметическими*.

Фигурой на плоскости и в пространстве называется подмножество плоскости и пространства соответственно.

Уравнение с одним, двумя и тремя действительными переменными: $F(x) = 0$, $F(x^1, x^2) = 0$, $F(x^1, x^2, x^3) = 0$, левая часть которых есть функция, определенная на некотором подмножестве числовой прямой, числовой плоскости и числового пространства соответственно, и принимающая значение в множестве действительных чисел.

$F(x, y) = 0$ — многочлен от переменных x, y, т.е. сумма членов вида ax^sy^t (a — действительное число, s, t — целые неотрицательные числа). Степенью члена ax^sy^t, где $a \neq 0$, называется число $s + t$. Степенью многочлена $F(x, y)$ называется наивысшая степень его членов. Степень многочлена $F(x, y)$ называется порядком линии, определяемой уравнением $F(x, y) = 0$.

$F(x, y, z) = 0$ — многочлен от переменных x, y, z, т.е. алгебраическая сумма конечного конечного множества членов вида $ax^py^qz^r$, где коэффициент a — действительное число, p, q, r - неотрицательные целые числа. Число $p+q+r$ называется степенью члена $ax^py^qz^r$, где $a \neq 0$. Степенью многочлена $F(x, y, z)$ называется наивысшая степень его членов.

Графиком уравнения с действительными переменными в арифметической системе координат $\varkappa$ на плоскости или в пространстве называется множество всех точек плоскости или пространства, соответствующие координаты которых в $\varkappa$, удовлетворяют данному уравнению.

Графики двух уравнений, содержащих одни и те же переменные, в подходящим образом выбранной системе координат совпадают тогда и только тогда, когда данные уравнения равносильны.

График системы двух уравнений одного и того же вида в подходящим образом выбранной системе координат совпадает с пересечением графиков первого и второго уравнений данной системы в той же самой системе координат.

Уравнением фигуры Ф в арифметической системе координат $\varkappa$ называется уравнение с действительными переменным, график которого в $\varkappa$ совпадает с фигурой Ф.

Основное свойство уравнения фигуры. Пусть на плоскости или в пространстве даны: фигура Ф и арифметическая система координат $\varkappa$. Уравнение с действительными переменными будет уравнением фигуры Ф в $\varkappa$ тогда и только тогда, когда оно удовлетворяется соответствующими координатами всех точек фигуры и только ими.

В аналитической геометрии фигуры на плоскости и в пространстве классифицируются по их уравнениям в аффинной системе координат. Классификация производится на основе тех свойств уравнений, которые не зависят от выбора системы координат, другими словами, которые сохраняются при переходе от одной аффинной системы координат к другой.

Фигура Ф на плоскости и в пространстве называется *алгебраической порядка n*, если в аффинной системе координат она может быть определена алгебраическим уравнением степени n и не может быть определена уравнением степени меньше чем n. Неалгебраические фигуры называются также трансцендентными.

Например, окружность на плоскости и сфера в пространстве являются алгебраическими фигурами второго порядка.