

Приложение нейросетевых алгоритмов  
Лабораторная работа № 1. Однослойные нейронные сети.

**Задание.** Требуется реализовать алгоритмы на языке программирования Python без использования специализированных библиотек.

**Задача 1. Нейроны типа WTA.** Нейроны типа WTA (англ. Winner Takes All – победитель получает все) имеют входной модуль в виде стандартного сумматора, рассчитывающего сумму входных сигналов с соответствующими весами  $w_{ij}$ .

Выходной сигнал  $i$ -го сумматора определяется согласно формуле

$$u_i = \sum_{j=0}^N w_{ij} x_j.$$

Группа конкурирующих между собой нейронов (рисунок 1) получает одни и те же входные сигналы  $x_j$ . В зависимости от фактических значений весовых коэффициентов суммарные сигналы  $u_i$ , отдельных нейронов могут различаться. По результатам сравнения этих сигналов победителем признается нейрон, значение  $u_i$  которого оказалось наибольшим. Нейрон-победитель вырабатывает на своем выходе состояние 1, а остальные (проигравшие) нейроны переходят в состояние 0.



Рисунок 1 – Схема соединения нейронов типа WTA

Для обучения нейронов типа WTA не требуется учитель, оно протекает аналогично обучению инстара, с использованием нормализованных входных векторов  $x$ . На начальном этапе случайным образом выбираются весовые коэффициенты каждого нейрона, нормализуемые относительно 1.

После подачи первого входного вектора  $x$  определяется победитель этапа. Победивший в этом соревновании нейрон переходит в состояние 1, что позволяет ему провести уточнение весов его входных линий (по правилу Гроссберга).

Проигравшие нейроны формируют на своих выходах состояние 0, что блокирует процесс уточнения их весовых коэффициентов. Вследствие бинарности значений выходных сигналов конкурирующих нейронов (0 или 1) правило Гроссберга может быть несколько упрощено:

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + \eta [x_j - w_{ij}(t)].$$

На функционирование нейронов типа WTA оказывает существенное влияние нормализация входных векторов и весовых коэффициентов. Выходной сигнал  $u_i$   $i$ -го нейрона может быть описан векторным отношением

$$u_i = w^T x = \|w\| \|x\| \cos \varphi_i.$$

Поскольку  $\|w\| = \|x\| = 1$ , значение  $u_i$  определяется углом между векторами  $w$  и  $x$ :  $u_i = \cos \varphi_i$ .

Поэтому победителем оказывается нейрон, вектор весов которого оказывается наиболее близким текущему обучающему вектору  $x$ . В результате победы нейрона уточняются его весовые коэффициенты, значения которых приближаются к значениям текущего обучающего вектора  $x$ . Если на вход сети будет подаваться множество близких по значениям векторов, побеждать будет один и тот же нейрон. Поэтому его веса станут равными усредненным значениям тех входных векторов, благодаря которым данный нейрон оказался победителем. Проигравшие нейроны не изменяют свои веса. Только победа при очередном представлении входного вектора позволит им произвести уточнение весовых коэффициентов и продолжить процесс обучения в случае еще одной победы.

Условие задачи:

Реализовать нейронную сеть, состоящую из 4-х нейронов типа WTA (рисунок 2), предназначенную для классификации входных двухкомпонентных векторов.

В качестве входных обучающих векторов использовать векторы в нормализованном виде:

$$x_1 = \begin{bmatrix} 0,97 \\ 0,20 \end{bmatrix}, x_2 = \begin{bmatrix} 1,00 \\ 0,00 \end{bmatrix}, x_3 = \begin{bmatrix} -0,72 \\ 0,70 \end{bmatrix}, x_4 = \begin{bmatrix} -0,67 \\ 0,74 \end{bmatrix},$$

$$x_5 = \begin{bmatrix} -0,80 \\ 0,60 \end{bmatrix}, x_6 = \begin{bmatrix} 0,00 \\ -1,00 \end{bmatrix}, x_7 = \begin{bmatrix} 0,20 \\ -0,97 \end{bmatrix}, x_8 = \begin{bmatrix} -0,30 \\ -0,95 \end{bmatrix}.$$

Вывести веса нейронов после обучения для коэффициента обучения  $\eta = 0,5$ .

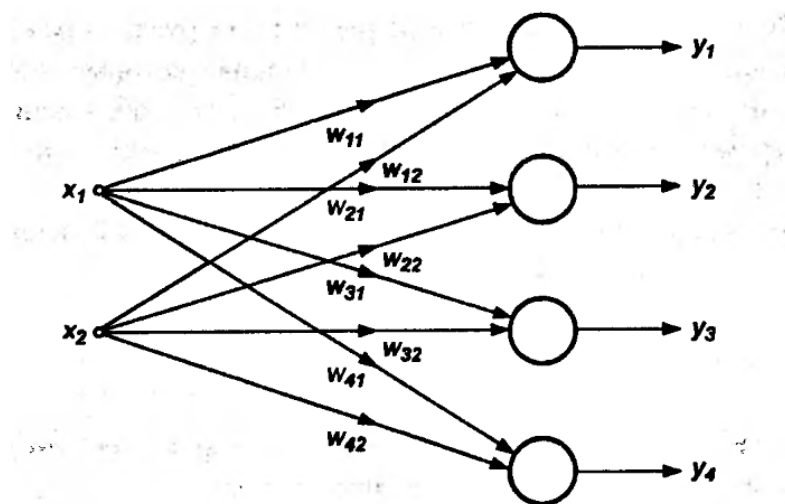


Рисунок 2 – Нейронная сеть типа WTA

**Задача 2. Проблема мертвых нейронов.** Серьезной проблемой при обучении WTA остается проблема мертвых нейронов, которые после инициализации ни одного раза не победили в конкурентной борьбе и остались в состоянии, сформированном в начальный момент времени. Каждый мертвый нейрон уменьшает эффективное количество элементов, прошедших обучение, и соответственно увеличивает общую погрешность распознавания данных. Для разрешения этой проблемы применяется модифицированное обучение, основанное на учете прошлых побед каждого нейрона и штрафовании (временной дисквалификации) тех из них, которые побеждали чаще всего. Дисквалификация слишком активных нейронов может осуществляться либо назначением порогового числа побед, по достижении которого наступает обязательная пауза, либо уменьшением фактического значения  $u_i$  при нарастании количества побед  $i$ -го нейрона.

Условие задачи:

Для предыдущей задачи использовать модифицированное обучение WTA (например, ввести систему штрафов: учитывать прошлые победы каждого нейрона и штрафовать те нейроны, которые побеждали больше всего. Штрафование может назначаться либо при достижении порогового значения числа побед, либо уменьшением значения функции активации при нарастании количества побед).

**Задача 3. Модель нейрона Хебба.** Д. Хебб в процессе исследования нервных клеток заметил, что связь между двумя клетками усиливается, если обе клетки пробуждаются (становятся активными) в один и тот же момент времени. Если  $j$ -я клетка с выходным сигналом  $y_j$  связана с  $i$ -й клеткой, имеющей выходной сигнал  $y_i$ , связью с весом  $w_{ij}$ , то на силу связи этих клеток влияют значения выходных сигналов  $y_i$  и  $y_j$ .

Хебб предложил формальное правило, в котором отразились результаты его наблюдений. В соответствии с правилом Хебба вес  $w_{ij}$  нейрона изменяется пропорционально произведению его входного и выходного сигналов:

$$\Delta w_{ij} = \eta y_j y_i, \quad (1)$$

где  $\eta$  – это коэффициент обучения, значение которого выбирается в интервале  $(0, 1)$ . Правило Хебба может применяться для нейронных сетей различных типов с разнообразными функциями активации моделей отдельных нейронов.

Структурная схема нейрона Хебба на рисунке 3 соответствует стандартной форме модели нейрона.

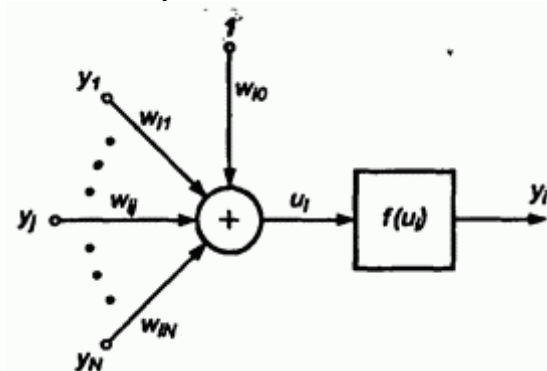


Рисунок 3 – Структурная схема нейрона Хебба

Связь с весом  $w_{ij}$ , способ подбора значения которого задается отношением (1), соединяет входной сигнал  $y_j$  с сумматором  $i$ -го нейрона, вырабатывающего выходной сигнал  $y_i$ .

Обучение нейрона по правилу Хебба может проводиться как с учителем, так и без него. Во втором случае в правиле Хебба используется фактическое значение  $y_i$  выходного сигнала нейрона. При обучении с учителем вместо значения выходного сигнала  $y_i$  используется ожидаемая от этого нейрона реакция  $d_i$ . В этом случае правило Хебба записывается в виде (2)

$$\Delta w_{ij} = \eta y_j d_i. \quad (2)$$

Правило Хебба характеризуется тем, что в результате его применения веса могут принимать произвольно большие значения, поскольку в каждом цикле обучения происходит суммирование текущего значения веса и его приращения  $\Delta w_{ij}$ :

$$w_{ij}(t+1) = w_{ij}(t) + \Delta w_{ij}.$$

Условие задачи:

Для предыдущей задачи реализовать обучение нейронной сети с двумя нейронами по правилу Хебба.